Universiteit Gent

Faculteit Letteren en Wijsbegeerte

Vakgroep Wijsbegeerte en Moraalwetenschap

Academiejaar 2003–2004

Logica en het waardevolle in de wereld.

De rol van adaptieve logica's bij de constructie van theorieën.

Proefschrift ingediend tot het behalen van de graad van Doctor in de Wijsbegeerte

door Guido Vanackere

Promotor: Professor dr. Diderik Batens

Voorwoord

In deze tekst worden enkele nieuwe logische middelen voorgesteld.

- De logica $\mathbf{SCL^o}$, een Socratische versie van **CL** (sectie 4.2.1).
- De logica $\mathbf{CLuN}^\delta$, een uitbreiding van de logica **CLuN** (sectie 6.5).
- De logica $\mathbf{SCLuN^o}$, een Socratische versie van $\mathbf{CLuN}^\delta$ (sectie 6.6).
- De logica $\mathbf{ASCLuN^m}$, een Socratische versie van $\mathbf{ACLuN^m}$ (sectie 7.4.1).
- De adaptieve logica's $\mathbf{A}[\mathbf{CL}]^\mathbf{r}$ en $\mathbf{A}[\mathbf{CL}]^\mathbf{m}$ (sectie 7.7).
- **ALGG**, een adaptieve logica voor het gemeenschappelijke gebruik van (natuurlijke) talen (sectie 11.4).

Daarnaast worden ook enkele reeds bestaande logische middelen besproken.

- De logica **Pc** uit [Batens/Provijn:2003] (sectie 4.2.2).
- De logica's **CLuN**, **CLan** en **CLuNs** (hoofdstuk 6).
- Adaptieve logica's in het algemeen (secties 7.1 en 7.2); correctieve adaptieve logica's (sectie 7.3).
- De inconsistentie-adaptieve logica's $\mathbf{ACLuN^r}$ en $\mathbf{ACLuN^m}$ (sectie 7.4), $\mathbf{ACLuNs^r}$ en $\mathbf{ACLuNs^m}$ (sectie 7.5.1), en $\mathbf{ACLuU^r}$ en $\mathbf{ACLuU^m}$ (sectie 7.6).
- Ambiguïteiten-adaptieve logica's (sectie 7.8).
- De inductieve logica's $\mathbf{IL^r}$ en $\mathbf{IL^m}$ uit [Batens/Haesaert:2003] (sectie 11.3.4).

De rode draad doorheen de bespreking van de bestaande en de constructie van nieuwe logische middelen wordt gevormd door de vraag hoe logische middelen ingezet kunnen worden bij de (re)constructie van wetenschappelijke theorieën. Na de bespreking van de logische middelen worden dan ook enkele modellen voorgesteld die aangewend kunnen worden bij het (re)construeren van wetenschappelijke theorieën (hoofdstuk 11). Deze modellen proberen vooral in beeld te brengen hoe de gebruikte termen geleidelijk aan een wetenschappelijk karakter krijgen.

Deze tekst is echter ook te lezen als een oproep om onze aandacht te richten op het waardevolle in de wereld, en als een pleidooi om wetenschappelijke theorieën te ontwikkelen waarin we ook onze bevindingen omtrent het waardevolle in de wereld kunnen plaatsen. De besproken logische middelen vormen een argument ter verdediging van de stelling dat een wetenschappelijke theorie over het waardevolle in de wereld *kan* geconstrueerd worden. Er kunnen echter ook andere kennistheoretische en wereldbeschouwelijke bezwaren rijzen tegen de opvatting dat een wetenschap van het waardevolle in de wereld mogelijk is. Tegen deze bezwaren probeer ik in te gaan in het inleidende hoofdstuk 2. In het inleidende hoofdstuk 1 probeer ik mijn oproep om onze aandacht op het waardevolle in de wereld te richten, en mijn pleidooi om wetenschappelijke theorieën te ontwikkelen waarin we onze bevindingen omtrent het waardevolle in de wereld kunnen plaatsen, te motiveren. Doorheen delen I en II worden de besproken logische middelen en hun rol bij de constructie van theorieën ook geconfronteerd met bevindingen uit hoofdstukken 1 en 2.

Vooraf wil ik mijn dankbaarheid uitdrukken voor de omstandigheden waarin ik aan deze tekst heb kunnen werken. In het bijzonder wil ik hier Diderik Batens en mijn levensgezel Ellen vermelden. De betekenis die zij hebben in mijn dagelijks leven en in mijn werk, kan moeilijk overschat worden.

Dit werk draag ik op aan mijn petekind.

Guido Vanackere.
Gent, maart 2004.

Inleiding

Bij het schrijven van deze tekst wilde ik me laten leiden door de vraag naar het hoe en het wat van 'een zinnig en gewaardeerd leven' (voor mezelf en voor iedereen met wie ik me verbonden weet of voel), maar eigenlijk heb ik me laten leiden door een specifiek antwoord op deze vraag, namelijk: een zinnig en gewaardeerd leven heeft te maken met het waarmaken van onze betrokkenheid. We maken de facto deel uit van een wereld en van concrete gemeenschappen en in die zin is onze betrokkenheid een gegeven dat vooraf gaat aan ons actief en bewust leven. Onze betrokkenheid moet echter ook actief waargemaakt worden, en in die zin is betrokkenheid ook een uitdaging (ik zeg liever "uitdaging" dan "opdracht" of "doel"). Ik heb me dan ook afgevraagd of onze academische, wetenschappelijke activiteiten kunnen bijdragen tot het waarmaken van onze betrokkenheid, en ik ben tot twee interessante bevindingen gekomen.

- Sommige mensen zijn enthousiast bezig met wetenschappelijk onderzoek, precies vanwege de unieke waarde van deze wereld en dit leven. Wetenschappelijke kennis (waarin de wetten van de logica spelen) en een intens leven (waarin de wetten van het hart spelen) lijken alleen op het eerste gezicht twee verschillende dingen te zijn. Helder denken staat een intens leven niet in de weg, integendeel. Het op elkaar betrekken van onze beste kennis en het concrete leven in deze wereld, maakt dat beide verdiepen.
- Mijn tweede bevinding is dat het onze betrokkenheid ten goede zou komen als er zoiets als 'een wetenschap van het waardevolle in de wereld' zou bestaan.

Wat de tweede bevinding betreft, denk ik dat sommige van de logische middelen die ik in deze tekst bespreek, kunnen bijdragen tot de constructie van een wetenschap van het waardevolle in de wereld.

Misschien vinden sommige mensen de idee van een wetenschap over het waardevolle in de wereld een bedreigende gedachte, maar dat zou ten onrechte zijn. Inzicht is geen bedreiging. Wat ik bedreigend vind, is dat we vragen over het waardevolle in de wereld zouden overlaten aan mensen die het toevallig voor het zeggen hebben, in de media, de politiek of de economie. Waar ik het moeilijk mee heb, is dat iedereen voor zichzelf, met *trial and error*, moet uitzoeken waarin een zinnig en gewaardeerd leven dan wel bestaat.

Waar ik het evenzeer moeilijk mee heb is dat we elke uitspraak in verband met waardevolle aspecten van de wereld a priori als subjectief zouden moeten labelen. En dit brengt ons bij de vraag of een wetenschap van de waardevolle aspecten van de wereld wel degelijk mogelijk is.[1] Het antwoord op deze vraag hangt echter niet alleen af van het onderwerp, maar ook van wat we onder "een wetenschap" dan wel verstaan. Als de fysica de standaard is voor wat een wetenschap moet zijn, dan staan we er op het eerste gezicht heel

[1] Maar misschien doen we beter zoals Albert E., die een onmogelijke taak tot een goed einde bracht, omdat hij niet wist dat het onmogelijk was.

slecht voor. Maar de fysica is niet op één dag gebouwd, en zij vertoonde in het begin ook niet alle kenmerken die ze nu heeft. Trouwens, laat ons als gedachte-experiment even vergeten dat er zoiets bestaat als wetenschappen. Dan nog hebben we er alle belang bij dat we enig inzicht verwerven in het wat en het hoe van een zinnig en gewaardeerd leven en in het wat en het hoe van de waardevolle aspecten van de wereld. We willen ons inzicht wel onderbouwen, maar uiteindelijk hebben we geen kennis nodig die voor iedereen van alle tijden èn glashelder geformuleerd èn alom betrouwbaar is. Wij kunnen het best rekening houden met mogelijke kritiek van sceptici, maar anticipatie op eventuele kritiek mag niet verlammend werken. We kunnen onze aandacht beter toespitsen op de mogelijkheden die er zijn om constructief te werk te gaan. We kunnen, bij wijze van spreken, beter een voorlopig onderkomen bouwen op fundamenten die vermoedelijk niet tot in de eeuwigheid zullen stand houden, dan te blijven funderen en niet aan het bouwen van een huis toe te komen. Of om een ander beeld te gebruiken: wij willen varen en wij willen niet dat onze boot zinkt, maar wij zitten in Neuraths boot op volle zee, en moeten op volle zee onze boot verbouwen. Wij beschikken niet over droge dokken waarin wij een onzinkbare Titanic II kunnen bouwen vóór wij het ruime sop kiezen. Wij, die op volle zee zitten, willen in de eerste plaats kennis die we hier en nu kunnen gebruiken. Als onze beste huidige kennis de normen van wetenschappelijkheid niet haalt, dan kunnen we ze toch niet overboord gooien. Misschien moeten we de normen van 'wetenschappelijkheid' zelf opnieuw bekijken. Onze kennis hoeft niet eeuwig stand te houden, of 'objectief' te zijn, om *nu onze* beste kennis te zijn. Ik kan mij goed vinden in het opzet van Husserls *"Filosofie als strenge wetenschap"*: ook (en vooral) de vraag naar dat wat ons leven zinnig en de moeite waard maakt, moeten wij 'wetenschappelijk' aanpakken.[2] Maar voor Husserl was "een fundament dat tegen alle twijfel bestand is"[3] onontbeerlijk voor wetenschappelijkheid. In de loop van de twintigste eeuw is het inzicht gegroeid dat een dergelijk fundament niet voor handen is en ook niet kan zijn. Ik denk dat het echter wel mogelijk is om in onze omstandigheden, onder ons, tot een *gemeenschappelijk* houvast te komen —het is te zeggen: een houvast dat we kunnen hanteren *binnen onze gemeenschap*— ook in verband met vragen over de dingen in de wereld waarop we betrokken zijn.[4] 'Objectieve kennis' wordt dan een absurde betrachting. Om tot gemeenschappelijkheid te komen, moeten wij onze individuele ervaringen niet uitschakelen, maar inschakelen.

Zowel bij een herziening van 'wetenschappelijkheid' als bij het stellen van de vraag naar het wat en het hoe van een zinnig leven, botsen wij op de werkelijkheid van onze ervaringen. Het is verwonderlijk hoe weinig constructiefs wij te zeggen hebben over deze reële entiteiten. Als men er al toe komt iets te zeggen over de werkelijkheid, gaat het gewoonlijk over de fysische wereld. Mensen krijgen in zo'n wereldbeeld een plaats als

[2] Husserl schrijft bijvoorbeeld: "Vanaf het eerste begin heeft de filosofie de pretentie gehad een strenge wetenschap te zijn, en wel de wetenschap die aan de hoogste theoretische eisen beantwoordt en de mogelijkheid opent het leven in ethisch-religieus opzicht naar de zuivere normen van de rede in te richten." [Husserl:1911/80], p. 43 (*Logos 1*, p. 289)

[3] [Husserl:1911/80], p. 47.

[4] Meteen even zeggen: een gemeenschappelijk houvast is helemaal niet hetzelfde als een compromis van persoonlijke meningen.

lichamen; ervaringen verschijnen dan als disposities van de lichamen die wij zijn.[5] Als wij ons ernstig willen bezig houden met 'de zin van het leven', moeten we plaats maken voor onze ervaringen in al hun rijkdom, zowel in ons kennis- als in ons wereldbeeld.

Mijn oorspronkelijke plan voor deze tekst was om daadwerkelijk te beginnen aan een wetenschap van het waardevolle in de wereld, maar dit begin werd steeds verder naar achter geschoven; in zekere zin is deze tekst dus maar een inleiding tot wat ik zou willen doen. Maar je weet hoe dat gaat met filosofen: ze zeggen A en trekken A zelf onmiddellijk in twijfel, en vragen zich af waarom A zo vanzelfsprekend is, en dan zetten ze een stap achteruit en zeggen inderdaad A, want Z. Vervolgens trekken ze Z in twijfel, ...

Het is een taak van filosofen opvattingen in vraag te stellen en vooroordelen te bestrijden, en het is evenzeer een taak van filosofen om opvattingen te formuleren in een heldere taal. Een duidelijke taal is nu eenmaal van belang bij het schrijven van een tekst als deze. Wie een tekst als deze schrijft, hoopt immers dat de lezers de gedachtegang kunnen volgen en het beschrevene kunnen toetsen aan hun opvattingen en ervaringen. Het zoeken naar duidelijk geformuleerde, overtuigende uitspraken mag echter niet al te lang duren, want tenslotte draait het in het leven niet om duidelijk geformuleerde zekerheden, maar om 'dingen die de moeite waard zijn'. Nu, het is onmogelijk om absolute garantie te hebben over de duidelijkheid van de taal. Wij hebben geen absolute zekerheid over een referentiekader waaraan onze taal haar betekenis ontleent. Het is helemaal niet evident dat ieder van ons op analoge wijze een geheel van uitspraken linkt aan een complex referentiekader, zelfs al zou iedereen dit referentiekader goed kennen. Wat deze tekst betreft, moet ik veronderstellen dat u vertrouwd bent met het Nederlands, en dat mijn uitspraken betekenis hebben voor u. Ik kan niet van meet af aan elk woord definiëren, èn tegelijk een aanvaardbaar kader schetsen èn tegelijk ervoor zorgen dat u het zich voorstelt zoals ik het bedoel, in de hoop dat u het meteen met mij eens zult zijn. Ik zal mij dan ook niet uitsloven om klaar en duidelijk te bewijzen dat u een tekst aan het lezen bent die ik geschreven heb, en dat wij allemaal geïnteresseerd zijn in dingen die de moeite waard zijn. In plaats daarvan vraag ik een beetje welwillendheid van uwentwege, en mag ik u vragen niet verder te lezen mocht u er aan twijfelen dat u daadwerkelijk aan het lezen bent ?

[5] Op basis van de lampjes en de draadjes in een televisietoestel kun je niet veel zeggen over de films die vertoond worden op tv. Een onderzoek naar het wat en hoe van waardevolle ervaringen kan evenmin overgelaten worden aan neurobiologen; wij kunnen wel gebruik maken van hun resultaten als wij ze nodig hebben.

Nu u verder leest, hebben wij meteen een uitspraak in een gemeenschappelijke taal, die helder genoeg is, namelijk *"U bent aan het lezen"*, en een kader waaraan deze uitspraak haar betekenis ontleent, namelijk het kader dat gevormd wordt door uw huidige bezigheid. Bovendien zijn dit kader en deze uitspraak zo nauw met elkaar verbonden dat ik wel degelijk kan aannemen dat u het met de uitspraak eens bent. U hebt immers niet veel verbeelding nodig om deze uitspraak te linken aan uw huidige bezigheid, en door dit 'linken' krijgt de uitspraak betekenis voor u, en aangezien deze betekenis strookt met uw huidige bevindingen, bent u het eens met deze uitspraak.

Hèt probleem bij het communiceren via een tekst is niet dat er geen zekerheden zijn waarop we kunnen terugvallen —zekerheden hoeven geen eeuwigdurende universele waarheden te zijn— maar dat we die zekerheden niet klaar en duidelijk en ondubbelzinnig gezegd krijgen. *Dàt u nu aan het lezen bent*, is afdoende zeker, en om een expliciet aangrijpingspunt te hebben, heb ik ervoor gezorgd dat u ermee instemt dat de zin "U bent aan het lezen" een goede weergave is van deze zekerheid. Misschien vindt u dat ik een flauwe truc uithaal door op uw welwillendheid te rekenen, maar zonder welwillendheid is er geen gemeenschappelijke kennis mogelijk. Wie het zelf niet wil, hoeft van geen enkele uitspraak aan te nemen dat zij iets zegt over zijn of haar werkelijkheid. Als we onder ons een gesprek voeren, zullen wij met onze communicatie niet ver geraken als niet iedereen de goede wil heeft om het op zijn minst eens te zijn met de uitspraak "Wij zijn een gesprek aan het voeren." Wij kunnen allemaal instemmen met die uitspraak, zelfs als iedereen van ons een ander werkelijkheidsbeeld aanhangt. De duidelijkheid van deze uitspraak heeft te maken met het feit dat zij verwijst naar een werkelijkheid die wij zelf aan het doen zijn, en met het feit dat de uitspraak zo uit onze alledaagse taal komt. Op het eerste gezicht lijkt het misschien niet de moeite om speciale aandacht te schenken aan de duidelijkheid van een alledaagse uitspraak over een alledaagse bezigheid, maar als betrouwbare kennis het gespreksonderwerp wordt, lijken veel mensen over het hoofd te zien dat dergelijke uitspraken veel duidelijker kunnen zijn dan berekeningen tot zeven cijfers na de komma. Het lijkt op het eerste gezicht misschien ook wat overdreven dat ik wijs op de nood aan goede wil, maar wederom: als betrouwbare kennis het gespreksonderwerp wordt, lijken veel mensen ervan uit te gaan dat wetenschappelijke uitspraken zo helder en zelf-evident zijn dat er geen goede wil meer nodig is om het ermee eens te zijn. Lewis Carroll heeft al verteld hoe er in de logica geen dwingende reden is waarmee Achilles de schildpad kan overhalen de afleidingsregel Modus Ponens toe te passen. Als de schildpad niet zelf het initiatief neemt om aan de hand van $A \supset B,\ A \,/\, B$ te besluiten tot B wanneer men haar zegt dat $A \supset B$ en A gegeven zijn, blijft de Modus Ponens-regel dooie letter, zonder impact op het doen en laten van de schildpad.[6] Zelfs om een nauwkeurige handleiding van een wasmachine te gebruiken, heb je de welwillendheid nodig om de tekst en de tekeningen in het boekje in verband te brengen met de wasmachine en de handelingen die je moet stellen.

[6]Zie [Carroll:1895].

In deze tekst vind je geen theorie over het waardevolle in de wereld. Het spreekt voor zich dat de constructie van een gemeenschappelijke theorie niet iets is wat iemand op zijn eentje moet doen. Met deze tekst wil ik wel de mogelijkheden die er zijn om daadwerkelijk aan de constructie van een gemeenschappelijke theorie over het waardevolle in de wereld te beginnen, onder de aandacht brengen. Dit gaat gepaard met het in vraag stellen van traditionele epistemologische en ontologische opvattingen. Er wordt een alternatief (maar heel gewoon) kennis- en wereldbeeld geschetst, en vervolgens probeer ik te tonen dat dit kennis- en wereldbeeld niet alleen onze belangrijkste verworvenheden op het vlak van theorievorming kan incorporeren, maar ook toelaat om de scope van het wetenschappelijke onderzoek aanzienlijk uit te breiden. Ik geloof dat er voldoende grond in deze tekst zit om daadwerkelijk te beginnen aan de constructie van een theorie over het waardevolle in de wereld.

Ik ben vooral actief op het vlak van de logica. De waarde van dit werk zal dan ook vooral te vinden zijn in mijn bijdrage op het vlak van de logica. In die zin zou men kunnen zeggen dat hoofdstukken 1 en 2 overbodig zijn. Ik denk echter dat het een uitdaging is voor iemand die de ambitie heeft doctor in de wijsbegeerte te worden, om zijn activiteiten betekenis te geven door ze te plaatsen in een ruimer kader.

Een eerste ruimer kader waarin logici hun onderzoek kunnen plaatsen, is de (re)constructie van wetenschappelijke theorieën,[7] maar ook in verband met de constructie van wetenschappelijke theorieën stelt zich de vraag of we ze in een ruimer betekenisgevend kader kunnen plaatsen.[8] Uiteindelijk kom ik dan bij de vraag die tegelijk een vraag betreffende het ruimste kader is, en een vraag over het meest dichtbije, namelijk de vraag naar het wat en het hoe van een zinnig leven. En hiermee wordt meteen een rode draad aangeraakt die doorheen mijn bezigheden loopt: we moeten het antwoord op 'de grote vragen des levens' niet ver weg zoeken, maar opbouwen vanuit ons dagelijks leven. De idee om als logicus een bijdrage te leveren tot de constructie van een wetenschap die zich bezighoudt met vragen over het waardevolle in de wereld, leek mij dan ook onmiddellijk evident betekenisgevend. Het enige probleem daarmee is echter dat een dergelijke wetenschap niet bestaat. Misschien moet je logicus zijn om niet te geloven dat iets waardevols onmogelijk is zolang het tegendeel niet bewezen is, en ik heb mij dan ook afgevraagd waarom een wetenschap van het waardevolle in de wereld alsnog niet bestaat en niet zou kunnen bestaan. Bij dit onderzoek heb ik mij ook op een terrein begeven dat strikt genomen niet het terrein van een logicus is, maar voor mezelf was dit onderzoek van groot belang. Ik heb me vragen gesteld over ons wereldbeeld, over ons kennisbeeld, en over vooroordelen op het vlak van wat al dan niet wetenschappelijk is. Een summier verslag van dit onderzoek vind je in hoofdstukken 1 en 2. Hoe ik ertoe kom te stellen dat de tijd rijp is om te beginnen aan de constructie van een wetenschappelijke theorie over het waardevolle in de wereld, lees je in hoofdstuk 1. Bezwaren tegen een dergelijke onderneming en kritische bedenkingen over de mogelijkheid van een dergelijke onderneming probeer ik in hoofdstuk 2 te counteren. Pas in hoofdstuk 3 kom ik er dan toe mijn

[7] Sinds Gödel hebben een aantal logici zich toegelegd op een paraconsistente reconstructie van de rekenkunde. Zie bijvoorbeeld [Mortensen:1995].

[8] Zie ook sectie 1.1.

bijdrage op het vlak van logica in te leiden.

Naar de lezer toe vind ik het essentieel om een aantal persoonlijke opvattingen vooraf kenbaar te maken.

Vanuit onze werkelijkheid over onze werkelijkheid. Wij kunnen niet naast het universum gaan staan om van daaruit te bekijken wat het allemaal te betekenen heeft. Wij kunnen niet uit de geschiedenis stappen, om het wat, hoe, waarom en waartoe van de mensheid te overschouwen. Wij kunnen ons voorstellen dat een schepseltje vanuit Andromeda het reilen en zeilen op aarde bekijkt, en dat het dit reilen en zeilen merkwaardig maar verwaarloosbaar vindt, maar zolang wij zelf kijken vanop de aarde, hebben wij geen boodschap aan hoe ons bestaan er uitziet vanuit Andromeda. Dergelijke beschouwingen kunnen ons wel afhelpen van zinloze drukte en hoogmoed, maar helpen ons niet dichter bij wat wel de moeite waard is.

Wij zitten te midden in de werkelijkheid die we bevragen, en het is van er te midden in dat wij antwoorden kunnen vinden. 'Het universum' en 'het leven' kunnen wij desnoods beschouwen als de ruimste contexten waarbinnen onze interessantste vragen zich stellen, maar daar houdt het dan ook op. Om een antwoord te vinden op vragen betreffende dit leven, moeten wij vertrekken vanuit ons leven. Antwoorden moeten ons niet van buitenaf opgelegd worden. Wij willen geen kant en klaar antwoord waar wij naderhand onze ervaringen in moeten wringen.

Gemeenschappelijkheid. Een filosoof behoort tot één of meerdere gemeenschappen en maakt gebruik van een gemeenschappelijke taal die haar betekenis ontleent aan de gemeenschappelijke wereld en aan gekende praktijken. Het werk van de filosoof wil een bijdrage zijn tot het leven van de gemeenschap(pen) waartoe zij of hij behoort. In verband met een tekst als deze denk ik heel concreet aan de gemeenschap van iedereen die deze tekst leest. Ik vind dan ook niet dat wij universele waarheden moeten proberen te formuleren in een taal die iedereen begrijpt. Wij kunnen beter iets bescheidener zijn en aan een taal werken die wij onder elkaar kunnen gebruiken, en proberen tot kennis te komen waar wij iets aan hebben. De concrete gemeenschappen waartoe ik behoor, spelen vanzelfsprekend een belangrijke rol in mijn woordgebruik en in de vorming van mijn opvattingen. Met betrekking tot deze tekst als academische tekst vormen de mensen van het centrum voor logica en wetenschapsfilosofie de eerste gemeenschap waartoe ik behoor. Ik vind het vanzelfsprekend dat ik door mijn waardering voor bijvoorbeeld Dirk Batens en Wim Christiaens hun teksten met een speciale aandacht lees. Het boek *"Menselijke kennis"* van Dirk[9] en de doctoraatsverhandeling van Wim[10] hebben dan ook een grote invloed op mijn werk. Ook de baanbrekende doctoraatsverhandeling van Joke Meheus[11] heeft mij flink geholpen in mijn strijd tegen vooroordelen van anderen en van mezelf. Een iets ruimere gemeenschap wordt gevormd door mensen van onze vakgroep. Als ik werken lees van professoren zoals Rudolph Boehm, Karl Boullart, Ronald Commers of

[9] [Batens:1992].
[10] [Christiaens:2001].
[11] [Meheus:1997].

Herman De Ley, die boeiend les gaven, dan is mijn betrokkenheid automatisch intenser omdat ik deze mensen *live* meegemaakt hebt. Automatisch spiegel ik mijn opvattingen aan hun opvattingen. Dit ‘automatisch spiegelen van opvattingen’ heb ik ook tegenover de ‘paraconsistente logici’ Graham Priest, Bob Meyer en Jerzy Perzanowski, die ik ook in verschillende omstandigheden *live* mocht meemaken. In heel ruime zin behoor ik ook tot de filosofische traditie die een voor-start neemt met Herakleitos, en dan definitief op dreef geraakt met Plato en Aristoteles, en die vervolgens gekleurd wordt door het Joods-Christelijke en Arabische denken, om na het succes van de moderne filosofen uiteen te waaieren in verschillende gespecialiseerde disciplines. Dit behoren tot de westerse filosofische traditie wil ik ook als volgt in rekening brengen, of misschien moet ik zeggen: ik wil er op de volgende manier gebruik van maken. Ik ga ervan uit dat de belangrijkste filosofen problemen hadden die ook nog onze problemen zijn, en dat zij ten aanzien van deze problemen oorspronkelijke inzichten hadden. Deze problemen en oorspronkelijke inzichten interesseren mij het meest, en bij het lezen van filosofen, ga ik dan ook vooral daarnaar op zoek. Ik vind het probleem vaak interessanter dan de oplossing, en ik vind de oorspronkelijke inzichten belangrijker dan hoe zij uitgewerkt worden. Mijn idee is dat de gestelde problemen en de basisinzichten veeleer voortkomen uit het geleefde leven, terwijl de oplossingen en de uitwerkingen vooral bepaald worden door de filosofische opvattingen die heersen in de tijd waarin de filosoof leeft. Ook ik ben op methodologisch vlak een kind van mijn tijd. Ik ben sterk beïnvloed door heersende methodologische gewoontes, in de eerste plaats door de gewoontes binnen het centrum voor logica en wetenschapsfilosofie. De naam zelf van het centrum wijst erop dat zijn leden, ondanks alle ‘generatieconflicten’ met de eerste logisch-empiristen, kleinkinderen of achterkleinkinderen van het logisch-empirisme zijn. Dit uit zich bijvoorbeeld in de opvatting dat een theorie kan bepaald worden als een koppel $\langle \Gamma, \mathbf{L} \rangle$ waarin Γ een verzameling domein-specifieke uitspraken is, en $\mathbf{L}$ een logica, die zowel bewijstheoretisch als semantisch gedefinieerd wordt. De generatieconflicten met de eerste logisch-empiristen hebben als gevolg gehad dat de verzameling Γ niet hoeft te worden beperkt tot empirische gegevens in een eenduidige taal, en dat de klassieke logica niet langer als de ene ware logica beschouwd wordt. Met het werk van Leo Apostel en Wim Christiaens ben ik ook geïntrigeerd geraakt door metafysische en ontologische vragen. Kenmerkend voor hun metafysisch of ontologisch denken is bijvoorbeeld de opvatting dat het kennen zelf deel uitmaakt van de werkelijkheid, en de opvatting dat causale relaties zich in de werkelijkheid voordoen. In die zin lijk ik quasi tijd-ruimtelijk gedetermineerd om aan een werkelijkheidsbeeld te werken waarin er plaats is voor onze ervaringen.

Nog twee opmerkingen over gemeenschappelijkheid. Ten eerste, het zou wel eens kunnen zijn dat de impact die opvattingen hebben op ons gedrag, afhankelijk is van de vraag of deze opvattingen gedragen worden door een gemeenschap die we de onze kunnen noemen. Als dit zo is hebben wij er alle belang bij dat waardevolle opvattingen gedragen worden door de gemeenschappen waartoe wij behoren. Ten tweede: het werken binnen een gemeenschap gaat noodzakelijk samen met eenzijdigheid, maar deze kunnen wij counteren met zelfkritiek en met de bereidheid om in dialoog te treden met leden van andere gemeenschappen. De betrouwbaarheid van onze kennis hangt samen met de openheid van onze gemeenschappen.

De relatie tussen taal en wereld. We kunnen de eenzijdigheid van de eigen gemeenschap ook tegengaan door evidenties en vooroordelen die leven in onze gemeenschap bloot te leggen. Ik belicht dit even aan de hand van het interessante probleem van de relatie tussen onze taal en ons wereldbeeld. Wij weten dat onze taal een belangrijke invloed heeft op ons wereldbeeld, maar zijn wij er ons wel degelijk van bewust hoe diepgaand deze invloed kan zijn? Een welgekend (naïef) traditioneel westers wereldbeeld heeft basiskenmerken die volledig overeenstemmen met de structuur van onze subject-predikaat-zinnen: objecten hebben eigenschappen net zoals het grammaticaal onderwerp van mededelende zinnen een predikaat heeft. Is onze wereld zo simpel als onze subject-predikaat-zinnetjes? In zijn "Process and Reality" van 1929 merkte Alfred North Whitehead reeds op dat onze taal en ons wereldbeeld een enorme invloed op elkaar hebben, waardoor dit wereldbeeld vanzelfsprekend lijkt.

> An old established metaphysical system gains a false air of adequate precision from the fact that its words and phrases have passed into current literature. Thus propositions expressed in its language are more easily correlated to our flitting intuitions into metaphysical truth.[12]
>
> This dominance of Aristotelian logic from the late classical period onwards has imposed on metaphysical thought the categories naturally derivative from its phraseology. This dominance of his logic does not seem to have been characteristic of Aristotle's own metaphysical speculations. The divergencies, such as they are, in these lectures from other philosophical doctrines mostly depend upon the fact that many philosophers, who in their explicit statements criticize the Aristotelian notion of 'substance', yet implicitly throughout their discussions presuppose that the 'subject-predicate' form of proposition embodies the finally adequate mode of statement about the actual world. The evil produced by the Aristotelian 'primary substance' is exactly this habit of metaphysical emphasis upon the 'subject-predicate' form of proposition.[13]

Ik hoop dat een banale verwarring tussen grammaticaal subject, en subject in filosofische zin geen rol speelt in het handhaven van dit traditioneel mens- en wereldbeeld. Wij willen dit mens- en wereldbeeld immers ernstig nemen, want het is wijd verspreid en heeft veel impact op onze beeldvorming. Verwarring tussen de structuur van de wereld en de structuur van onze taal kan vermeden worden, denk ik, als we onze taal niet beschouwen als een beschrijving van de objectieve werkelijkheid, maar als een communicatiemiddel, of als een uitdrukking van onze ervaringen. We moeten ook niet vergeten dat een fysische zin niets met een toestand in de wereld te maken heeft als wij onze verbeelding niet gebruiken om betekenis te geven aan die zin en deze betekenis in verband te brengen met onze wereld.

Kennis is niet (al dan niet) objectief. In de westerse wetenschappelijke traditie worden uitspraken zo 'objectief' mogelijk geformuleerd, het is te zeggen, op een manier die probeert abstractie te maken van specifieke subjectieve of individuele bijzonderheden.

[12] [Whitehead:1978], p. 13.
[13] [Whitehead:1978], p. 30.

"Objectief" is hier dus een misleidend woord: het suggereert dat de uitspraken niet gekleurd zijn door één of ander perspectief. Wat kennis betreft, stel ik dan ook voor met het onderscheid individueel/gemeenschappelijk te werken, in plaats van met het onderscheid subjectief/objectief. Om tot gemeenschappelijke uitspraken te komen, moeten wij het individuele niet uitschakelen, maar inschakelen.[14] Als wij het over de wereld hebben, is "objectief" wel een nuttig woord: de objectieve wereld is de wereld zoals hij is onafhankelijk van onze waarneming. Per definitie hebben wij onze verbeelding nodig om ons een beeld te vormen van deze objectieve wereld.

Tussen te veel en te weinig verbeelding Onze kennis en onze wereld zouden niets betekenen als we onze verbeelding niet hadden. Verbeelding hebben we nodig om de eenheid te zien van onze kennis en onze wereld. We kunnen het ook zo stellen: onze kennis bepaalt de vorm van onze verbeelding, onze wereld bepaalt de inhoud van onze verbeelding. We hebben een levendige verbeelding nodig, en vorm en inhoud moeten op elkaar afgestemd zijn.

In deze tekst bestudeer ik onze verbeelding niet, maar ga ik er van uit dat we die verbeelding hoe dan ook moeten gebruiken. Immers: als je je verbeelding niet gebruikt, zie je hier alleen maar inktkrulletjes op papier, en doet het er niet toe wat hier geschreven staat. Het begrip "verbeelding" is zeker geen stoplap die ik gebruik om filosofische problemen op te lossen. Zonder verbeelding zouden er geen filosofische problemen zijn, en zou ons leven banaal worden. Ik denk veeleer dat het in rekening brengen van onze verbeelding een interessant licht werpt op filosofische problemen. Karl Boullart maakt het interssante onderscheid tussen inbeelding en verbeelding.[15] Inbeelding is te veel verbeelding, verbeelding die los geraakt van onze wereld, en er ook niet meer mee te verzoenen valt, terwijl ze toch de pretentie heeft zich op te dringen aan onze wereld.[16] We kunnen de geschiedenis van de filosofie inderdaad beschouwen als een strijd zowel tegen te veel verbeelding als tegen te weinig verbeelding. Karel Boullarts boek *"Vanuit Andromeda gezien. Het bereikbare en het ontoegankelijke."* is zelf een type-voorbeeld van de strijd tegen inbeelding. De strijd tegen te weinig verbeelding valt minder op, want deze kan maar gevoerd worden voor zover diegenen tegen wie gestreden wordt hun verbeelding al willen gebruiken. Te weinig verbeelding uit zich op het vlak van daden in automatisch gedrag en op het vlak van woorden in het spreken zonder iets te zeggen te hebben. Als

[14] Dit belet natuurlijk niet dat kennis die op een bepaald moment *de facto* individueel is —omdat iemand op haar eentje tot die kennis komt bijvoorbeeld— ook onmiddellijk *de jure* als ruim gemeenschappelijke kennis kan beschouwd worden door dat individu. Deze '*de jure*-gemeenschappelijkheid' is niet alleen afhankelijk van de veronderstelde objectieve eigenschappen van het gekende, maar ook van de gewoontes binnen de gemeenschap(pen) waartoe het individu zich rekent. Of deze *de facto* individuele en eventueel *de jure* gemeenschappelijke kennis ook *de facto* gemeenschappelijke kennis wordt, is in de eerste plaats afhankelijk van de communicatie tussen het individu en haar gemeenschap(pen). De kans bestaat namelijk dat het individu er niet in slaagt haar individuele en vermeende *de jure* gemeenschappelijke kennis dusdanig uit te drukken dat de beoogde gemeenschappen er toe overgaan deze kennis als gemeenschappelijke kennis te aanvaarden.

[15] [Boullart:1999].

[16] Fantasie is geen inbeelding, omdat die pretentie ontbreekt, maar heeft in tegenstelling tot onze verbeelding, een vrijblijvend karakter.

de verbeelding op een laag pitje komt te staan, verworden ideeën die ooit hun waarde gehad hebben, tot onuitgesproken vooroordelen of tot holle clichés. Naast de strijd tegen inbeelding (tegen te veel verbeelding) ligt hier een andere taak voor filosofen, namelijk de verbeelding nieuw leven inblazen, door onze werkelijkheid opnieuw te belichten, op een manier die wel weer aansluit bij onze wereld en ons leven. Een nieuw verhaal construeren dus, dat tot de verbeelding spreekt.

Betrokkenheid. Filosofie moet niet zweven. Zij moet geen theoretisch blok zijn dat zijn verantwoording vindt in zichzelf, en dat tegelijk een weergave van de objectieve werkelijkheid is. Filosofie moet geënt zijn op ons gemeenschappelijke leven en daarin haar verantwoording vinden. Het antwoord dat een filosoof als Descartes geeft op levensvragen, is naast de kwestie, want het is geen verhaal vanuit het leven; het is een constructie van een wiskundig brein; het filosofisch antwoord wordt doelbewust losgekoppeld van het leven zoals het reilt en zeilt, van het leven zoals het nu eenmaal blijkt te zijn in de gemeenschap waartoe de filosoof behoort. Filosofie moet gemeenschappelijkheid betrachten, en daartoe moeten wij het individuele perspectief ernstig nemen. Het belangrijkste probleem is dat wij onze ervaringen moeten expliciteren, en dat wij dit nooit adequaat genoeg kunnen. Wij moeten dus blijven expliciteren. Het is echter belangrijk in te zien dat onze ervaringen niet los staan van onze omgeving en dat onze explicitering van deze ervaring niet los staat van de taal van de gemeenschap waartoe wij behoren.

Betrokkenheid is niet alleen een kenmerk van onze kennis maar ook van onze wereld. Er is maar één wereld, waarin niets 'op zich' bestaat. Ik kan me niet voorstellen dat er één 'ding' bestaat met kenmerken die niet mee bepaald worden door zijn omgeving.

Betrokkenheid heeft echter niet louter te maken met ons 'zijn' of 'kennen' maar ook en vooral met onze centrale waarden. Me dunkt dat onze centrale waarden zich realiseren in onze betrokkenheid op onze omgeving en op elkaar. Ik denk dat onze centrale waarden te maken hebben met het vinden van een gepaste vorm voor onze betrokkenheid. Ik denk ook dat wie muren optrekt tussen mensen,[17] en dus betrokkenheid belemmert, het realiseren van centrale waarden in gevaar brengt, ook voor zichzelf. Betrokkenheid is ten andere meer dan een toestand waarin 'muren' ontbreken; het waarmaken van onze betrokkenheid is een voortdurende 'positieve' uitdaging.

[17] Bijvoorbeeld op wereldschaal: tussen noord (het westen) en zuid.

Hoofdstuk 1

Een eerste verkenning

Wir fühlen, daß selbst,
wenn alle möglichen wissenschaftlichen Fragen beantwortet sind,
unsere Lebensprobleme noch gar nicht berürt sind.[1]

1.1 Bezinning

De eerste vraag die wij ons moeten stellen, individueel en maatschappelijk, is *"Wat te doen?"* De belangrijkste richtlijn hierbij is: *"Zorg dat het leven zinnig is, dat het de moeite waard is."* Als we die richtlijn concreet willen maken, moeten wij ons afvragen wat de moeite waard en zinnig is, en hoe wij dit kunnen realiseren. Wanneer we al volop bezig zijn met de realisatie van een zinnig en gewaardeerd leven, kan het geen kwaad af en toe stil te staan bij onze bezigheden, en ons af te vragen wie er eigenlijk iets aan heeft. Ik wil mij even bezinnen over hoe dit zit met onze wetenschappelijke bezigheden.

(*i*) Wie tot *inzicht* wil komen in het reilen en zeilen van onze wereld, heeft ongetwijfeld iets aan de output van de wetenschappelijke bezigheden. Voor inzichten in je eigen lichaam of je eigen psychè, bijvoorbeeld, kun je in de biologie of in de psychologie terecht.

(*ii*) *De wetenschappelijke bezigheden zelf*, (onderzoek en theorievorming) zijn natuurlijk ook vaak zinnig en waardevol. Een ontdekking doen of tot een verhelderend inzicht komen, is vaak een passionele gebeurtenis. Aristoteles ging al zo ver om het bezig zijn met kennis louter omwille van het inzicht het summum van wetenschap te noemen.[2]

[1] [Wittgenstein:1975], p. 150 (item 6.52).

[2] In het boek Alpha vinden we de volgende passage:

> [D]at de wetenschap die om harentwille en terwille van het weten verkozen wordt, eerder wijsheid is dan de wetenschap die gekozen wordt voor haar resultaten, en dat de meer gebiedende eerder wijsheid is dan de ondergeschikte wetenschap (de wijze moet immers geen bevelen krijgen, maar moet bevelen geven, en niet hij moet aan een ander gehoorzamen, maar de minder wijze veeleer aan hem). ([Aristoteles: Alpha], 982a, p. 61)

Hij geeft ook een toelichting bij deze opvatting: "Zowel nu als vroeger zijn de mensen aan filosofie (*iii*) Naast inzicht, onderzoek en theorievorming zijn natuurlijk ook veel *toepassingen* belangrijk. Van de doelen die wij ons stellen, kunnen wij er dank zij de verworvenheden van de wetenschappen veel efficiënt realiseren. Ik noem maar enkele van die doelen: zieken en slachtoffers genezen, de Sahara vruchtbaar maken, vliegen, robots maken die in onze plaats hard of vervelend labeur verrichten.

Over welke doelen we moeten kiezen, spreken de wetenschappen zich niet uit. Er is natuurlijk wel wetenschappelijke kennis over de voorwaarden waaraan moet voldaan zijn om te kunnen leven, en er worden wetenschappelijke voorspellingen gemaakt over de invloed van onze huidige bezigheden op onze gezondheid en op de leefbaarheid van onze wereld, maar als we inzicht willen in het wat en het hoe van het waardevolle in de wereld, dan laten de wetenschappen ons in de kou staan. Ik zie twee oorzaken van deze 'kou'.

Vooreerst is het wetenschappelijke onderzoek vooral gericht op vinden van verklaringen voor objecten, gebeurtenissen, toestanden en processen in de wereld. Om vat te krijgen op het waardevolle in de wereld hebben we theorieën nodig die niet alleen verklarend maar ook betekenisgevend zijn. Er is echter geen reden waarom verklaren wel een wetenschappelijke betrachting zou kunnen zijn, en betekenis geven niet. Of —als we verklaren zien als één van de manieren om betekenis te geven— er is geen reden waarom we betekenis geven aan 'de dingen in de wereld' zouden moeten beperken tot een verklaring voor 'de dingen'.

De tweede oorzaak heeft te maken met een strenge of enge visie op wat "wetenschappelijk" is. Deze enge visie uit zich subliem in de opvatting dat alleen 'objectieve waarnemingen' onder heel specifieke omstandigheden, en 'strikt rationeel denken' volgens de regels van de ene universele logica, in aanmerking komen om onze wetenschappelijke kennis gestalte te geven. Het minste wat we kunnen zeggen is dat er heel wat ervaringen zijn die in deze enge visie niet als wetenschappelijk beschouwd worden. Dit brengt met zich mee dat het wetenschappelijke beeld van de wereld —in deze visie— niet zo kleurrijk is als ons dagelijks beeld van de wereld. De oorzaak van deze restrictie op het vlak van ervaringen is vermoedelijk te vinden in het moderne verlangen naar absolute zekerheid èn in de opvatting dat alles wat te maken heeft met het waardevolle in de wereld subjectief en dus onbetrouwbaar is. Wetenschappen die aan 'het waardevolle' raken, doen dat dan ook vaak op een manier waar ik vragen bij heb. Naar (waarde)beleving wordt bijvoorbeeld wel neurobiologisch onderzoek gedaan, maar dit onderzoek toont ons enkel welke hersencentra er hierbij actief zijn. Wat het is op te gaan in een gewaardeerde bezigheid, kunnen neurobiologen niet vaststellen.[3] Wetenschappelijke kennis in verband met waarden en doelen bestaat vooral in het inventariseren en classificeren van wat mensen waardevol

gaan doen wegens het verwonderd-zijn." Deze visie op kennis is niet zo verwonderlijk. Als we —zoals aangegeven wordt op pagina 13— de geschiedenis van de filosofie bekijken als een strijd tegen te veel verbeelding enerzijds, en tegen te weinig verbeelding anderzijds, dan is het normaal dat iemand uit de beginperiode van de geschiedenis van de filosofie —de periode waarin de verbeelding zich begon te veruitwendigen in een gemeenschappelijke taal— enthousiast was over het feit dat mensen tot kennis van de wereld *kunnen* komen.

[3]In een voetnoot op pagina 7 vermeldde ik al dat wij op basis van de draadjes en chips in een televisietoestel weinig zinnigs kunnen zeggen over de films die op tv getoond worden. De meetbare neurobiologische veranderingen in mijn hersenen verschaffen mij niet meteen veel inzicht in wat een waardevol leven zou kunnen inhouden.

zeggen te vinden. "Wat mensen *zeggen*, kunnen we registreren, wat ze beleven niet", luidt de redenering.[4] Rokeach deed een dergelijk onderzoek in [Rokeach:1973], en kwam tot:[5]

> Een comfortabel leven, een opwindend leven, wereldvrede, gelijkheid, vrijheid, geluk, nationale veiligheid, plezier, verlossing, sociale erkenning, ware vriendschap, wijsheid, een wereld vol schoonheid, geborgenheid in het gezin, volwassen liefde, zelfrespect, het gevoel iets bereikt te hebben, innerlijke harmonie.

Wij kunnen aannemen dat de bevraagde mensen eerlijk geprobeerd hebben om de eigen beleving te verwoorden, maar als het inderdaad zo is dat bijvoorbeeld ware vriendschap voor bepaalde mensen een centrale waarde is, zijn wij beter af met een beschrijving van wat ware vriendschap tot centrale waarde maakt, en hoe wij ware vriendschap kunnen verwezenlijken. Als ik mij afvraag wie iets heeft aan een onderzoek als dat van Rokeach, denk ik vooral aan marketing-mensen. Wie inzicht wil in wat ware vriendschap tot een centrale waarde maakt, blijft in de kou staan. Wie wil weten hoe je een opwindend leven kunt realiseren, wordt aan de reclame-jongens overgelaten. Het onderzoek naar wat mensen waardevol zeggen te vinden, lijkt mij dan ook naast de kwestie. Als ik de uitdrukking "het waardevolle in de wereld" gebruik, heb ik het niet over grote woorden, slogans, principes of vlaggen, maar over wat er zich voordoet in de wereld. Wij hebben geen inventaris nodig van woorden, maar kennis van de werkelijkheid achter deze woorden. Stel je voor dat een fysicus een boek schrijft over wat Jan en Miet vinden van de zwaartekracht—zouden wij dat fysica noemen ?

Kunstwetenschappers houden zich bezig met kunstobjecten, en sommige kunstobjecten kunnen we wel degelijk waardevol noemen. Onze betrokkenheid op het waardevolle in de wereld kan echter niet gereduceerd worden tot de esthetische beleving van kunstwerken. Kunstwerken maken weliswaar deel uit van de wereld, maar hebben toch vooral een mediumaal karakter. Zij zijn eerder een expressie van betrokkenheid of een middel om betrokkenheid op de wereld te realiseren, dan dat zij zelf het voorwerp van onze betrokkenheid zijn. In die zin stel ik kunstwerken op hetzelfde niveau als wetenschappelijke theorieën: ze drukken een specifiek geheel van ervaringen (van de wereld) uit, en kunnen medebepalend zijn voor verdere acties en waarnemingen. Kunstenaars staan er echter niet voor gekend om bij de expressie van hun betrokkenheid vooral te letten op die aspecten van hun ervaringen die we gemeenschappelijk kunnen noemen. En wanneer een kunstenaar erin slaagt universeel-menselijke aspecten van de betrokkenheid op de wereld mediumaal weer te geven, wordt deze 'kunst' nog al te vaak toegeschreven

[4] Quine en Ullian beschouwen uitspraken als *"I am in pain"* en *"I seem to see blue now"*, niet als observationele *zinnen* maar wel als observationele *data*: *"What is comparable to the cat's being on the mat is not the person's feeling pain or seeing blue, but the reporting pain or blue—the verbal behavior. This verbal behavior is indeed available as a datum for further theorizing; it is a datum to which multiple witnesses might attest."* [Quine/Ullian:1978], p. 21.

[5] Ik vond deze informatie op het wereldwijd web, op `http://edu.pscw.uva.nl/cw/ps/pc1/college10/col10-waarden-5/sld005.htm`, en `/sld012.htm`, een webpagina van Bas van den Putte en Angela van der Lee, Universiteit van Amsterdam. Opvallend is dat de enige relevante webpagina's die je vindt met het zoekwoord "eindwaarden" te maken hebben met persuasieve communicatie of marketing. Rokeach heeft het in het Engels over "terminal values", maar als zoekwoord levert dit al even weinig interessante websites op.

aan ‘het genie van de kunstenaar’. Openstaan voor (het waardevolle in) de wereld, en op een creatieve manier onze bevindingen tot uitdrukking brengen, zijn echter vaardigheden, die we kunnen oefenen, en die we ook kunnen aanleren.[6]

Als we iets willen lezen over het waardevolle in de wereld dat bruikbaar is bij ons eigen streven naar een zinnig en gewaardeerd leven, kunnen we niet eventjes een handboek raadplegen. We zijn aangewezen op literaire of filosofische werken. Beide soorten werken lopen in zekere zin op één been. Filosofen hebben de neiging alleen maar het universele en algemeen-menselijke belangrijk te vinden. In romans ontbreekt dan weer een systematische aanpak.

De klassieke filosofische werken die betekenisgevend willen zijn, wekken de indruk te vertrekken vanuit een vooraf gegeven betekenisgevend kader (dat veelal “God” genoemd wordt). Veel van deze klassieke filosofische werken verwaarlozen dan ook —of minachten uitdrukkelijk— onze concrete ervaringen, ons dagelijkse interacties met elkaar en de wereld. Veel van deze filosofische werken getuigen helaas meer van het denken van de filosoof in kwestie dan van een concreet onderzoek in de wereld.[7] Filosofen die een betekenisgevend kader willen schetsen voor ‘de dingen in de wereld’ kunnen beter een voorbeeld nemen aan Galileo. Wanneer Galileo tot inzicht wilde komen in het hoe en het wat van de dingen in de wereld, ging hij zich niet in een zetel zetten denken, maar verrichtte hij op een systematische wijze onderzoek. Hij liet bollen van hellende vlakken rollen, liet kogels van torens vallen, en baseerde zich op dit concrete contact met de wereld om zijn kennis van de wereld gestalte te geven. Filosofische werken over het waardevolle in de wereld daarentegen wekken zelden de indruk gebaseerd te zijn op concreet contact met de wereld. Wanneer Galileo iets wilde te weten komen over de beweging van vallende voorwerpen, liet hij voorwerpen vallen, en liet hij bollen van hellende vlakken rollen. Filosofische werken over het waardevolle in de wereld wekken zelden de indruk gebaseerd te zijn op veldwerk.[8]

Filosofisch werk dat ik bijzonder waardeer, en dat naar mijn mening heel belangrijk is naar de constructie van een wetenschap van het waardevolle in de wereld toe, is dat werk van Jaap Kruithof waarin hij een conceptueel apparaat ontwikkelt waarmee we onze concrete waarnemingen genuanceerd kunnen uitdrukken in woorden. Het werk van Jaap Kruithof richt onze blik op de wereld en leert ons meteen ook genuanceerd te kijken. Jaap Kruithof slaagt er als geen ander in om filosofische en ethische onderwerpen grondig te behandelen zonder zelf waardeoordelen uit te spreken. Hij is een meester in het aanbrengen van talige onderscheiden die van toepassing zijn op zingeving, waardering of het morele verschijnsel.[9] Als we concreet onderzoek willen doen, als we onze kennis van het waardevolle willen opbouwen op basis van concrete waarnemingen, dan moeten

[6] Zie ook [Meheus:1997] en sectie 2.2.2.

[7] Wie een idee wil krijgen van het ‘rijke ervaringsleven’ waarop de gigantische filosofische bouwwerken van Immanuel Kant gebaseerd zijn, moet eens §14 “Erläuterung durch Beispiele” lezen in *Kritik der Urteilskraft”* lezen ([Kant:KdU]).

[8] Ik wil hiermee het belang niet minimaliseren van filosofisch werk waarin gezocht wordt naar een verklaring voor de waarden die mensen zeggen te hebben, of waarin een overzicht en/of een evaluatie van bestaande waardetheorieën wordt gegeven. Ik probeer enkel zo duidelijk mogelijk te schetsten wat ik van een wetenschappelijke theorie over het waardevolle in de wereld verwacht.

[9] Zie [Kruithof:1968] en [Kruithof:1973].

die waarnemingen op de een of andere manier georganiseerd worden, en de onderscheiden die iemand als Kruithof aanbrengt in verband met waardering en het waardevolle,[10] zijn richtinggevend.

Een ander wijsgerig werk dat ik hier graag vermeld is *"Vanuit Andromeda gezien"* van Karl Boullart.[11] In dit werk, dat weliswaar gekenmerkt wordt door een moderne drang naar absoluutheid, toont hij niet alleen aan dat heel wat historische zingevingsprojecten een trivialisering van het leven met zich meebrengen, maar ook dat alles wat waardevol is op zich, esthetisch van aard is, en dat is voor mij dan weer het meest interessante wat ik omtrent centrale waarden gelezen heb. Voor alle duidelijkheid, ik ben een leek op het vlak van de ethiek, en hoewel ik meen dat er een sterke wisselwerking is tussen 'wat is' en 'wat behoort', en hoewel ik weet dat waarneming theoriegebonden is, denk ik toch dat een wetenschap van het waardevolle eerder gestalte moet krijgen vanuit concrete waarnemingen dan vanuit opvattingen over waarden en normen.[12]

In de literatuur vinden we wel werk dat te lezen is als een verslag van concrete ervaringen, van concrete interacties met de wereld. Het concrete en herkenbare van dit werk is precies één van de redenen waarom literatuur zo boeiend kan zijn. Literaire werken hinken echter op het andere been: er is zelden sprake van systematisering.[13]

---

[10] Zie bijvoorbeeld [Kruithof:1968], p. 256–298.

[11] [Boullart:1999].

[12] In de inleiding tot *"Waarden in deze tijd"*, komt Paul Schotsmans tot de bevinding dat de waardeleer van Rokeach een goede gids is bij een onderzoek naar waarden in deze tijd. Als motivering voor deze bevinding stelt hij dat we op een bepaald moment een keuze moeten maken tussen onderzoek op basis van "waardeneigenschappen van objecten of personen" (p.20). Hoe maakt hij zijn keuze ? (De beklemtoning is van mijn hand.) "[Kiezen voor het eerste] betekent echter dat **duizenden objecten in aanmerking komen**. .../... **Daarom gaan we liever uit van de stelling dat het aantal waarden beperkt is**. We verkiezen dan ook de meer personalistische aanpak." ([Schotsmans:1986], p. 20). Waar Bas van den Putte en Angela van der Lee in hun hoger vermelde bespreking van het werk van Rokeach nog 18 centrale waarden vermeldden, komt Paul Schotsmans overigens nog slechts tot 7 fundamentele waarden: "een comfortabel leven, wereldvrede, gelijkheid, vrijheid, geluk, innerlijke harmonie, zelfrespect, eeuwig leven, vriendschap, of wijsheid" ([Schotsmans:1986], p. 21). Een opwindend leven, nationale veiligheid, plezier, verlossing, sociale erkenning, geborgenheid in het gezin, volwassen liefde, en een wereld vol schoonheid zijn blijkbaar uit de pop-poll verdwenen, terwijl 'eeuwig leven' de top-10 vervoegd heeft.

[13] Laat mij u *for the sake of an argument* de volgende passage voorschotelen uit *"Max Havelaar"* van Multatuli. Multatuli probeert in woorden uit te drukken waarom de schoonheid van de vrouwen te Arles hem *wel* boeit. Tegelijk lees ik in deze passage een kritiek op een 'streng wetenschappelijke houding' ten aanzien van 'het schone'.

"Zóó-iets heb ik nooit ergens meer ontmoet. Ik was gewoon aan teleurstellingen by 't zien van alles wat zoo hoog wordt opgehemeld. Ziet eens, by-voorbeeld, de watervallen waarvan men zooveel spreekt en schryft. Wat my betreft, ik heb weinig of niets gevoeld te Tondano, te Maros, te Schafthausen, by den Niagara. Men moet zyn boekjen inzien om daarby de vereischte maat zyner bewondring by de hand te hebben, over "zóóveel voeten vals" en "zóóveel kubiek-voeten waters in de minuut" en als die cyfers dan hoog zyn, moet men hè zeggen. Ik wil nooit weer watervallen zien, althans niet als ik er een omweg voor moet maken. Die dingen zeggen me niets ! Gebouwen spreken me wat luider toe, vooral wanneer 't bladzijden uit de geschiedenis zyn. Maar hierby spreekt een gevoel van heel anderen aard ! Men roept de vergangenheid op, en laat de schimmen van 't verledene de revue passeeren. Hieronder zyn zeer afschuwelyke, en dus, hoe belangryk diet soms wezen moog, men vindt in zyn gewaarwordingen niet altyd voldoening voor schoonheidsgevoel... onvermengd althans nooit ! En zonder de geschiedenis er byteroepen, is er wel veel schoons in sommige gebouwen, maar 't wordt gewoonlyk bedorven door de gidsen —van papier, van vleesch en been... 't komt overeen uit !— gidsen, die je den indruk wegstelen door hun eentonig:

Het feit dat ik naar Boullart en Multatuli verwijs, wijst er misschien op dat de vraag naar het waardevolle in de wereld niet moet behandeld worden in een wetenschap maar wel in de esthetica of in de literatuur. Ik denk echter dat we hier te maken hebben met een historisch gegroeide 'taakverdeling' tussen kunst en esthetica enerzijds en wetenschappen anderzijds. Deze taakverdeling is voor herziening vatbaar. Kunstenaars en esthetici houden zich bezig met ervaringen in al hun rijkdom, en wetenschappers houden zich enkel bezig met strikte waarnemingen. Het is niet overdreven te stellen dat de wetenschappelijke output tendeert *clean* te zijn, ik zou zelfs durven gewagen van een smetvrees ten aanzien van alles wat een zweem van subjectiviteit zou kunnen hebben. Deze taakverdeling en deze smetvrees hangen vermoedelijk samen met de wetenschappelijke eis van maximale zekerheid en met de opvatting dat we uit 'wat is' niets kunnen besluiten over 'wat moet'. Er is duidelijk een verband tussen het waardevolle in de

---

"deze kapel is opgericht door den bisschop van Munster in 1423... de zuilen zyn 63 voeten hoog en rusten op... ik weet niet wat, en het kan me niet schelen ook. Dat gebabbel is vervelend, want men voelt dat men dan juist drie-en-zestig voet bewondering moet gereed hebben, om niet in de oogen van sommigen door te gaan voor een Vandaal of geschäftsreiziger... dàt is een ras!"

" .../... Nu men zou zeggen, houd dan je gids in den zak, als hy gedrukt is, en laat hem buiten staan of zwygen in 't ander geval, maar behalve dat men werkelyk tot eenigszins juist oordeelen, dikwyls inlichting noodig heeft, zoude men, ook al kon men de inlichting altyd missen, toch te-vergeefs in eenig gebouw iets zoeken, dat langer dan een kort oogenblik beantwoordt aan ons verlangen naar het schoone, omdat het niet beweegt. Dit geldt, geloof ik, ook voor beeldhouwwerk en schilderstukken. Natuur is beweging. Groei, honger, denken, gevoelen, is beweging... stilstand is de dood! Beproef maar eens daar te zitten zonder u te verroeren, ge zult zien hoe spoedig je een spookachtigen indruk maakt op ieder ander, en zelfs op je eigen verbeelding. By 't mooiste tableau vivant verlangt men al gauw naar een volgend nummer, hoe heerlyk ook de indruk was in 't begin. Daar nu onze schoonheidszucht niet voldaan is met één blik op iets schoons, maar behoefte heeft aan een reeks van opvolgende blikken; op de beweging van het schoone, lyden wy aan iets onvoldaans by 't aanschouwen van die soort van kunstwerken[.] .../...

— Maar, bracht Duclari in 't midden, ge hebt ook de watervallen verworpen als uitdrukking van het schoone. Watervallen bewegen toch!

— Ja, maar... zonder geschiedenis! Ze bewegen, maar komen niet van de plaats. Ze bewegen zich als een hobbelpaard, minus nog het va et vient. Ze geven geluid, maar spreken niet. Ze roepen: hrroe... hrroe... hrroe... en nooit iets anders! Roep jy eens zesduizend jaar of langer: hrroe... hrroe... en zie eens hoe weinigen je voor een onderhoudend mensch zullen aanzien."([Multatuli], p. 158-159.)

In wat volgt wordt verteld hoe een schilderij dat de onthoofding van Maria Stuart te Fotheringhay afbeeldt, algauw vervelend wordt, en nooit dezelfde indruk maakt als de historische gebeurtenis zelf. De tekst gaat vervolgens aldus verder:

"— Maar wat is er dan voor beweging in de schoonheid der vrouwen te Arles? vroeg Verbrugge.

— O, dàt is iets anders! Zy spelen een geschiedenis uit in haar trekken. Karthago bloeit en bouwt schepen op haar voorhoofd... hoor den Hannibals-eed tegen Rome... daar vlechten zy koorden voor de bogen... daar brandt de stad... .../... Verbeeld u... ik zeg niet, daar heb ik een vrouw gezien, die zóó of zóó schoon was, neen: allen waren zy schoon, en 't was dus een onmogelykheid daar pour tout de bon verliefd te worden, omdat elke volgende weer de vorige uit je bewondering verdrong, en ik dacht daarby waarlyk aan Caligula of Tiberius —van wien vertellen ze 't fabeltje?— die 't heele menschelyk geslacht maar één hoofd toewenschte. Zóó namelyk kwam onwillekeurig de wensch in my op, dat de vrouwen te Arles...

— Maar één hoofd hadden samen?

— Om't afteslaan!

— Wel neen! Om... het te kussen op 't voorhoofd, wilde ik zeggen, maar dat is het niet! Neen om er op te staren, en er van te dromen, en om... goed te zyn!" ([Multatuli], p. 162.)

wereld en de normen die we hanteren; en waarnemingen van de waardevolle aspecten van de wereld kunnen alsnog niet bogen op een even hoge graad van zekerheid als het 'objectieve' waarnemen van kwantitatieve kenmerken van de wereld. Deze vaststellingen volstaan blijkbaar om de waarneming van waardevolle aspecten van de wereld uit het wetenschappelijke veld te weren. Wetenschappen kunnen echter een veel wijdere waaier van ervaringen van de wereld omvatten dan ze nu doen, en dit hoop ik aan te tonen in deze tekst.

Het is misschien aangewezen om toch al iets te zeggen over de invulling die ik geef aan de term "het waardevolle in de wereld". Het waardevolle in de wereld beschouw ik als iets werkelijks, als iets wat zich, net als fysische krachten, al dan niet voordoet in de wereld. In *"The felt meanings of the world. A metaphysics of feeling"* maakt Quentin Smith het onderscheid tussen *importances* en *values*. *Importances* zijn veeleer dingen die *zijn*, *values* zijn veeleer dingen die *zouden moeten zijn* of *niet zouden mogen zijn.*[14] Wat ik bedoel met "het waardevolle in de wereld" sluit dan veeleer aan bij "importances" dan bij "values".

Ik geef opzettelijk geen definitie van "het waardevolle in de wereld". De wetenschappelijke bepaling van het waardevolle is precies het probleem dat hier gesteld wordt. Om dit probleem zinvol te kunnen stellen moet ik ervan uitgaan dat iedereen die wil bijdragen tot de oplossing van het probleem reeds een vage notie heeft van wat de extensie van de uitdrukking "het waardevolle in de wereld" is. De vaagheid van de uitdrukking maakt het probleem dat hier gesteld wordt tot een echt probleem.[15]

Quentin Smith stelt ook dat de moderne wetenschappen en de moderne filosofie antwoorden zoeken op waarom-vragen, terwijl *the meanings of the world* slechts te vatten zijn als we de vraag stellen "wat is belangrijk ?". Ik werk liever met het onderscheid tussen theorieën die verklarend willen zijn, en theorieën die betekenisgevend willen zijn. Beide soorten theorieën willen onze waarnemingsgegevens plaatsen in een coherent verhaal. Ik beschouw verklaren eigenlijk ook als een vorm van betekenis geven. Ik denk dat de moderne wetenschappers en filosofen 'betekenis geven' verengd hebben tot 'verklaren' omdat de meeste betekenisgevende systemen tot dusver een hoge graad van irrationaliteit of dogmatiek vertoonden.[16]

Laat ons nu terugkomen op onze bezinning over de wetenschappelijke bezigheden. De wetenschappen beogen kennis die niet alleen gekenmerkt wordt door 'objectiviteit'[17] maar ook door rationaliteit. Etienne Vermeersch maakt het onderscheid tussen macrorationaliteit en micro-rationaliteit,[18] begrippen die voor zich spreken, denk ik, en we kunnen gerust zeggen dat de wetenschappelijke bezigheden vooral gekenmerkt worden door micro-rationaliteit. Als we rationaliteit betrachten, moeten we vanzelfsprekend ook macro-rationaliteit betrachten, en ons ernstig bezig houden met vragen omtrent onze

[14] [Smith Q.:1986], p.20.

[15] Zie de invulling die Joke Meheus geeft aan "een slecht bepaald probleem", sectie 2.2.2, pagina 48.

[16] Het is precies van dergelijke betekenisgevende systemen dat in [Boullart:1999] aangetoond wordt dat ze niet voldoen aan de condities van detrivalisering.

[17] Waarom ik "objectiviteit" tussen aanhalingstekens plaats, wordt duidelijk doorheen deze tekst.

[18] [Vermeersch:1974]

einddoelen of centrale waarden. Ik zie overigens niet in waarom we deze vragen niet rationeel zouden kunnen aanpakken. Er is geen reden om deze vragen naast ons neer te leggen als zijnde subjectieve of individuele vragen. Het feit dat verschillende mensen verschillende centrale waarden zeggen te hebben, impliceert niet dat de beleving van of het realiseren van centrale waarden geen gemeenschappelijke kenmerken zou hebben. Zelfs als we zouden vaststellen dat de specifieke invulling van centrale waarden een uiterst subjectieve of individuele kwestie is, zou deze vaststelling geen argument leveren om ons niet bezig te houden met de vraag naar het hoe en het wat ervan.[19]

Ik denk wel dat het in rekening brengen van het feit dat we onze centrale waarden willen realiseren, ertoe leidt dat we de waardevolle aspecten van de wereld ernstig nemen. En omgekeerd denk ik ook dat we een beter inzicht zullen krijgen in wat onze centrale waarden wel en niet kunnen zijn, als we over wetenschappelijke kennis over het waardevolle in de wereld beschikken. Vooraleer we de wereld beginnen te veranderen in functie van geponeerde normen en vlaggen-waarden, moeten we zicht krijgen op de concrete werkelijkheid van het waardevolle.

Het ontbreken van een degelijke theorie over het waardevolle in de wereld is des te erbarmelijker als ook nog zou blijken dat deze lacune ertoe leidt dat de behoefte aan een zinnig en gewaardeerd leven ingevuld wordt met het verwerven van 'de nodige middelen om goed te kunnen leven', en dat hiermee samenhangend het maatschappelijk leven als een concurrentiestrijd ervaren wordt. Concurrentie kan wel een interessante deining te weeg brengen in ons leven, maar als er steeds meer mensen uit de boot vallen omdat iedereen zijn uiterste best doet om in de boot te blijven, dan loopt er duidelijk iets fout. Het is dikwijls knokken of verzuipen, en wij hebben het te druk met de dagelijkse strijd om lang stil te staan bij zinvragen. 'In de boot blijven' lijkt voor velen de impliciete centrale waarde te zijn; waarheen de boot vaart wordt niet in vraag gesteld. Bovendien ziet het ernaar uit dat het produceren en gebruiken van 'de nodige middelen om goed te kunnen leven' weliswaar zeer efficiënt is op kleine schaal, maar op grote schaal mensenlevens in gevaar brengt en de leefbaarheid van de wereld in het gedrang brengt.

Er heersen een aantal vooroordelen omtrent de mogelijkheid om een wetenschappelijke theorie te construeren over het waardevolle in onze wereld.[20] Deze vooroordelen gaan vaak samen met een ongenuanceerd beeld van wat exacte wetenschappen zijn. Ook de exacte wetenschappen hebben een ontstaansgeschiedenis, en zijn niet van de ene op de andere dag exact geworden. Het eerste wat we moeten doen om te beginnen aan een theorie over een nieuw domein, is onze ervaringen binnen dat domein ernstig nemen en het voorwerp van onze ervaringen proberen te verwoorden in een gemeenschappelijke taal. Dit geldt voor een theorie over atomen evenzeer als voor een theorie over het waardevolle in de wereld. De nauwkeurigheid van de gemeenschappelijke taal groeit

[19] Een vergelijking (die weliswaar een beetje mank loopt, maar toch illustreert wat ik wil zeggen): het feit dat er onnoemlijk veel verschillende planten bestaan, heeft de plantkundigen ook niet tegengehouden om bijvoorbeeld de fotosynthese-theorie te ontwikkelen.

[20] Van alle redenen om de vraag naar centrale waarden niet te behandelen, is de volgende wel de opmerkelijkste: "Centrale waarden zijn van dien aard dat je geen vragen meer hebt wanneer je ze meemaakt. Wat moet je dus doen om een waardevol leven te leiden ? Geen vragen meer stellen !"

doorheen de evolutie van de theorie.[21] Eén van de belangrijkste vooroordelen is dat de vraag naar het waardevolle in de wereld een subjectieve kwestie is. Dit vooroordeel heeft mijns inziens te maken met het feit dat we moeilijk loskomen van onze indeling van de werkelijkheid in subjecten en objecten. Als we een gebeuren waarin een subject een object waardeert als één geheel bestuderen, moeten we zeker op 'wetmatigheden' botsen die de subjectivisme/objectivisme-discussie ver overstijgen. Ik ben er overigens niet van overtuigd dat er ook over onze meest subjectieve voorkeuren niets gemeenschappelijks te zeggen zou zijn. Vergelijk eens met onze persoonlijke opvattingen. Kunnen we zeggen dat ze strikt persoonlijk zijn ? Wij denken in een gemeenschappelijke taal, wij nemen —vaak onbewust— opvattingen van elkaar over, wij hebben opvattingen over de dingen die toevallig aan de orde van de dag zijn. Het zou heel verwonderlijk zijn indien wij niet veel van onze opvattingen zouden delen met heel wat mensen uit de gemeenschappen waartoe wij behoren. Onze individuele bezigheden vertonen over het algemeen ook heel wat gemeenschappelijke kenmerken, alleen al omdat onze biologische constitutie en onze culturele omstandigheden nagenoeg dezelfde zijn. Wij zijn allemaal geïnteresseerd in de realisatie van dingen die ons leven de moeite waard maken. Het kan gewoonweg niet dat alles wat wij op het vlak van waarden kunnen zeggen subjectief of strikt individueel is.

In *"Verschaalde waarden"* haalt Koen Raes de Noorse filosoof Jon Elster aan die zegt dat geluk een typisch voorbeeld is van een bijproduct, een niet intentioneel te verwezenlijken waarde.[22] Dit is een interessante visie, maar ook deze visie vormt geen argument om een grondige studie van waardevolle ervaringen links te laten liggen. Ten eerste zou het vermelde 'geluk' wel eens een bijproduct kunnen zijn van activiteiten die voor anderen nefaste gevolgen hebben, en ten tweede, als waardevolle ervaringen inderdaad een bijproduct zijn, dan blijven we toch met de vraag zitten "wat te doen ?". Als je om je heen kijkt, zie je meteen dat het antwoord op deze vraag er wel toe doet.

Twee millennia na Christus moeten wij ons niet meer tevreden stellen met het geloof dat het uiteindelijk allemaal zin heeft. Onze centrale waarden zouden ons altijd en overal het meest moeten interesseren, en het is heel menselijk de dingen te willen begrijpen die ons interesseren, het is heel menselijk dat wij erover willen communiceren. Als wij redelijk willen zijn, moeten wij de vraag stellen naar onze centrale waarden. Zolang wij daar geen antwoord op hebben, zwalpen wij, en dient alle efficiëntie en redelijkheid die wij aan de dag leggen om kennis te vergaren en middelen te produceren nergens toe. Ik wil niet dogmatisch zijn en beweren dat redelijkheid ons hoogste vermogen is, maar onze redelijkheid is een belangrijk vermogen, dat (ook) aan zijn trekken moet komen.

1.2 De werkelijkheid achter onze centrale waarden

Wij weten genoeg om de wereld voor iedereen leefbaar te maken, maar als we om ons heen kijken, zien we dat de beschikbaarheid van deze kennis blijkbaar niet volstaat. Wat bezielt ons ? Als er ideeën, doelen of waarden zijn die ons bezielen, kunnen we misschien het best eerst nagaan of die waarden, doelen of ideeën wel verwerkelijkt kunnen worden

[21] Deze visie wordt uitgewerkt in deel II.
[22] [Raes:2001], p.10.

en hoe de wereld eruit zou zien als ze inderdaad verwerkelijkt worden.

Het minste dat wij van 'de dingen die ons leven de moeite waard maken' kunnen zeggen is dat wij willen dat zij zich voordoen in de loop van ons leven. Wij willen onze centrale waarden realiseren tijdens ons leven, of wij willen ons leven zien als een bijdrage tot de realisatie van onze centrale waarden. In het laatste geval willen wij dan wel dat deze centrale waarden waargemaakt worden in het leven van anderen, met wie wij ons verbonden weten. Kortom, onze centrale waarden moeten deel uitmaken van ons leven of van het leven van mensen (of andere wezens) met wie wij ons verbonden weten. Om de vraag naar onze centrale waarden aan te pakken, kunnen wij dus het best beginnen met de vraag te stellen wat dit 'deel uitmaken van iemands leven' betekent.

1.2.1 Onze werkelijkheid [zijn en kennen]

Wat is het *te leven*? Of moet ik zeggen, wat is *ons leven*? Of: wat is *leven*? Ik bedoel in ieder geval: wat is 'de werkelijkheid van ons leven'?

We moeten onvermijdelijk enige metafysica inlassen als we uitspraken willen doen over de werkelijkheid. Om zoveel mogelijk ambiguïteit te vermijden, zeg ik eerst iets over mijn woordgebruik: *"de werkelijkheid"* gebruik ik als een metafysische term, die verwijst naar 'alles', en 'alles in al zijn facetten' (of in al zijn attributen, zoals Spinoza het zou zeggen[23]). Zowel de epistemologie als de ontologie houden zich bezig met attributen van de werkelijkheid, respectievelijk met het epistemische (de werkelijkheid die zich voordoet als 'weet hebben van', 'kennen', ...) en met het ontische (de werkelijkheid die zich voordoet als 'gebeuren', 'zijn', 'bestaan', 'zich voordoen', ...).[24] Met de term *"mijn werkelijkheid"* heb ik het over dat deel van de werkelijkheid waar ik mee te maken heb. In mijn gedachten kan dat de hele werkelijkheid zijn, in mijn acties is dat slechts een beperkt stuk van de werkelijkheid. Met de term "onze werkelijkheid" heb ik het niet zozeer over 'mijn werkelijkheid' en 'uw werkelijkheid' en 'de werkelijkheid van iedereen die tot onze gemeenschap behoort' als wel over onze gemeenschappelijke werkelijkheid. Van onze gemeenschappelijke werkelijkheid kunnen we doorheen onze communicatie en onze acties aannemen dat ze voor iedereen van ons dezelfde werkelijkheid is. Onze kennis en onze wereld behoren beide tot onze werkelijkheid.

Laat ons nu kijken welke plaats ons leven inneemt in onze werkelijkheid. Het leven van elk van ons heeft een ontisch karakter. Het behoort ongetwijfeld tot onze wereld. Het vindt plaats in onze wereld. Ons leven *is* of *gebeurt* of *doet zich voor*. We nemen elkaars leven waar zoals we een muziekstuk horen of zoals we auto's zien in de file staan. Het waarnemen van een leven toont ons echter niet wat het is te leven, net zoals de beleving van een file die je ziet passeren onder de brug waarop je staat, heel anders is dan de beleving van die file voor wie erin zit.

Als we, om ons een beeld te vormen, onze zintuigen zien als de poorten tussen binnen en buiten, dan speelt mijn leven zich af buiten de poorten van de anderen, en vanuit de

[23] [Spinoza:1677/1979]. Stelling 1 en 2 van deel II van de *Ethica* vermelden de twee attributen van God of alles wat bestaat, die wij kennen, namelijk het Denken en de Uitgebreidheid.

[24] Om met Spinoza te spreken: epistemologie houdt zich bezig met het Denken, ontologie houdt zich bezig met de Uitgebreidheid.

binnenkant van mijn poorten. Vanuit de binnenkant van mijn poorten heb ik ook weet van dingen die ik mij voorstel. Hoewel er wel degelijk verschillen zijn tussen dit 'mentale ervaren' en het 'zintuiglijke ervaren', gelijken deze twee vormen van ervaren goed op elkaar doordat ze vanuit hetzelfde perspectief gebeuren. Om het beeld van de poorten algemeen te houden, moeten we de poorten zien als zintuiglijke en mentale poorten.[25] Van binnenuit gezien, vanuit ons individueel perspectief dat zowel zintuiglijk als mentaal is, is het eigen leven te typeren als het weet hebben van wat buiten de poorten gebeurt. Vanuit dit perspectief is leven dus 'ervaren', 'weet hebben van'. Ik zie mijn handen door mijn poorten, ik voel tandpijn door mijn poorten, ik stel mij mezelf voor toen ik op de schoolbanken zat, maar wat het is te leven (respectievelijk wat het is iets te zien, iets te voelen, of zich iets voor te stellen), nemen we niet waar dóór de poorten, maar doet zich voor van binnenuit. Leven (van binnenuit gezien) is niet het voorwerp van ervaringen, maar het ervaren zelf. Let wel, ik ben hier de tweedeling subject/object niet opnieuw aan het invoeren; ook al kan ik maar van binnenuit door mijn poorten kijken, ze staan wel degelijk open. Wat ik wil zeggen is dat leven te maken heeft met een individueel perspectief. Alleen ikzelf heb er weet van hoe het is om mijn leven vanuit mijn perspectief te beleven.

Zoals mijn leven van buitenaf waargenomen wordt als een aaneenschakeling van gedragingen, zo ervaar ik het zelf van binnenuit als een aaneenschakeling van ervaringen, het is te zeggen van gedachten, voorstellingen, waarnemingen, gewaarwordingen, belevingen. Het gaat wel degelijk over één en hetzelfde leven. 'Leven' behoort dus zowel tot het domein van de epistemologie als tot het domein van de ontologie.

Het antwoord op de vraag naar de werkelijkheid van ons leven is dus dubbel. Van buitenaf gezien is ons leven het geheel van onze gedragingen. Van binnenuit is het het geheel van onze ervaringen. Wetenschappen houden zich tot dusver bezig met het perspectief van buitenaf. Het antwoord op de vraag wat het betekent te leven, vind je niet in een wetenschappelijke theorie met de mens als studieobject. De vraag betreft je leven zoals je het zelf beleeft. Vanuit het eigen perspectief is je leven, op al je momenten, niets anders dan de ervaring die je nu hebt; op momenten waarop je geen ervaring hebt, is er voor jou *niets*.

Hier verwijs ik ook even naar andere auteurs, die bij ditzelfde gegeven stil gestaan hebben, want de idee dat je eigen leven, vanuit je eigen perspectief op al je momenten niets anders is dan de ervaring die je nu hebt, verdient meer tijd. Het is overigens niet mijn bedoeling dingen te zeggen die nog niemand heeft gezegd. Integendeel, ik vind het heel geruststellend wanneer andere mensen gelijkaardige dingen zeggen. Daarom zal ik af en toe verwijzen naar gelijkaardige opvattingen bij auteurs uit onze filosofische traditie. In verband met de idee dat ons leven op al onze momenten bestaat uit onze huidige ervaring, kan ik naar Leibniz verwijzen, die stelde dat een monade op al haar momenten bestaat uit de momentane perceptie.[26] Ook bij French en Husserl vinden we de idee

[25] Er is trouwens geen duidelijk onderscheid te maken tussen zintuiglijk en mentaal. Elke zintuiglijke ervaring heeft een mentaal aspect, en elke mentale ervaring 'ziet er uit' als een zintuiglijke.

[26] [Leibniz:1991]. Ik deel Leibniz' mens- en wereldbeeld niet, maar toch denk ik dat deze opvatting van mij en deze opvatting van Leibniz teruggaan op een analoog inzicht.

terug dat leven zich voordoet doorheen onze ervaringen.

> "The appearing of the thing (the experience) is not the thing which appears (that seems to stand before us in propria persona). [...] The appearing of the things does not appear to us, we live through it. (Husserl, 1970a, p.538)" That is we do not experience experiences, as such, we live through them.[27]

We stellen vast dat ons leven zowel tot het domein van de ontologie als tot het domein van de epistemologie behoort. Van binnenuit is leven weet hebben, ervaren, beleven, ... en behoort het tot het epistemische. Vanuit het perspectief van buitenaf is ons leven iets wat gebeurt of is, en dus behoort het tot het ontische. Het ligt in mijn aard om nog verder naar binnen te graven, om na te gaan of we dit onderscheid tussen 'zijn' en 'kennen' kunnen maken tot helemaal in de kern van de zaak. We kunnen het volgende gedachte-experiment uitvoeren. Elke ervaring heeft een voorwerp. Het ligt voor de hand het voorwerp van onze ervaringen een of ander bestaan toe te schrijven (imaginair of reëel, ideëel of materieel of wat dan ook). Het voorwerp van onze ervaringen kunnen we dus als 'een zijnde' beschouwen en classificeren als iets ontisch. Als ik aan mijn eigen ervaringen denk, bijvoorbeeld aan de gedachte die ik daarnet had, dan wordt die gedachte ook het voorwerp van mijn ervaring, en dan kan ik ze dus ook een of ander bestaan toeschrijven. Met andere woorden, dan zijn mijn ervaringen zowel ontische als epistemische entiteiten. Dan komen we tot de bevinding dat de huidige ervaring een kennen is, en gezien wordt van binnenuit, terwijl de gedachte waaraan ik nu denk, een verleden ervaring is, en als het ware gezien wordt van buitenaf. We stellen vast dat die gedachte, die een epistemische entiteit was, naderhand een ontische entiteit wordt.[28]

Laat ons het gedachte-experiment nog een stap verder zetten, en de aandacht toespitsen op de huidige ervaring. Probeer te denken aan de gedachte die je hier en nu hebt. Enerzijds speelt mijn leven voor mij zich altijd hier en nu af, en is mijn perspectief van binnenuit er altijd—tenzij ik *knock out* ben—maar als ik mijn aandacht richt, niet op wat er daar buiten is, en ook niet op wat ik mij voorstel, maar op de bezigheid zelf van het aandacht schenken, wel, dan kom ik tot de bevinding dat het summum van zelfreflectie, dat moment waarop het weet hebben op zichzelf gericht is, dat moment waarop het voorwerp van een ervaring die ervaring zelf zou zijn, een 'zwart gat' is, of helemaal niets, of het begin van een diepe slaap, want zolang er enige aandacht is, gaat die altijd naar iets anders uit, soms naar verrassende ideeën, veelal naar een of ander signaal vanuit mijn lichaam of vanuit mijn fysische omgeving. De huidige ervaring zelf laat zich niet onder de eigen aandacht brengen.

De beschrijving van dit gedachte-experiment (of moet ik zeggen "geen-gedachte-experiment") is misschien ietwat obscuur, maar het gedachte-experiment is wel nuttig: er is geen ervaring als er niet iets anders is dat de aandacht opeist. Dit andere 'ding' dat de aandacht opeist, kan iets in onze gemeenschappelijke wereld zijn of een voorstelling.

[27] [French:2002], p. 476. Steven French citeert uit [Husserl: "*Logical Investigations*" (J.N. Findelay, Trans.) New York, 1970 (original work published 1900-1901)].

[28] Tenzij ik die verleden gedachte verwar met een nieuwe gelijkaardige gedachte die zich nu voordoet; het is te zeggen, misschien denk ik niet aan een verleden gedachte, maar heb ik gewoon opnieuw een gelijkaardige gedachte.

Als het inderdaad zo is dat mijn leven zich altijd hier en nu afspeelt, dan is mijn leven —ik zou haast zeggen per definitie— een ketting van betrokkenheid op de wereld rondom mij of op mijn voorstellingen.

Kortom, ons leven is zowel een epistemische als een ontische entiteit, maar afhankelijk van het perspectief ofwel epistemisch ofwel ontisch. Vanuit ons eigen perspectief doet het zich altijd hier en nu voor en is het een betrokkenheid op onze wereld of op onze voorstellingen. Van buitenaf gezien is het het voorwerp van waarnemingen of voorstellingen van anderen of van onszelf.

1.2.2 De werkelijkheid achter onze centrale waarden doet zich voor doorheen onze ervaringen, of: onze centrale waarden realiseren zich als betrokkenheid.

De bevindingen die tot dusver geformuleerd werden in sectie 1.2, laten ons toe een heel interessant besluit te trekken. Als het inderdaad zo is dat de werkelijkheid achter onze centrale waarden deel moet uitmaken van ons leven of van het leven van iemand met wie wij ons verbonden weten, en wel van dit leven zoals het van binnenuit beleefd wordt, en als het inderdaad zo is dat het eigen leven vanuit het eigen perspectief op elk van onze momenten bestaat uit de ervaring die we hier en nu hebben, kunnen wij meteen stellen dat de werkelijkheid achter onze centrale waarden zich alleen maar kan voordoen doorheen ervaringen, ervaringen van onszelf of ervaringen van mensen met wie wij ons verbonden weten. En als het dan inderdaad zo is dat ervaringen van binnenuit zich voordoen als betrokkenheid, dan kunnen centrale waarden alleen gerealiseerd worden als betrokkenheid (op onze wereld of op onze voorstellingen).

Ik illustreer deze centrale opvatting aan de hand van een voorbeeld over ‘muziek’ en een over ‘eeuwige roem’.

Iemand vertelde mij dat *muziek* voor hem een centrale waarde is. Ik vroeg of hij niet *het beluisteren van* of *het spelen van muziek* bedoelde. Hij zei van niet. Het ging hem om het feit dat de muziek op zich *bestaat*, om het feit dat iets bestaat los van zijn ervaring, dat op zich schoon is;[29] een zeer Platonisch getinte uitspraak dus. Ik vind dit een mooie opvatting, maar moet toch opmerken dat muziek die op zichzelf bestaat en op zichzelf schoon is, niets zou betekenen in iemands leven als niemand een vermoeden heeft van dit bestaan. Je moet tenminste bezig zijn met de gedachte dat muziek bestaat vooraleer het bestaan van muziek iets kan betekenen in je leven. En dan is het doorheen dit *bezig zijn met* muziek dat je centrale waarde werkelijkheid wordt. Op een dergelijke opmerking van mij antwoordde de gesprekspartner: “Maar dan maakt het voorwerp van de ervaringen waardoorheen de centrale waarde zich voltrekt toch een belangrijk deel uit van die ervaringen ?!” Hiermee kan ik het natuurlijk eens zijn. Zijn repliek werpt meteen al een licht op de vraag naar het wat en hoe van ervaringen: het voorwerp van een ervaring is onlosmakelijk verbonden met die ervaring.

De bevinding dat centrale waarden zich realiseren als betrokkenheid, doorheen onze ervaringen, levert ons (althans mezelf) een manier om vermeende centrale waarden te

[29] Het bestaat los van zijn ervaring in die zin dat muziek bijvoorbeeld ook bestaat voor en na zijn leven.

evalueren. Een illustratie: bij Herakleitos vinden wij het volgende:

> Want de besten verkiezen één ding boven alles, eeuwigdurende roem boven wat sterfelijk is; maar de meesten zijn verzadigd als vee.[30]

Als wij ervan uitgaan dat het ene ding dat 'de besten' boven alles verkiezen, hun centrale waarde is, en als centrale waarden zich voordoen doorheen ervaringen, stelt zich de vraag doorheen welke ervaringen eeuwige roem zich realiseert. Bestaat het waardevolle van eeuwige roem in het anticiperen op eeuwige roem ? Of veronderstelt eeuwige roem een eeuwig leven, zodat 'de besten' tijdens hun eeuwig leven kunnen blijven genieten van hun eeuwige roem ? Of kunnen 'de besten' ervan uitgaan dat het voor iedere mens, tot het einde der tijden, een waardevolle ervaring zal zijn 'de besten' te roemen ?

Voortaan zal ik uitdrukkingen als "waardevolle ervaringen" en "centrale ervaringen" gebruiken om het te hebben over die ervaringen waardoorheen onze centrale waarden zich realiseren.

1.3 Een plaats voor ervaringen in onze kennis en in onze wereld

Vanuit het eigen perspectief bestaat ons leven altijd weer in de ervaring die we hier en nu hebben. Het epistemische aspect van die ervaring —het weet hebben dat inherent is aan die ervaring— is op ieder nu-moment onmiddellijk. Ik zal de uitdrukking "het onmiddellijke weten" gebruiken. Dit onmiddellijke weten maakt de werkelijkheid van het eigen leven uit. Om het in een boutade te zeggen: "leven is ervaren, ervaren is onmiddellijk weet hebben." In sectie 1.3 wil ik illustreren hoe onze ervaringen en ons onmiddellijk weten enerzijds een centrale rol spelen in onze kennis en in ons leven, maar anderzijds, precies door hun centrale rol, totaal onbruikbaar zijn als fundament voor kennis over onze wereld. Deze bevindingen bepalen meteen mijn positie ten opzichte van de fenomenologie: ook al moet ik het in mijn leven stellen met mijn fenomenen, als wij tot gemeenschappelijkheid willen komen, moeten wij onze aandacht richten voorbij de fenomenen, op onze gemeenschappelijke wereld. Onze gemeenschappelijke taal vormt samen met onze gemeenschappelijke wereld de basis voor onze kennis. Theorieën worden niet gebouwd op basis van fenomenen maar op basis van gemeenschappelijkheid.

De onmiddellijkheid van de ervaringen die we hier en nu hebben, kunnen we misschien vergelijken met de periode in de geschiedenis van de westerse filosofie die voorafging aan de eerste grote filosofen. Zoals de 'ideële' waarheid van onze kennis en de 'materiële' werkelijkheid van onze wereld zich beide voordoen doorheen onze ervaringen, en preciezer nog: doorheen onze ervaring hier en nu, zo blijken ook 'waarheid' en 'werkelijkheid' zelfs bij Aristoteles nog conceptueel met elkaar verbonden te zijn. In de annotaties bij zijn vertaling van het boek *Alpha*, schrijft Herman De Ley:

> *[A]lètheia* is een term die zowel het subjectieve aspect kan uitdrukken, de 'waarheid', als het objectieve, de 'werkelijkheid'. [D]e verbinding van de twee [is] ook bij Aris-

[30] Clemens van Alexandrië, *Stromateis* v, 60. [Heraclitus:1993], p. 29.

> toteles nog niet volledig verbroken (zijn begrippen hebben ook ontologische betekenis)[.][31]

Zoals waarheid en werkelijkheid vóór en tot bij Aristoteles nog niet van elkaar onderscheiden werden, zijn onze ervaringen in hun pre-reflexieve onmiddellijkheid misschien ook entiteiten waarvan de epistemische en ontische aspecten nog niet van elkaar te onderscheiden zijn. Kennis begint pas wanneer er onderscheiden gemaakt worden, wanneer de epistemische bezigheid reflexief wordt, of nog anders gezegd: wanneer concepten ons weten gaan differentiëren.

Het is typisch voor filosofen die opnieuw willen beginnen, zoals bijvoorbeeld Descartes of Husserl, dat zij terugvallen op de onmiskenbare werkelijkheid van onze huidige ervaringen en dat zij daaruit hun 'absolute zekerheid' proberen te halen. Descartes kon er niet aan twijfelen dat hij twijfelde, en besloot dat waarheid en werkelijkheid hier in elkaar verankerd zitten. *In the heat of the act* van het twijfelen zijn het epistemische en het ontische onlosmakelijk met elkaar verbonden.

In de eerste meditatie, achtste sectie van zijn *Cartesiaanse meditaties*[32] komt Husserl tot de bevinding dat voor filosofen die radicaal opnieuw willen beginnen, geen enkele wetenschap boven twijfel verheven is, en dat ook het bestaan van de wereld niet boven twijfel verheven is, maar dat ik niet aan de *phenomena* kan twijfelen, die zich nu voordoen. Van een *phenomenon* zegt Husserl dat het bestaat, samen met de hele stroom van zijn ervaringsleven.

Helaas zien filosofen als Descartes en Husserl over het hoofd dat deze 'onbetwijfelbaarheid' van de huidige ervaring pre-conceptueel is, en ons op het vlak van expliciete kennis dus geen stap vooruit brengt. Ons onmiddellijk weten brengt geen nieuwe concepten voort, dit gebeurt mediumaal (op papier) of reflexief door de bestaande taal te verrijken of op een nieuw manier te gebruiken.[33]

Het is typisch voor een filosoof als Wittgenstein dat hij het pre-conceptuele en impliciete onmiddellijke weten zoveel mogelijk buiten beschouwing wilde laten. Hoe ontegensprekelijk onze ervaringen in hun onmiddellijkheid ook tot onze wereld behoren, zij behoren niet tot die aspecten van onze wereld waarvan Wittgenstein vond dat je erover kunt spreken. Om tot degelijke kennis te komen, wilde hij zich zo dicht mogelijk ophouden bij de empirisch waarneembare wereld enerzijds en bij de logica anderzijds. In zekere zin kunnen we stellen dat Wittgenstein te veel ruimte liet voor onze ervaringen. De kennis die hij wou, laat onze beleving ongemoeid, maar biedt ook geen houvast voor wie dit leven zinnig en gewaardeerd wil maken.

Ik opteer ervoor om Wittgensteins weg op te gaan en ons beeld van logica en van 'empirie' te verruimen. Wittgenstein en mensen in zijn vaarwater lieten zich inderdaad beperken door het vooroordeel dat consistentie een sine qua non is voor alle menselijke kennis. Het goede nieuws dat vanuit de hoek van adaptieve logica komt, is dat inconsistenties niet kost wat kost vermeden moeten worden. Integendeel: het in rekening brengen van het feit dat inconsistenties heel waarschijnlijk zullen opduiken, laat ons toe

[31] [Aristoteles: Alpha], noot 36, p. 72.
[32] [Husserl:1999]
[33] Zie sectie 1.3.3 en hoofdstuk 10.

optimistisch te werk te gaan, zonder dat onze kennis daarbij aan duidelijkheid hoeft in te boeten. Als we op inconsistenties botsen, kunnen we ze bovendien gebruiken als de impulsen *par excellence* voor de verdere ontwikkeling van onze theorieën. Bij het beschrijven van onze ervaringen moeten we dan ook niet meer zo gecrispeerd[34] te werk gaan als Wittgenstein, die kost wat kost inconsistenties wil vermijden.

Ik liep even vooruit. Laat me eerst illustreren dat onze ervaringen een plaats moeten krijgen in ons wereldbeeld en ons kennisbeeld.

1.3.1 Onze ervaringen zijn in hun onmiddellijkheid onze reële entiteiten bij uitstek

Als wij onze aandacht richten op het voorwerp van onze ervaringen, kunnen wij altijd de werkelijkheid van dit voorwerp in twijfel trekken. De werkelijkheid van de ervaring die wij nu hebben, kunnen wij nu niet in twijfel trekken. En aangezien ons leven op elk van onze momenten bestaat uit de ervaring die wij nu hebben, zijn onze ervaringen in hun onmiddellijkheid onze reële entiteiten bij uitstek. Dit betekent niet dat ik (die ene) solipsist ben. Het solipsisme is een taalspel dat niet strookt met hoe wij ons dagelijks leven beleven, en dat bovendien niets verklaart en nog minder betekenisgevend is. Het is niet omdat onze ervaringen onze reële entiteiten bij uitstek zijn, dat zij de enige reële entiteiten zijn. Als wij aan het voetballen zijn, schoppen wij niet op de ervaringen van die ene solipsist, maar op de bal of op elkaars scheenbenen. Tijdens het voetballen geven wij blijk van het feit dat die bal werkelijk bestaat; als wij langs achteren getackeld worden, zijn het niet de ervaringen van de solipsist die ons dat lappen, en gaan wij wel degelijk met onze neus tegen de vlakte en niet met een gedachte van de solipsist tegen een andere gedachte van de solipsist. Wie het solipsisme wil verdedigen, heeft hier ook wel een uitleg voor, maar als het aan mij is om te kiezen, kies ik ervoor om in een gemeenschappelijke wereld te leven in plaats van in een solipsistische wereld.[35] Het is wel zo dat wij de werkelijkheid van de bal, onze neus en de vlakte altijd in vraag kunnen stellen, terwijl wij de werkelijkheid van onze huidige ervaring nu niet in vraag kunnen stellen. Op het moment dat je met je neus tegen de vlakte gaat, maak je trouwens geen onderscheid tussen je neus, de ervaring en de vlakte; je gaat gewoon met je neus tegen de vlakte. Elk model van onze werkelijkheid moet dus ruimte voorbehouden voor onze ervaringen.

1.3.2 Het onmiddellijke weten is onze zekerheid bij uitstek

Hoe weten wij wat ervaringen zijn? Wij zijn het gewoon om kennis op te doen via waarnemingen, maar ervaringen kunnen wij niet waarnemen. Wij kunnen gedragingen waarnemen, en lichamelijke veranderingen meten, en aldus kunnen wij vaststellen *dat* iemand ervaringen heeft, maar dit vertelt ons niets over *wat* het voor de mens in kwestie is te ervaren. Als een ervaring zich voordoet, heeft de persoon in kwestie er onmiddellijk weet van, en zodra dit onmiddellijke weten voorbij is, is de ervaring voorbij. Dit on-

[34] "Gecrispeerd" staat in Van Dale als Belgisch (en niet algemeen) Nederlands, maar drukt beter uit dan "krampachtig" en "gespannen" wat ik bedoel.

[35] Ik kom nog terug op het solipsisme in sectie 2.3.3.

middellijke weten kunnen wij geen kennis noemen, maar het zou nefast zijn het daarom te negeren. Leven is ervaren, en ervaren is onmiddellijk weet hebben. De werkelijkheid van een ervaring en haar weet hebben, zijn onlosmakelijk met elkaar verbonden. De onmiskenbaarheid van de werkelijkheid van een ervaring in haar onmiddellijkheid gaat samen met de zekerheid van het weten dat inherent is aan die ervaring.

Wij kunnen geen ervaringen waarnemen, en het onmiddellijke weten dat inherent is aan een ervaring, is pre-reflexief en impliciet. Om ons onmiddellijk weten onder woorden te brengen, moeten wij creatief te werk gaan met onze taal. Deze taal komt niet uit de lucht gevallen. Wij zijn aangewezen op de taal waarover wij nu eenmaal beschikken om ons onmiddellijke weten om te zetten in communiceerbare beelden die kunnen doorgaan voor kennis. Dit soort creativiteit wordt alsnog niet door iedereen in verband gebracht met betrouwbare kennis, maar kritische vragen hieromtrent kunnen meteen gecounterd worden met de vaststelling dat al onze expliciete kennis een resultante is van de taal waarover wij nu eenmaal beschikken, en van het onmiddellijke weten en de creativiteit van individuen. Om nieuwe kennis te formuleren, zijn wij altijd aangewezen op creativiteit. Ook de zogenaamde exacte wetenschappen zitten vol voortbrengselen van creatieve mensen. Zonder creativiteit verwerven wij geen nieuwe kennis, en al onze kennis is ooit nieuw geweest.

Desalniettemin willen wij enige zekerheid op het vlak van onze kennis, terwijl creativiteit niet meteen met zekerheid geassocieerd wordt. Welnu, de grootste zekerheid die wij kunnen hebben, hebben wij op al onze momenten *nu,* in de eigen huidige ervaring. Als je het warm hebt, dan is dat voor jezelf een feit. Als anderen zeggen dat het koud is, kun je jezelf vragen beginnen stellen, maar dit doet niets af van het feit dat je het warm hebt. Als die warmte-ervaring zelf het voorwerp van je aandacht wordt, begint de zekerheid te tanen, en de zekerheid wordt nog wankeler als wij die ervaring onder woorden brengen. Wij kunnen alles wat wij onder woorden brengen in twijfel trekken. Zelfs om niet aan de wetten van de optica te twijfelen, is er goede wil nodig, maar de ervaring die we op een bepaald nu-moment hebben, kunnen wij op datzelfde moment niet in twijfel trekken.

Zodoende zien we dat ons onmiddellijk weten enerzijds wel onze grootste zekerheid is, maar dat die zekerheid anderzijds weinig te maken heeft met de zekerheid die wij verwachten van onze gemeenschappelijke kennis. Zekerheid op het vlak van kennis betreft de betrouwbaarheid van uitspraken, en komt voort uit het gemeenschappelijk gebruik van onze taal en uit onze acties in en interacties met onze wereld. Het gewicht dat wij toekennen aan onze gemeenschappelijke kennis, heeft hoe dan ook te maken met het deel uitmaken van een gemeenschap, met het behoren tot een traditie.[36] Zekerheid op het vlak van kennis is dan ook nooit absoluut. Vergelijking met alternatieven is onontbeerlijk om het gewicht van onze kennis af te wegen.

Ons onmiddellijke weten is geen fundament voor onze kennis, maar we kunnen wel stellen dat het ons 'laatste oordeel' blijft. De kennis die we vinden in boeken blijft dooie letter als we onze verbeelding niet gebruiken om de geschreven tekst om te zetten

[36] "We zijn daar heel zeker van, betekent niet alleen, dat ieder voor zich er zeker van is, maar dat we tot een gemeenschap behoren, en door wetenschap en opvoeding zijn verbonden." [Wittgenstein:1977], p. 81.

in inzicht of om de kennis te gebruiken bij onze acties in de wereld. Of we iets aan die kennis hebben, maakt geen deel uit van de kennis zelf, maar beleven we uiteindelijk doorheen de onmiddellijkheid van onze ervaringen. De enige zekerheid die wij echt willen, is de zekerheid onze centrale waarden te realiseren. Die zekerheid kunnen we pas hebben in de onmiddellijkheid van de centrale ervaringen.

1.3.3 Onze ervaringen gaan vooraf aan ieder onderscheid

Ik heb ons onmiddellijk weten pre-reflexief genoemd en pre-conceptueel. Wij kunnen het ook als volgt stellen. De huidige ervaring wordt enkel gekenmerkt door een vorm van weet hebben, een vorm van bewustzijn, van een zintuiglijk of een mentaal beeld. We kunnen hier eventueel de term “fenomeen” gebruiken, maar dan moeten we onmiddellijk stellen dat we met onze fenomenen niets gemeenschappelijks kunnen doen. Als we vat willen krijgen op onze fenomenen moeten we onderscheiden gaan invoeren, maar deze onderscheiden worden niet voortgebracht door de fenomenen. Onderscheiden komen voort uit onze taal of uit verschillen die zich voordoen in de wereld. Als we constructief te werk willen gaan, moeten we onze aandacht focussen voorbij onze fenomenen, op onze gemeenschappelijke wereld, of op onze taal die ons nieuwe onderscheiden kan aanreiken. We kunnen het als volgt stellen: onze eerste constructieve daad is onderscheiden. Zonder deze eerste constructieve daad komen we niet aan individuele kennis toe. Zonder deze eerste constructieve daad komen we niet aan communicatie toe en komen we zeker niet aan gemeenschappelijke kennis toe. Het is weliswaar zo dat onze ervaringen ons laatste oordeel vormen en dat ons onmiddellijke weten onze zekerheid bij uitstek is, maar als we in een gemeenschap constructief te werk willen gaan, dan moeten wij stellen dat onze ervaringen in hun onmiddellijkheid voorafgaan aan ieder constructief onderscheid.

We moeten rekening houden met de werkelijkheid van onze ervaringen, maar als we enige zekerheid willen omtrent onze kennis van de wereld, dan kunnen we die enkel bekomen door te communiceren en onze aandacht te focussen op het voorwerp van onze ervaringen. Ik geloof niet dat de onderscheiden die we gebruiken, opborrelen uit ons pre-reflexieve bewustzijn. Ze worden veroorzaakt door verschillen die zich voordoen in onze wereld en door het gebruik van een gemeenschappelijke taal. Om tot gemeenschappelijke kennis te komen, baseren we ons ook niet op ons onmiddellijk weten maar op mediumaal gemaakte onderscheiden.

Hoe sympathiek ik ook sta tegenover een fenomenoloog als Husserl, op dit punt gaan onze wegen uiteen. We moeten weliswaar ruimte maken voor onze ervaringen, en we kunnen niet om de werkelijkheid van onze ervaringen heen, maar we moeten onze aandacht niet focussen op de ervaringen zelf, maar op datgene waarop we betrokken zijn. Als we gemeenschappelijke kennis willen, focussen we onze aandacht het beste op onze gemeenschappelijke wereld. Leven is ervaren, ervaren is betrokken zijn op onze wereld, en we laten onze ervaringen tot hun volle recht komen, niet door onze wereld te herleiden tot onze ervaringen of onze fenomenen, maar door onze aandacht ten volle te richten op onze gemeenschappelijke wereld.

Onze ervaringen gaan in hun onmiddellijkheid niet alleen vooraf aan elk onderscheid dat we maken in het voorwerp van onze ervaringen, maar ook aan de onderscheiden die we maken om onze ervaringen zelf in beeld te brengen, zoals het onderscheid tussen zijn en kennen, en het onderscheid tussen subject en object. Een interessante vraag is of de onderscheiden die wij maken teruggaan op verschillen die zich voordoen in onze wereld.

1.3.4 Andermaal de werkelijkheid achter onze centrale waarden

Onze ervaringen gaan vooraf aan ieder conceptueel onderscheid, stelde ik, maar ik denk niet dat onze ervaringen zelf de bron zijn van deze onderscheiden. Deze onderscheiden komen voort uit onze gemeenschappelijke taal en uit verschillen die zich voordoen in onze wereld. Als we deze visie doortrekken, kunnen we ook stellen dat onze ervaringen gestalte kunnen krijgen op basis van onderscheiden die we reeds gemaakt hebben en verschillen die zich voordoen in onze wereld.

De idee dat onze ervaringen in hun onmiddellijkheid voorafgaan aan ieder onderscheid, is bij mij beginnen groeien bij het lezen van Robert. M. Pirsigs roman *"Zen and the Art of Motorcycle Maintenance"*.[37] Het kan misschien verhelderend zijn om Pirsig aan het woord te laten. Zijn onvrede met de gangbare (westerse) metafysica, doet hem een roman schrijven waarin hij zijn evidenties probeert uiteen te zetten. Het is niet toevallig dat hij dit doet via een roman. Over evidenties valt immers niet te argumenteren, je kunt ze alleen zo aannemelijk mogelijk beschrijven of ze zo precies mogelijk aanwijzen. Als je dit via een tekst probeert te doen, zijn literaire kwaliteiten belangrijk.

In zijn roman van 1974 beschrijft Pirsig hoe hij in zijn poging om 'kwaliteit' te definiëren, tot een nieuw beeld van de werkelijkheid moest komen, waarin kwaliteit een reëele entiteit is. We kunnen in zijn uiteenzetting "quality" vervangen door "de ervaring in haar onmiddellijkheid". Ik zou zelf niet elke onmiddellijke ervaring "kwaliteit" noemen, maar centrale ervaringen zouden we wel kunnen typeren als het realiseren van kwaliteit. Kwaliteit is, volgens Pirsig, een gebeuren tussen subject en object:

> And by God, it wasn't subjective or objective either, it was beyond both of *those* categories. Actually this whole dilemma of subjectivity-objectivity, of mind-matter, with relationship to Quality was unfair. That mind-matter relationship has been an intellectual hang-up for centuries. .../... How could he say whether Quality was mind or matter when there was no logical clarity as to what was mind and what was matter in the first place? .../... He went straight between the horns of the subjectivity-objectivity dilemma and said Quality is neither a part of mind, nor is it a part of matter. It is a *third* entity which is independent of the two.[38]
>
> [H]e saw that Quality couldn't be independently related with either the subject or the object but could be found *only in the relationship of the two with each other.* It is the point at which subject and object meet. .../... Quality is not a *thing.* It is an *event.* .../... It is the event at which the subject becomes aware of the object. And because without objects there can be no subject – because the objects create the subject's awareness of himself – Quality is the event at which awareness of both subjects and objects is made possible. .../... This means that Quality is not just

[37] [Pirsig:1974].
[38] [Pirsig:1974] p. 240, cursivering door Pirsig.

> the *result* of a collision between the subject and the object. The very existence of subject and object themselves is *deduced* from the Quality event. The Quality event is the *cause* of the subjects and objects, which are then mistakenly presumed to be the cause of the Quality![39]
>
> This Copernican inversion of the relationship of Quality to the objective world could sound mysterious if not carefully explained, but he didn't mean it to be mysterious. He simply meant that at the cutting edge of time, before an object can be distinguished, there must be a kind of nonintellectual awareness, which he called awareness of Quality. You can't be aware that you've seen a tree until *after* you've seen the tree, and between the instant of vision and the instant of awareness there must be a time lag. .../... The present is our only reality. The tree that you are aware of intellectually because of that small time lag, is always in the past and therefore is always unreal. *Any* intellectual conceived object is *always* in the past and therefore *unreal*. Reality is always the moment of vision *before* the intellectualization takes place. *There is no other reality*. This preintelluctual reality is what Phaedrus felt he had properly identified as Quality. Since all intellectually identifiable things must emerge *from* this preintellectual reality, Quality is the *parent*, the *source* of all subjects and objects.[40]

Vanuit zijn specifieke probleemstelling komt Pirsig tot de bevinding dat de tweedeling subject/object niet houdbaar is. Hij poneert een basisentiteit waaruit subject en object afgeleid worden. Mijns inziens kunnen we dezelfde redenering volgen als we de vraag stellen "Wat is de ervaring in haar onmiddellijkheid ?" "Kwaliteit", zoals Pirsig het invult, kan dan als een speciaal geval van deze 'relatie tussen subject en object' gezien worden. Hij typeert het impliciete, onmiddellijke weten als "the moment of vision before the intellectualization takes place". Dit moment *is* de werkelijkheid, aldus Pirsig. Het 'subject dat ervaart' en 'het object dat ervaren wordt' komen pas in beeld wanneer "the intellectualization takes place". Deze "intellectualization" kunnen we als volgt typeren: de onmiddellijke ervaring wordt zelf het voorwerp van een andere ervaring, waarin de concepten "subject" en "object" erop geplakt worden. Deze "intellectualization" kunnen wij dus omschrijven als niet-on-middellijk of gemedieerd weten. Pas in ons 'middellijke' weten is er sprake van subjecten en objecten. Pirsig gaat in zijn enthousiasme over zijn inzicht mijns inziens wel te ver wanneer hij stelt dat "the moment of vision before the intellectualization takes place" de enige werkelijkheid is. Ik denk dat onze werkelijkheid al lang bestond voor ik er was en dat onze wereld mijn bewustzijn niet nodig heeft. Maar ik hou wel van de idee om onze centrale waarden ('Quality') te situeren tussen subject en object, of nog beter in de betrokkenheid van subject op object. Ervaringen gaan in hun onmiddellijkheid vooraf aan elk onderscheid, en sommige ervaringen bestaan in het inzicht van de eenheid van vroeger gemaakte onderscheiden. 'Quality' heeft te maken met het zien van deze eenheid.

Alles wat waardevol is op zich is esthetisch van aard, schrijft Karl Boullart. Ik ben geneigd dit als volgt te vertalen: onze beste momenten zijn die waarin de onderscheiden die ons beziggehouden hebben, in woord, daad en verbeelding weer één gemaakt worden,

[39] [Pirsig:1974] pp. 242-243, cursivering door Pirsig.
[40] [Pirsig:1974] pp. 249-250, cursivering door Pirsig.

die momenten waarin onze betrokkenheid zo intens wordt dat we met volle kennis opgaan in onze wereld.

1.3.5 "Waarover men niet spreken kan, ..."

Misschien zijn sommige mensen van mening dat wie de vraag stelt "wat is er de moeite waard ?" zelf in de knoop zit, en dat zo iemand niet moet schrijven of mediteren, maar handelen. De opvatting dat wij in verband met de dingen die de moeite waard zijn, niet moeten denken maar (alleen) doen, veronderstelt dat wij onze kritische geest en onze wil om te begrijpen over boord moeten gooien als het om onze centrale waarden gaat. Zij veronderstelt dus dat centrale waarden gerealiseerd kunnen worden zonder dat belangrijke vaardigheden, zoals denken, communiceren en tot inzicht komen, aan hun trekken komen. Bovendien toont de geschiedenis van de mensheid een resem voorbeelden van wat er van komt als mensen hun centrale waarden niet expliciteren en aanvaardbaar maken. Hoe wapenen we ons tegen de dogmatiek van machthebbers die zeggen dat zij uitmaken wat er goed is voor ons ? Door de wapens op te nemen ? Wie kan zich vinden in religieuze leiders die de miserie van hun volgelingen ontkennen en zeggen: "Jullie moeten het niet proberen te begrijpen. Jullie moeten maar geloven dat het uiteindelijk allemaal zinvol is." ? Bovenal, het is niet omdat iemand zelf geen vragen meer heeft over centrale waarden, dat zij zich het lot van haar medemensen niet aantrekt. Integendeel. Als wij ons verbonden weten met zwakkere mensen, kinderen of mensen die nog geboren moeten worden, zal het meer dan eens gebeuren dat wij beslissingen nemen in hun plaats, voor hun welzijn. Ik denk dat het welzijn van de mensen om wie wij geven, wezenlijk deel uitmaakt van onze centrale waarden. Daartoe hebben wij een goed beeld nodig van wat centrale waarden voor anderen kunnen zijn. Als wij ons verbonden weten met mensen die hun inbeelding achternahollen, en als wij hen niets willen wijsmaken, zullen wij duidelijke en aanvaardbare argumenten moeten gebruiken.

Het citaat van Ludwig Wittgenstein, vermeld op pagina 15, gaat als volgt verder:

> Freilich bleibt dann eben keine Frage mehr; und eben dies ist die Antwort.
>
> Die Lösung des Problems des Lebens merkt man am Verschwinden dieses Problems. (Ist nicht dies der Grund, warum Menschen, denen der Sinn des Lebens nach langen Zweifeln klar wurde, warum diese dann nicht sagen konnten, worin dieser Sinn bestand.)
>
> Es gibt allerdings Unaussprechliches. Dies *zeigt* sich, es ist das Mystische.[41]

Als (de jonge) Wittgenstein hiermee bedoelt dat bijvoorbeeld ook onze centrale waarden tot het mystieke behoren en onuitspreekbaar zijn, en dat wij daarover dus moeten zwijgen, ga ik ten stelligste tegen Wittgensteins opvattingen in. De drijfveer hiervoor is dat ik dat wat mij het meest interesseert, wil begrijpen en dat ik erover wil communiceren. Wij willen vergissingen op dit vlak zo goed als het kan, vermijden. Een argument dat ik zal aanvoeren om Wittgensteins standpunt te ontkrachten is dat er geen wezenlijk verschil is tussen de kennis over datgene waarover wij volgens hem wel kunnen spreken en dat

[41] [Wittgenstein:1975], p. 150.

waarover wij volgens hem moeten zwijgen. De volledige titel van deze sectie luidt dan als volgt: "Waarover men niet spreken kan, daarvoor moeten we een nieuwe taal creëren."[42]

1.4 Wat te doen?

Samenvattend kunnen we zeggen:

(*i*) We kunnen niet om de werkelijkheid van onze ervaringen heen. De onmiskenbare werkelijkheid van onze ervaringen moet dan ook blijken in ons kennisbeeld en in ons wereldbeeld. Dit opzet vormt een rode draad doorheen dit werk.

(*ii*) Er is nood aan betrouwbare kennis over het waardevolle in de wereld. De typering die ik geef van een theorie over het waardevolle in de wereld, wijkt op twee punten af van een enge visie op wat een wetenschappelijke theorie hoort te zijn.

- Een theorie over het waardevolle in de wereld moet niet zozeer verklarend zijn ten aanzien van waarnemingsgegevens, als wel betekenisgevend.
- Een theorie over het waardevolle in de wereld moet onze betrokkenheid in rekening brengen. We kunnen onze waarnemingen dan ook niet beperken tot zogezegde objectieve waarnemingen, maar we moeten de gemeenschappelijke aspecten van ons contact met de wereld in al zijn rijkdom ernstig nemen.

Ik kan mij dan ook voorstellen dat er bezwaren zijn, zowel tegen een wereldbeeld waarin ervaringen een prominente plaats krijgen en dat gekenmerkt wordt door betrokkenheid, als tegen de idee dat een wetenschappelijke theorie over het waardevolle in de wereld mogelijk zou zijn. Vooraleer ik het heb over de logische middelen die we kunnen inzetten bij de constructie van een dergelijke theorie, wil ik toch even op deze bezwaren ingaan.[43]

Ondertussen moeten we ook in ons dagelijks leven ruimte voorzien voor onze ervaringen. Dit respect voor ervaringen moet echter niet ingevuld worden met solipsisme of subjectivisme. Integendeel, ruimte voor ervaringen creëer je —nog zonder de wereld ingrijpend te veranderen— door bezig te zijn met de twee attributen van onze werkelijkheid waar we weet van hebben, namelijk met de wereld in al zijn rijkdom, en met onze beste kennis. Ik denk alvast dat het de kwaliteit van ons dagelijks leven ten goede komt als we vaker onze concrete ervaringen van de wereld en onze huidige beste kennis op elkaar betrekken. Onze kennis kan onze blik verruimen en diepgang brengen in ervaringen die anders banaal blijven, en onze concrete ervaringen kunnen onze kennis levendig maken.[44]

Tegelijk moeten we zorg blijven besteden aan en creatief omgaan met onze gemeenschappelijke taal, want waarnemingsgegevens van een nieuw soort vragen een specifieke

[42] Vrij naar E.D. *"Flower Letters"*, brief 3, 1998.

[43] Zie hoofdstuk 2.

[44] Vanzelfsprekend kunnen we niet alle wetenschappelijke theorieën op onze concrete dagelijkse ervaringen betrekken, en kunnen we niet alle concrete ervaringen subsumeren onder een wetenschappelijke theorie. Dit laatste vormt meteen een stimulans om nieuwe wetenschappelijke theorieën te ontwikkelen. Er zijn overigens ook andere voortbrengselen van 'Het Denken' die we niet wetenschappelijk noemen, maar waarop we ook concrete ervaringen kunnen betrekken, namelijk literaire (en andere) kunstwerken.

taal. Op school wordt het hoofd van kinderen volgepropt met duizenden uitdrukkingen, plus vertalingen, om dingen waarmee wij zelden of nooit te maken hebben, heel precies te beschrijven, terwijl de woordenschat waarmee we waardering uitdrukken, vaak niet veel rijker is dan “mooi”, “leuk”, of “dat zie ik niet graag”.

Terzijde 1 *In onze omgang met elkaar moeten wij niet in de eerste plaats respect hebben voor de lichamen of de zielen die onze medemensen zogezegd zouden zijn, maar voor hun ervaringen. Iedereen beleeft de eigen ervaringen nu eenmaal zoals zij of hij ze beleeft. Als iemand een eigenaardige vertelling doet over haar of zijn ervaringen, en als die eigenaardigheid niet te wijten is aan een eigenaardig taalgebruik, houden wij er het best rekening mee dat die eigenaardige ervaring de werkelijkheid van deze mens uitmaakt.*

Ons samenleven moet ook zodanig georganiseerd worden dat er ruimte is voor onze ervaringen. Mij schijnt het toe dat waar die ruimte ontbreekt, mensen grijpen naar drugs om een alternatieve ruimte voor ervaringen te creëren, of dat mensen proberen met geweld de nodige ruimte te scheppen, of dat mensen gewoonweg ziek worden. De impact van onze omgeving op onze ervaringen heeft wetmatigheden die wij moeten leren kennen.

Hoofdstuk 2

Gewoontes, evidenties en vooroordelen

> *[Z]oo heb ik myzelf dikwyls afgevraagd of niet veel dwalingen die onder ons kracht van wet hebben, veel "scheefheden" die wy voor "recht" houden, hieruit voortvloeien, dat men te lang met hetzelfde gezelschap in denzelfden reiswagen heeft gezeten ? Het been dat ge daar links uitsteken moest, tusschen de hoedendoos en 't mandje met kersen... de knie die ge tegen 't portier gedrukt hield, om de dame tegenover u niet te doen denken dat ge een aanval in den zin hadt op krinoline of deugd... de gelikdoornde voet die zoo bang was voor de hakken van de commis-voyageur naast u... de hals die ge zoo lang links moest wenden, omdat het drupt aan de rechterzyde... zie, dat worden zoo alle ten-laatste halzen, en knieën, en voeten, die iets verdraaids bekomen. Ik houd het voor goed, van tyd tot tyd eens te wisselen van wagens, zitplaats en medereizigers. Men kan dan zyn hals eens anders wenden, men beweegt nu-en-dan zyn knie, en misschien zit er eens een juffrouw naast ons met dansschoenen, of een jongetje wiens beentjes de grond niet raken. Men heeft dan meer kans om recht te zien en recht te loopen, zoodra men weer vasten grond onder de voeten krygt.*[1]

2.1 Eenvoudige schets van onze werkelijkheid

Het kennisbeeld dat ik wil voorstellen, wordt gekenmerkt door het ontbreken van rotsvaste fundamenten. Gemeenschappelijkheid wordt een centrale notie, en zekerheid wordt gerelateerd aan onze huidige inzichten. Bij een herziening van ons kennisbeeld moeten we beginnen of verder doen vanuit onze huidige situatie.[2] Dit brengt met zich mee dat wij onze eigen eenzijdigheid moeten proberen terug te dringen, en dat wij aandacht moeten krijgen voor onze eigen vooroordelen. Het aanduiden en counteren van vooroordelen op het vlak van ons kennisbeeld vormt een belangrijk onderdeel van hoofdstuk 2. Ons kennisbeeld staat natuurlijk niet los van ons wereldbeeld. In mijn wereldbeeld bestaat niets op zich. Betrokkenheid is een centraal kenmerk.

---

[1] [Multatuli], p. 81-82.

[2] Het gaat niet op, om zoals Husserl probeerde, alles wat wij weten overboord te gooien en helemaal opnieuw te beginnen. Wie geïnteresseerd is in Husserls heldhaftige pogingen om dit toch te doen, kan bijvoorbeeld eens zijn *"Cartesianische Meditationen"* lezen ([Husserl:1999]).

Om een nieuw verhaal te bedenken, kunnen we niet naast de wereld gaan staan en de zaak eens helemaal opnieuw bekijken, en dit niet alleen omdat we niet naast de wereld kunnen staan en nog minder naast onszelf, maar ook omdat we ons hoofd niet zomaar leeg kunnen maken. Het verhaal dat ik wil brengen, laat ik aanvangen met een heel eenvoudige schets van onze werkelijkheid. De schets bevat geen nieuwe ingrediënten, maar houdt gewoonweg rekening met de werkelijkheid van onze ervaringen. Deze schets zal ik vervolgens gebruiken als aanleiding om het te hebben over de kennistheoretische en wereldbeschouwelijke bezwaren die kunnen rijzen tegen de idee dat het waardevolle in de wereld het studieobject van een wetenschap zou kunnen worden. De te verwachten bezwaren op epistemologisch vlak zijn heel eenvoudig: voor de beoogde onderneming beschikken wij niet over duidelijke waarnemingsgegevens en hebben wij geen domein-specifieke taal voor handen. Op wereldbeschouwelijk vlak kunnen er bezwaren rijzen tegen het feit dat ik onze ervaringen als onze reële entiteiten bij uitstek beschouw, terwijl men misschien verwacht dat *'body'* en/of *'mind'* de entiteiten zijn die dominant aanwezig zijn. Er zijn inderdaad filosofen die zich meer bezig houden met het *mind-body* probleem dan met de werkelijkheid van onze ervaringen.[3] In sectie 2.2 argumenteer ik dat de bezwaren op het vlak van kennis te maken hebben met vooroordelen over wat kennis is en moet zijn. In sectie 2.3 argumenteer ik dat er geen grondige redenen zijn om andere wereldbeelden te verkiezen boven wat ik hier voorstel. Deze secties brengen meteen mijn verhaal op gang. In hoofdstuk 3 stippel ik dan het stramien van mijn verdere verhaal uit.

Traditioneel wordt in de filosofie een onderscheid gemaakt tussen 'kennen' en 'zijn', maar als wij ons een beeld proberen te vormen van de werkelijkheid van onze ervaringen, is dit onderscheid vrij artificieel. In onze ervaringen lopen kennisaspecten en zijnsaspecten dooreen. Als wij, bijvoorbeeld, communiceren, *doet* onze communicatie *zich voor*, en *hebben wij weet* van onze communicatie. Met de term "werkelijkheid" verwijs ik dan ook niet naar louter 'zijn'. Laat ons aannemen dat er maar één werkelijkheid is, die een eenheid vormt, en dat het epistemische en het ontische tot die ene werkelijkheid behoren.

Het meest elementaire dat wij over onze ervaringen kunnen zeggen, is dat er een vorm van 'weet hebben' in vervat zit. Wat dat 'weet hebben' is, kunnen wij niet duidelijk verwoorden, precies omdat wij het altijd en overal doen, zodra er voor ons *iets* is. Op momenten waarop wij nergens weet van hebben, is er, voor onszelf, momentaan niets. Dit 'weet hebben' is het eerste wat een plaats moet krijgen in ons model van onze werkelijkheid.

Wij weten impliciet wat het is weet te hebben, want wij *doen* het. Maar kunnen wij het niet expliciet typeren ? Ik argumenteerde al dat onze eerste constructieve daad *onderscheiden* is.[4] Als we niet zouden onderscheiden, zou alles voor ons eender zijn, en hadden wij van niets specifieks weet, en hadden wij dus helemaal geen weet, en was er voor ons ook niets.

[3]Descartes zat duidelijk ook met een mind-body probleem, maar verkoos zich er van af te maken door de pijnappelklier als deus ex machina ten tonele te brengen.

[4]Zie sectie 1.3.3.

Wij onderscheiden. Onderscheiden is weet hebben van verschillen. Hiermee bedoel ik niet dat alle onderscheiden die wij maken adequaat zijn ten aanzien van verschillen die zich voordoen in onze wereld, want vanuit ons individuele perspectief is het moeilijk uit te maken —volgens het solipsisme is het zelfs helemaal niet uit te maken— of de verschillen waarvan we weet hebben, zich voordoen in de wereld of dat wij ze ons alleen maar voorstellen. Wat ik wel bedoel is dat we ons model van onze werkelijkheid kunnen uitbreiden door ons 'weet hebben' op te splitsen in de mentale activiteit van het onderscheiden, en het zich voordoen van verschillen in onze wereld.

In verband met onderscheiden zeggen wij ook dat wij 'dingen' van elkaar onderscheiden. Met andere woorden, wij hebben weet van 'dingen die we onderscheiden van de rest van het voorwerp van onze ervaring', of 'dingen die verschillen van hun omgeving', of zoals ik ze hier kortweg zal aanduiden 'verschillende dingen'. Terloops: het is niet omdat er sprake is van verschillen, dat er sprake is van grenzen. Wij onderscheiden een verschil tussen dag en nacht, maar dit betekent niet dat er een grens is tussen dag en nacht. Wij kunnen wel bij conventie een grens vastleggen, bijvoorbeeld om zes uur 's morgens en om zes uur 's avonds, maar dergelijke conventies hebben een ander statuut dan de verschillen waar wij weet van hebben. De 'verschillende dingen' (in onze wereld of in onze voorstellingen) hebben een epistemische tegenhanger, namelijk in de vormen of de concepten of de talige aanduidingen die we gebruiken om 'dingen' te onderscheiden van de rest van het voorwerp van onze ervaringen. Ik gebruik hiervoor de naam "verworven vormen". Wij kunnen ons model dus verder uitbreiden met enerzijds 'verschillende dingen' en anderzijds vormen of talige aanduidingen die vorm geven aan ons weet hebben van 'verschillende dingen'. We hebben nu genoeg ingrediënten om een heel eenvoudige voorstelling te maken van de individuele werkelijkheid van elk van ons. Deze voorstelling wordt gekenmerkt door het feit dat we vanuit ons individueel perspectief de zintuiglijk ervaren wereld en de mentaal voorgestelde wereld niet uit elkaar kunnen houden. Als we in onze werkelijkheid alleen kijken naar de wereld (naar het ontische), en dus even onze kennis buiten beschouwing laten, dan kunnen we zeggen dat onze individuele wereld bestaat uit (*i*) ervaringen, (*ii*) 'verschillen', en (*iii*) 'verschillende dingen'. Deze 'dingen' kunnen van alles zijn, zoals kleuren, geluiden, geuren, gebeurtenissen, toestanden, processen en ook objecten. Het spreekt voor zich dat deze 'dingen' maar tot onze werkelijkheid behoren voor zover wij ze, met onze verworven vormen, als dingen erkennen. Hetzelfde geldt voor de verschillen waaruit we het bestaan der 'dingen' afleiden: verschillen die we op generlei wijze onderscheiden, zijn geen verschillen voor ons.

Vanuit ons individueel perspectief hebben wij ook weet van 'verschillende dingen die met ons communiceren en interageren'—ik bedoel: wij hebben ook weet van elkaar. Wij kunnen elkaar onderscheiden. Doorheen het communiceren en interageren met elkaar, krijgen we er weet van dat er zich ook elders 'weet hebben' voordoet; wij situeren dit weet hebben in elkaar. Wij weten van elkaar dat 'wij die onderscheiden' tot elkaars 'verschillende dingen' behoren. Als we een model maken van onze gemeenschappelijke werkelijkheid, worden communicatie en interactie onze eerste werkelijkheden. Net zoals we van uit ons individueel perspectief niet aan de werkelijkheid van onze ervaringen kunnen twijfelen, kunnen we op gemeenschappelijk niveau, als we onze individuele perspectieven samen leggen, niet twijfelen aan het feit dat we communiceren en interageren. Communiceren en interageren behoort voor elk van ons tot onze individuele ervaringen. Tegelijk moet er iets meer zijn dan individuele ervaringen, namelijk een of ander medium waarin individuele ervaringen elkaar vinden. Communicatie voltrekt zich bijvoorbeeld via gesproken of geschreven woorden. Interactie voltrekt zich via onze lichamen en andere fysische objecten in onze wereld: als we voetballen, is de bal een gemeenschappelijk 'verschillend ding'. Aldus wordt ons model van onze gemeenschappelijke werkelijkheid opgebouwd aan de hand van (*i*) verschillende 'centra van weet hebben' of communicatiepartners, (*ii*) gemeenschappelijke taal, en (*iii*) gemeenschappelijke 'verschillende dingen'. Onze voorstelling van de individuele werkelijkheid van elk van ons moet ingepast worden in dit model van onze gemeenschappelijke werkelijkheid. Voor elk van ons is het bestaan van 'de verschillende dingen' afgeleid uit verschillen die wij onderscheiden.

Onze werkelijkheid is een eenheid. Het heeft geen zin om aan bepaalde onderdelen van ons model een zelfstandig bestaan toe te schrijven. Het is te zeggen: wijzelf, als centra van ervaringen, komen maar in beeld voor zover er ook verschillen of verschillende dingen zijn waar wij weet van hebben. En als communicatiepartners komen we slechts in beeld voor zover er communicatie of interactie is. Onze taal en onze gemeenschappelijke 'dingen' zijn maar van belang voor ons voor zover iemand van ons er mee te maken heeft. Ook al ligt het voor de hand aan te nemen dat onze wereld ons niet nodig heeft om te bestaan, toch heeft onze wereld maar zin voor ons voor zover iemand (met wie wij ons verbonden weten) met onze wereld te maken heeft. Het heeft ook geen zin een taal te beschouwen los van een gemeenschap die ze gebruikt. Het is niet omdat er in ons model duidelijk afgebakende onderdelen opduiken, dat dit in de werkelijkheid ook het geval is. De voorstelling van onze werkelijkheid die ik hier schets, is een model van onze werkelijkheid als geheel; het is geen verzameling van dingen die op zich bestaan. Terloops: dit model van onze werkelijkheid houdt helemaal geen implicaties in over de aard van onze werkelijkheid (of die materieel of ideëel of ik weet niet wat zou zijn). Daarom zet ik de term "dingen" steeds tussen aanhalingstekens. De aard van die 'dingen' doet er voorlopig helemaal niet toe.

Het heeft ook geen zin om het te hebben over 'objectieve kennis'. We kunnen er wel van uitgaan dat er een gemeenschappelijke wereld is, die weerstand biedt aan onze gemeenschappelijke kennis, maar iedereen moet het stellen met zijn of haar individueel perspectief, waarin het bestaan van de 'verschillende dingen' die gemeenschappelijk blijken te zijn toch afgeleid wordt uit het onderscheiden van verschillen. Het in rekening brengen van het individuele perspectief hoeft dus helemaal niet de connotatie van 'subjectiviteit' te hebben.

2.2 Omtrent onze beste kennis

Onze ervaringen staan centraal in onze werkelijkheid. Op epistemologisch vlak is het vanzelfsprekend het weten dat inherent is aan onze ervaringen dat ons interesseert. Een opzet van deze tekst is 'gemeenschappelijkheid' te hanteren als basiskenmerk van 'wetenschappelijkheid'. Als dit opzet lukt, kunnen we meteen het domein dat in aanmerking komt voor wetenschappelijk onderzoek, drastisch uitbreiden. Om de weg vrij te maken voor gemeenschappelijkheid, wil ik eerst afrekenen met vooroordelen die misschien nog bestaan omtrent onze beste kennis.

2.2.1 De taal

Taal spreekt niet voor zich. Het is vanzelfsprekend onmogelijk alle begrippen en symbolen expliciet te definiëren. Ook in de fysica moet men vertrekken van verondersteld gekende begrippen. Of heeft iemand al een fysicaboek gezien waarin de volgende termen allemaal expliciet gedefinieerd zijn: "punt in de ruimte", "afstand tot een punt", "tijdstip", "deeltje", "kracht", ... ? Van de meeste woorden die wij gebruiken, kennen wij de betekenis impliciet, of hebben wij doorheen informele communicatie geleerd ons er iets bij voor te stellen; daaraan valt ook binnen de fysica niet te ontsnappen.

In formele logica's worden bepaalde connectieven impliciet gedefinieerd met behulp van axioma's en minstens één afleidingsregel. Deze definities zijn eenduidig, en dus kan er geargumenteerd worden dat kennis die op dergelijke axioma's gebaseerd is, wel degelijk kan geformuleerd worden in een eenduidige taal die geen voorkennis veronderstelt. Als dat inderdaad zo zou zijn, zou ik als assistent voor het vak logica nooit studenten over de vloer gekregen hebben die vragen hadden over de klassieke logica. Wat heb je immers aan tekenreeksen als "$A \supset ((B \supset C) \supset ((A \supset B) \supset (A \supset C)))$" en "$A \supset B,\ A\ /\ B$" als je niet op de hoogte bent van het gebruik van dergelijke tekenreeksen ? Als je dit gebruik aan iemand wil uitleggen, moet je hoe dan ook terugvallen op een taal die beiden kennen.

Wij kunnen niet helemaal opnieuw beginnen, wij zijn aangewezen op de taal die wij al gebruiken (evenals op reeds verworven kennis en kunde). In deze tekst maak ik graag gebruik van begrippen die verwijzen naar handelingen die iedereen die aan deze communicatie wil deelnemen, moet stellen: "lezen", "communiceren", "weet hebben van", "zintuiglijk ervaren", "verbeelden", ... Wij beschikken dus wel degelijk over een gemeenschappelijke taal, die haar ruimschoots voldoende duidelijkheid haalt uit onze bezigheden.

Eenduidigheid ? Het is niet zo dat alle termen die gebruikt worden bij wetenschappelijke theorievorming één betekenis hebben. Ik geloof niet dat alle fysici en meetkundigen één en hetzelfde antwoord zouden geven op de vraag "Wat is afstand ?" Dit is ook niet nodig zolang het gebruik van de term onproblematisch verloopt. Een zeer naïeve opvatting is dat termen die nu een hoge graad van eenduidigheid hebben, al van in den beginne een hoge graad van eenduidigheid hadden. Het is evident dat een ontluikende wetenschap nog geen domein-specifieke taal ter beschikking heeft, en dat zij dus haar taal ergens anders moet lenen. Zelfs een eenvoudige term als "afstand" die meetkundigen en fysici gebruiken om het te hebben over bijvoorbeeld de afstand tussen twee punten en de afstand tussen twee lichamen, is ontleend aan het gebruik van die term in het dagelijks leven. Dat de creatie van domein-specifieke termen aan de hand van de dagelijkse omgangstaal typerend is voor het ontstaan van nieuwe theoretische branches, wordt mooi geïllustreerd in de volgende passage van de inleiding van Herman De Ley op Aristoteles' boek *Alpha*:

> In tegenstelling tot het 'post-Griekse', westerse denken groeien de filosofische begrippen waarmee de Griekse denker 'werkt', volledig organisch uit de dagelijkse omgangstaal, samen mét de ontwikkeling van het filosofische, abstracte denken. Zijn filosoferen bestaat juist voor een belangrijk deel uit zijn 'worstelen' met die omgangstaal om er filosofische begrippen uit te smeden (waarmee natuurlijk *niet* gezegd wil zijn dat hij de begrippen had, vóórdat hij er de termen voor bezat: tussen de twee bestaat een dialectische eenheid). Dat is zeker het geval bij Aristoteles: bij hem ziet men hoe die termen zich aarzelend *beginnen* te kristalliseren uit de concreetheid van de omgangstaal. [...] Door de latere vertalers zijn deze nog levende en problematische concepten 'gefixeerd' tot een scholastische terminologie [...]. Het statische Aristotelesbeeld dat wij van de scholastiek hebben meegekregen, berust in belangrijke mate op zulke vertalingen.[5]

Cijfertaal ? Als we bepaalde eigenschappen kunnen meten, en er getallen op plakken, kunnen we zeer precieze informatie bekomen. Toch heeft deze precisie niet alleen maar voordelen. Wie een precieze taal wil combineren met een strikte toepassing van klassieke logica, zit voortdurend in de problemen door stomme inconsistenties. Als de theorie een temperatuur van 710,58 graden Kelvin voorspelt, en de meting toont 710,59 graden, dan zit je inderdaad met een stomme inconsistentie, want $a = 710,58$ (de voorspelling) impliceert $a \neq 710,59$, terwijl ook $a = 710,59$ (de meting).[6]

Gefixeerde betekenis ? Soms wordt geopperd dat de werkelijkheid dynamisch is en evolueert, terwijl de formele taal van de wetenschappen statisch is. Formele talen kunnen echter wel degelijk tegelijk ondubbelzinnig en flexibel zijn. De adaptieve logica's die ontwikkeld worden aan het centrum voor logica en wetenschapsfilofie zijn daar het levende bewijs van. Zoals verder in de tekst zal blijken, is het gebruik van termen die geen gefixeerde betekenis hebben, zelfs positief voor theorie-ontwikkeling.

Gemeenschappelijke taal hoeft niet universeel te zijn. Een taal hoeft niet duidelijk te zijn voor iedereen om duidelijk te zijn binnen de gemeenschap waarin zij gebruikt wordt. Binnen een kleine gemeenschap, waarin er op allerlei vlak interactie is, kan een natuurlijke taal een veel grotere graad van duidelijkheid bereiken dan bijvoorbeeld de formele taal van de fysica. Aan mijn zus kan ik met een paar woorden dingen duidelijk maken die ik zelfs met een encyclopedie niet aan iedereen duidelijk zou kunnen maken. De duidelijkheid van de taal die wij gebruiken heeft te maken met onze gemeenschappelijke gewoontes, en vooral met gewoontes qua het benoemen der 'dingen'. Deze gewoontes worden aangeleerd, wij kunnen dus even goed onze jonge medemensen andere gewoontes aanleren. Wij kunnen jonge mensen bijvoorbeeld leren hun aandacht te richten op kwalitatieve verschillen en op het waardevolle in de wereld, en hen woordenschat en taalvaardigheid daaromtrent bijbrengen. Wij kunnen kinderen wel aanleren de temperatuur te lezen of cosinussen en tangensen te berekenen, waarom zouden wij ze

[5] Zie de inleiding van Herman de Ley op [Aristoteles: Alpha], p. 46. Cursivering door de Ley.

[6] Fysici werken wel met foutentheorieën, maar deze ad hoc oplossingen bewijzen precies dat de combinatie van klassieke logica en een hoge graad van precisie niet werkt.

dan niet kunnen leren veel preciezer te spreken over het voorwerp van ervaringen die niet herleidbaar zijn tot metingen?

Binnen een concrete gemeenschap kunnen wij gebruik maken van beeldspraak die geënt is op het gemeenschappelijk leven, en dus hoeft duidelijke communicatie niet beperkt te blijven tot kwantificeerbare gegevens. Dit brengt met zich mee dat de beeldspraak die wij hier en nu gebruiken, elders of later niet meer zo duidelijk zal zijn. Wij moeten echter niet de pretentie koesteren om universeel bruikbare beeldspraak te produceren; mensen die later of elders leven, zullen ook wel de nodige creativiteit aan de dag leggen bij het zoeken naar beeldspraak om over hun bevindingen te communiceren. In de vier evangelies uit het nieuwe testament vinden wij bijvoorbeeld verslagen van beeldspraak die Jezus van Nazareth gebruikt heeft ten aanhoren van mensen uit zijn omgeving. Het spreekt voor zich dat deze beeldspraak voor mensen van andere streken en andere tijdperken niet zo duidelijk is als voor mensen uit Jezus' omgeving. Mij zou het niet verwonderen dat Paulus' interpretatie van Jezus' beeldspraak al tamelijk ver af stond van wat Jezus' wilde zeggen, maar dit natuurlijk terzijde.[7]

2.2.2 Ontdekking en creativiteit

> *There are no better instruments than discharged servants with a grievance, and I was lucky enough to find one. I call it luck, but it would not have come my way had I not been looking for it. As Baynes remarks, we all have our systems. It was my system which enabled me to find John Warner, late gardener of High Gable, sacked in a moment of temper by his imperious employer.*[8]

Sommige mensen denken misschien dat de fysica niet anders had kunnen zijn dan zij is. Einstein dacht alvast anders over de Newtoniaanse fysica. Zelfs de Euclidische meetkunde had anders kunnen zijn. Lobachewski (1792-1856) en Riemann (1826-1866) ontwierpen evenwaardige alternatieven, en Einstein maakte gebruik van Riemanns alternatief voor zijn relativiteitstheorie. Hoe rationeel wetenschappers ook te werk gaan, er moeten altijd keuzes gemaakt worden, en geen enkel keuze is 'objectief'. Toch is rationaliteit op het vlak van creativiteit mogelijk.

Voorkennis vereist. Wij kunnen niet helemaal opnieuw beginnen. Wij zijn aangewezen op wat we al weten. Onze kennis is onvermijdelijk gekleurd door plaatselijke en tijdelijke omstandigheden; het komt ook de betrokkenheid van onze kennis op onze wereld ten goede.

Geen enkele theorie staat op zich. Voor veel metabewijzen in de klassieke logica moet je kunnen tellen en rekenen (bijvoorbeeld: het bewijs dat het aantal welgevormde formules aftelbaar is), terwijl je zonder logica niet ver geraakt in de rekenkunde. Elke theorie gaat ervan uit dat wij al het een en ander kennen en kunnen. Een markant voorbeeld hiervan is dat je voor de metabewijzen over de klassieke logica er al moet van uitgaan dat je op metaniveau klassieke logica kunt gebruiken.

[7] Wim Christiaens wijst mij erop dat Nietzsche in zijn *"Antichrist"* een analoge opvatting over Paulus verkondigt.

[8] [Conan Doyle:1917] *Sherlock Holmes. His last bow*, p. 29.

Verbeelding en creativiteit vereist. Het is niet omdat exacte wetenschappen er heel strikt en formeel uitzien of omdat hun formules nog weinig aan de verbeelding overlaten, dat er geen verbeelding en creativiteit nodig zijn om nieuwe hypothesen naar voren te brengen. De 'objectieve natuur' brengt geen hypothesen voort.

Wetenschappelijke kennis zit vol metaforen en analogieën. Er duiken wenteltrappen op in de wetenschappelijke taal, en staartbijtende slangen. Atomen draaien als planeten, en licht is als golven (maar niet altijd). Het is niet omdat wij aan bepaalde beeldspraak gewend zijn dat er geen sprake meer is van verbeelding. Zelfs het begrip "deeltje" zou zonder verbeelding nooit ingeburgerd geraakt zijn onder de fysici.

Vanzelfsprekend worden de beelden en modellen die wij gebruiken om onze kennis gestalte te geven evenzeer getekend door de beperkingen en mogelijkheden van ons voorstellingsvermogen als door de werkelijkheid die wij willen vatten. Fout zou zijn onze beelden en modellen te verwarren met de werkelijkheid. Onze taal geeft weer hoe wij ons de werkelijkheid voorstellen of wordt gekneed in functie van vlotte interactie tussen communicatiepartners. Alle pogingen om de werkelijkheid accuraat en volledig weer te geven blijven tenslotte pogingen. Het probleem is dus niet zozeer dat wij verbeelding en creativiteit nodig hebben om onze kennis over onze werkelijkheid te formuleren, als wel het feit dat wij nog te vaak onze beelden verwarren met de werkelijkheid.

The logic of discovery. Lange tijd heeft de romantische opvatting overheerst dat wetenschappelijke ontdekkingen plotse invallen zijn. In die opvatting waren wetenschappelijke ontdekking en creativiteit alles behalve rationele processen. Welnu, om bijvoorbeeld nieuwe hypothesen te vormen bestaan er logica's.[9]

Een veelheid aan methoden. Wie de Muppetshow nog gezien heeft, herinnert zich zeker de hilarische Zweedse kok, die er in zijn keuken altijd een potje van maakte. Volgens mensen als Paul Feyerabend, of althans volgens een bepaalde lezing van Feyerabends boek *"Against method"*, zou het proces van wetenschappelijke ontdekkingen niet fundamenteel verschillen van de praktijk van de Zweedse kok. Je doet maar wat — *"anything goes"*— en als je toevallig iets vindt dat verkoopbaar is, overgiet met een rationeel sausje, en het gaat van de hand als zoete broodjes. In het voorwoord tot de herziene uitgave van 1988 schrijft Feyerabend:

> I, too, occasionally wrote in a rather ironical vein. An example is the end of Chapter 1: 'anything goes' is not a 'principle' I hold — I do not think that 'principles' can be used and fruitfully discussed outside the concrete research situation they are supposed to affect — but the terrified exclamation of a rationalist who takes a closer look at history.[10]

Ik denk dat er in de twintigste eeuw hoe dan ook een of andere wetenschapsfilosoof dit standpunt moest innemen, al was het maar als een pose. Wij moeten niet alles wat het epitheton "wetenschappelijk" krijgt als heilig beschouwen. Voor mijn betoog is

[9] Zie bijvoorbeeld [Batens:b], [Batens/Haesaert:2003], [Haesaert:2002] voor inductie-logica's, en [Magnani:2001] voor abductie.

[10] [Feyerabend:1975/88], p. *vii*.

het echter niet nodig de rationaliteit achter de wetenschappelijke bezigheden met zoveel geweld onderuit te halen. Het is wel nuttig in te zien dat de wetenschappelijke bezigheden bezigheden van mensen zijn, mensen met beperkingen en mogelijkheden. Deze mensen gebruiken een veelheid aan methoden en hebben soms de neiging hun gedrag rationeler voor te stellen dan het is. Ik kom straks terug op Feyerabends standpunt. Hier wil ik alvast zeggen dat het een vooroordeel is dat het ontbreken van een duidelijke methode ons moet doen afzien van pogingen om kennis te vergaren over bepaalde domeinen. Feyerabend wijst er onder andere op dat de mensheid al veel kennis, vaardigheden en hulpmiddelen verworven had vóór de intrede van de moderne, westerse wetenschappen. Deze wetenschappen moeten dus geen monopoliepositie claimen op het vlak van kennis. Wat de niet-rationele motieven betreft, waardoor wetenschappers zich volgens Feyerabend laten leiden, zou ik zeggen: gelukkig maar dat (sommige) wetenschappers gedreven worden door passie (en niet louter door rationaliteit). Maar men hoeft niet het extreme standpunt in te nemen van Feyerabend, om in te zien dat er niet zoiets bestaat als 'de' wetenschappelijke methode.[11] Er is een veelheid aan methoden, en er is dus niets op tegen om voor een nieuw soort problemen nieuwe methoden te ontwikkelen.

Gelukkig geen absolute zekerheden. Een kenmerk van de evolutie van de wetenschappen in de twintigste eeuw is dat naast het verdwijnen van de absolute zekerheid op het vlak van (waarnemings)gegevens, nu ook op het vlak van de wetenschappelijke methoden de absolute zekerheid verdwijnt. Je kunt op deze evolutie op minstens twee manier reageren. Een eerste reactie is relativistisch worden, of nog verder gaan en zoals Feyerabend zeggen *"anything goes!"* Je kunt echter ook bedenken dat het werken met methoden en gegevens die niet absoluut zeker zijn, en soms zelfs vrij verkeerd blijken te zijn, blijkbaar toch succesvol geweest is. Kunnen wetenschappelijke methoden dan niet ook succesvol zijn in omstandigheden waarvan het op voorhand duidelijk is dat zij niet perfect zijn? Kunnen wij niet ook werken met gegevens waarvan al altijd aangenomen wordt dat zij niet absoluut zeker zijn? Vooral op het vlak van de methoden kan het einde van het geloof in absolute zekerheden en het daarmee samenhangend verdwijnen van *te* strenge normen, dus leiden tot het besef dat deze methoden een veel ruimer toepassingsgebied kunnen krijgen. Zoals Diderik Batens het stelt:

> Nu ook onze beste kennis niet absoluut zeker blijkt, hebben we de keuze tussen twee alternatieven. Enerzijds kunnen we met Feyerabend en sommige wetenschapssociologen onze beste kennis bij smaak en mode onderbrengen; dit afwijzen van elke zekerheid die niet absoluut is, en dus van elke zekerheid, betekent een keuze voor de totale willekeur. Anderzijds kunnen we er ons bij neerleggen dat ook onze beste kennis niet absoluut zeker is, maar werd bereikt door stap voor stap onze beperkingen te omzeilen (bijvoorbeeld door het bouwen van instrumenten); dan is er geen enkele reden om niet hetzelfde te doen voor die aspecten van onze ervaring (en van de wereld) die buiten het strikt descriptieve, of meetbare, of wiskundig uitdrukbare vallen.[12]

[11] Wat betreft 'de veelheid aan methoden', verwijs ik naar [Batens:1992].
[12] [Batens:1998b], pp.16-17.

Methodische aanpak voor probleemoplossing. Veel mensen zien over het hoofd dat de vorming van een wetenschappelijke theorie een creatieve bezigheid is. Het gaat niet op om te zeggen dat wij over een bepaald domein geen gemeenschappelijke theorie kunnen vormen, omdat daartoe te veel creativiteit nodig is. Paradoxaal genoeg komen de twee volgende opvattingen soms bij één en dezelfde mens voor: (*i*) "De wetenschappen hebben een monopoliepositie op het vlak van kennis, en dit vanwege hun hoge graad van rationaliteit." (*ii*) "Theorievorming is net zoals alle creatieve daden wezenlijk een irrationeel proces." Mensen als Thomas Nickles en Joke Meheus hebben baanbrekend werk verzet waarin zij aantonen dat processen als ontdekking en creativiteit wel degelijk rationeel kunnen verlopen, en zoals Joke Meheus terecht stelt, ook aangeleerd kunnen worden. Hun aanpak betekent voor mij een hart onder de riem. Daarom ga ik ook graag ruimer in op het werk van vooral Joke Meheus.

Eerst over Thomas Nickles:[13] "Centraal in Nickles' werk is de notie *inperking.* Inperkingen bepalen wat een probleem precies is, hoe het moet worden aangepakt, aan welke eisen de oplossing moet voldoen. Wanneer een probleem voor het eerst wordt gesteld is het gewoonlijk vaag en niet goed omlijnd. Gedurende een succesvol probleemoplossingsproces worden geleidelijk inperkingen toegevoegd, totdat het probleem is opgelost. Nickles stelt dat het probleem slechts echt duidelijk gesteld is op het ogenblik dat het is opgelost.

We kunnen vier stadia onderscheiden. Ten eerste is er helemaal geen probleem als het geen enkele inperking heeft; je hebt maar een probleem, hoe vaag ook, als je een idee hebt van wat het betekent. Ten tweede moeten als inperkingen al die elementen van het kennissysteem worden geselecteerd die *relevant* zijn voor het probleem. Blijken deze onvoldoende om het probleem op te lossen, dan zullen we, ten derde dus, zoeken naar aanvullingen binnen ons kennisssysteem. Misschien bevat het een theorie die bij nader toezien op het probleem toepasselijk is. Leidt ook dit niet tot een oplossing, dan gaan we, ten vierde, naar bijkomende informatie zoeken, meestal eerst bij anderen, daarna door waarneming en experiment, eventueel zelfs door theorievorming."[14]

De doctoraatsverhandeling van Joke Meheus, *"Wetenschappelijke ontdekking en creativiteit. Een poging tot theorievorming op basis van een conceptuele, methodologische en logische studie"*,[15] heeft als centrale doelstelling aan te tonen dat een methodologische studie van ontdekking en creativiteit mogelijk en noodzakelijk is. Een belangrijke conclusie die wij uit haar werk kunnen trekken, is dan ook dat creativiteit *aanleerbaar* is. Creativiteit heeft te maken met opvattingen, beslissingen en acties van personen. Om het rationele van creativiteit te beoordelen, moet rekening gehouden worden met individuele verschillen.[16] Een normatieve studie van creativiteit blijkt dan wel degelijk mogelijk te zijn.

Creativiteit heeft te maken met het doorlopen van een bepaald soort ondekkingsprocessen, namelijk diegene waarin men *een slecht bepaald probleem* op een rationele manier

[13] [Nickles:1980]. Deze twee volgende alinea's over Nickles haalde ik letterlijk uit [Batens:a].
[14] Einde citaat uit [Batens:a].
[15] [Meheus:1997].
[16] [Meheus:1997], sectie 1.4.3, p. 17.

probeert op te lossen.[17] Een kenmerk van slecht bepaalde problemen is dat er geen kant en klare oplossingsmethode is. Slecht bepaalde problemen zijn typisch problemen die tot impasses leiden en die alleen kunnen worden opgelost wanneer eerst een aantal afgeleide problemen worden opgelost. Er is vaak vindingrijkheid nodig; het voorkomen van impasses wijst er immers op dat onze kennis fundamenteel ontoereikend is om het probleem op te lossen. Voor het efficiënt oplossen van slecht bepaalde problemen, is het van belang dat moeilijkheden zo precies mogelijk worden geformuleerd.[18] Hierbij wil ik echter opmerken dat het inderdaad belangrijk is er naar te streven om moeilijkheden zo precies mogelijk te formuleren, maar dat net dit precies beschrijven dikwijls een belangrijk deel van het probleem vormt. Veelal kunnen wij echter niet wachten met de aanpak van een probleem totdat onze beschrijvingen precies genoeg zijn.[19] In deel II (van de tekst die u nu leest) wordt dit beschrijvingsprobleem uitvoerig aangepakt. Daar zal ik met behulp van adaptieve logica's aantonen dat de beschrijving preciezer wordt (of kan worden) doorheen het communiceren over het probleem; het excuus of de smoes dat wij bepaalde problemen niet moeten aanpakken omdat wij er geen precieze beschrijving voor hebben, wordt dus grondig weerlegd. Een punt waaromtrent het ik het ook weer roerend eens ben met Joke Meheus is dat inconsistenties (in onze beschrijvingen of theorieën) zelf geen problemen zijn; inconsistenties wijzen er op dat onze kennis ergens een fout bevat. Aangezien dit laatste zeer waarschijnlijk is in alle menselijke kennis, werken wij beter met logica's die inconsistenties toelaten. Adaptieve logica's zijn heel nuttige instrumenten bij de ontwikkeling van theorieën die mogelijk inconsistent zijn. Inconsistenties zijn trouwens niet weg te denken uit theorieën die nog volop in ontwikkeling zijn.

De methode om slecht bepaalde problemen aan te pakken is gebaseerd op Thomas Nickles' *constraints* of inperkingen. Joke Meheus vat een probleem op als de eis om een bepaald doel te bereiken. Elk doel incorporeert noodzakelijk een aantal inperkingen.[20] Belangrijk is wederom dat het aanvaarden van een aantal *persoonlijke* inperkingen helemaal niet 'subjectief' of 'irrationeel' hoeft te zijn, zelfs niet wanneer deze inperkingen strijdig zijn met algemene inperkingen.[21] Rationaliteit bestaat immers niet in het aanvaarden van inperkingen die iedereen aanvaardt, maar in het volgen van inperkingen die het probleem moeten bepalen.[22] "In veel gevallen moet de probleemoplosser zelf een methode ontwerpen om het probleem aan te pakken en in elk geval moet hij of zij op zoek gaan naar manieren om de gangbare kennis uit te breiden of aan te passen; dit resulteert typisch in inperkingen die niet tot de gangbare kennis behoren. Dit betekent echter niet dat algemene inperkingen zomaar kunnen worden genegeerd."[23] Over de methode om slecht bepaalde problemen aan te pakken, schrijft Joke Meheus verder: "Ook al is de

[17] [Meheus:1997], sectie 1.3.2.3, p. 12.

[18] [Meheus:1997], sectie 2.2.2, pp. 25-31.

[19] In sectie 2.4.5.3, p. 52, schrijft Joke Meheus trouwens dat (onderzoek in de cognitieve psychologie ons leert dat) het vinden van de juiste representatie van een probleem in heel wat gevallen een belangrijke stap vormt in het vinden van de oplossing.

[20] [Meheus:1997], sectie 2.4.1, p. 33.

[21] Algemene inperkingen zijn kennis-elementen die behoren tot de gangbare kennis van de wetenschappers die in het domein werken. Zie [Meheus:1997], sectie 2.4.3, p. 36.

[22] [Meheus:1997], sectie 2.4.3, p. 38.

[23] [Meheus:1997], sectie 2.4.3, p. 40.

kennis waarop men steunt van context tot context verschillend, het is mogelijk algemene richtlijnen te geven voor het analyseren en verwerken van die kennis. Uiteraard zijn deze algemene richtlijnen 'zwakker' dan de contextspecifieke procedures waarover men voor standaardproblemen beschikt. Maar in het geval van slecht bepaalde problemen zijn ze het beste wat we hebben. En ze kunnen wel degelijk ertoe bijdragen dat het oplossen van een slecht bepaald probleem op een zo efficiënt mogelijke manier verloopt."[24]

Een ander punt uit het werk van Joke Meheus dat van nut kan zijn bij de constructie van wetenschappelijke theorieën over het waardevolle in de wereld, betreft analogieën. Een techniek die vaak wordt toegepast om tentatieve hypothesen te formuleren —wat zal moeten gebeuren bij het creëren van een nieuwe theorie— bestaat in het gebruik van analogieën.[25] Het mag ook nog eens benadrukt worden dat de aanpak van Joke Meheus toelaat met inconsistente inperkingen te werken, en dat een oplossingsproces voor slecht bepaalde problemen gekenmerkt wordt door een specifieke dynamiek. Dit brengt een positieve attitude met zich mee: men kan veel minder angstvallig te werk gaan: inconsistenties en fouten zijn geen overkomelijke rampen, en sluiten een goede oplossing niet uit; met andere woorden, creativiteit wordt gestimuleerd.

Deze sectie wil ik beëindigen met een verwijzing naar Dirk Batens' recente artikel "A Formal Approach to Problem Solving"[26]. De formele aanpak van probleemoplossing die hierin gepresenteerd wordt, is veelbelovend. Helaas kan ik in niet diep ingaan op dit artikel, omdat de resultaten zeer recent zijn en volop in ontwikkeling. Batens vermeldt twee essentiële aspecten van probleemoplossingsprocessen. (1) Sommige delen van probleemoplossingsprocessen kunnen verantwoord zijn op een bepaald moment in het oplossingsproces, maar naderhand kunnen we tot de bevinding komen dat ze toch niet tot een oplossing leiden; de formele aanpak van dit aspect gelijkt op de dynamische bewijzen van adaptieve logica's. (2) Voor probleemoplossingsprocessen zijn prospectieve stappen nodig. We moeten niet alleen redeneren vanuit de gegevens waarover we beschikken, maar ook vanuit het probleem: we moeten ook werken met stappen als "als we dit en ... en dit bereiken, dan is ons probleem oplosbaar". Deze aanpak gelijkt dan weer op de doelgerichte bewijzen zoals die voorgesteld worden in onder andere [Batens/Provijn:2003].[27]

Het is ook belangrijk in te zien dat een oplossing van een probleem zelden een klassiek bewijs is. Voor de interessantste problemen is er zelfs geen positieve test. Het is dan ook duidelijk dat een probleemoplossingsproces niet gebonden is aan één logica, maar integendeel de meeste logica's moet kunnen incorporeren.[28]

De uitgewerkte voorbeelden van deze formele aanpak van probleemoplossing die ik tot dusver onder ogen gekregen heb, betreffen ja-nee-vragen in een duidelijke formele taal. Voor het probleem dat ik in deze tekst behandel, bestaat een deel van het probleem in het vinden van een taal die duidelijk genoeg is.

Het is natuurlijk niet de bedoeling van Batens om alle problemen *formeel* op te lossen. Bij probleemoplossingsprocessen moeten we vanzelfsprekend gebruik maken van

[24] [Meheus:1997], sectie 2.8, p. 104.
[25] [Meheus:1997], sectie 4.3.4, p. 200.
[26] [Batens:2003b]
[27] [Batens:2003b] p. 15.
[28] [Batens:2003b] p. 16.

observationele en experimentele middelen. De probleemoplossingsprocedure die Batens voorstelt, kan (en moet) helpen beslissen wanneer deze middelen ingeschakeld moeten worden. Observationele en experimentele middelen hebben een prijs en kunnen dus niet onbeperkt ingezet worden. Experimenten in verband met het waardevolle in de wereld kunnen een hele hoge prijs hebben.[29]

2.2.3 Evaluatie van theorieën

De kennis die geleverd wordt door de zogenaamde exacte wetenschappen zou universeel zijn, en voldoen aan de strengste normen. Sinds Gödel weten we dat zelfs de rekenkunde niet voldoet aan die normen. Er bestaat trouwens niet zoiets als 'de evaluatietheorie'. Evaluatie van een theorie is hoe dan ook afhankelijk van de plaatselijke en tijdelijke gewoontes. Quine en Ullian vermelden dat de eisen van de logica (vooral consistentie) en observatiegegevens, de belangrijkste toetsstenen zijn,[30] maar wat je als een observatie beschouwt, is afhankelijk van je opvattingen, en er zijn oneindig veel logica's denkbaar.

Welke ijzeren logica? Zelfs de oeroude logische regel Modus Ponens, die op het eerste gezicht zo vanzelfsprekend lijkt, is niet voor iedereen vanzelfsprekend.[31] Zelfs de eenvoudige regel waarmee je uit de gegevenheid van A en B kunt besluiten tot $A\&B$ wordt niet door iedereen aanvaard.[32] Om uitspraken af te leiden uit opvattingen die wij delen, moeten wij ons niet beperken tot de regels en de normen van de klassieke logica. Die normen zijn trouwens onrealistisch voor talen die niet gegarandeerd ondubbelzinnig zijn en voor het werken met gegevens die niet honderd procent betrouwbaar zijn. Wij zijn niet gebonden aan de normen van één universele logica. De logica die wij gebruiken om vanuit gegevens waarover wij het binnen een bepaalde gemeenschap eens zijn, gemeenschappelijke conclusies af te leiden, is afhankelijk van de gemeenschap en van de aard van de gegevens. In bepaalde contexten kunnen wij heel optimistisch ingesteld zijn, in andere contexten zullen wij eerder voorzichtig te werk gaan.

Welke onbetwijfelbare gegevens? Er is geen enkel gegeven absoluut gegeven. Elke waarneming is gekleurd door wat wij al weten of denken te weten. Bovendien zijn wij aangewezen op de taal waarover wij nu eenmaal beschikken om waarnemingen om te zetten in taal. Het probleem doet zich ook voor als we theorieën willen testen. Wij kunnen de wereld zoals die is los van onze ervaringen, niet kennen. De voorwaarden waaronder wij iets kennen, is afhankelijk van de beperkingen van ons kenvermogen. Het is een illusie dat het zogenaamde subjectieve volledig zou uitgeschakeld worden bij wetenschappelijke

[29] Gedachte-experimenten zijn evenwel ook volwaardige experimenten, en aldus kunnen we natuurlijk wel met ons leven experimenteren. Over hoe we tot kennis over de wereld kunnen komen aan de hand van gedachte-experimenten, kom je het een en ander te weten in bijvoorbeeld [De Mey:2003].

[30] [Quine/Ullian:1978].

[31] In Priest's *Logic of Paradox*, zie [Priest:1979]—die hij als universele logica beschouwt— is Modus Ponens niet geldig. In de ambiguïteiten-adaptieve logica die ik voorstel in [Vanackere:1999], is Modus Ponens slechts voorwaardelijk geldig, namelijk op voorwaarde dat de tweede A kan geïdentificeerd worden met de eerste A.

[32] Bijvoorbeeld Stanislaw Jaskowski's discussieve logica. Zie [Jaskowsi:1949].

kennisvergaring. Zonder iemand die weet heeft, is er geen voorwerp dat gekend wordt, en is elke wetenschappelijke theorie dooie letter. Alle kennis is gekleurd door het perspectief van degene die kent. Als wij iets willen zeggen over de objectieve werkelijkheid, het is te zeggen over de werkelijkheid zoals die is, en niet zoals wij die waarnemen, zijn wij per definitie aangewezen op onze verbeelding, en als wij met behulp van onze verbeelding al tot een accuraat beeld van de objectieve werkelijkheid zouden kunnen komen, kunnen wij er nooit in bevestigd worden dat dit beeld wel degelijk accuraat is.[33]

Wetenschappelijke kennis is niet universeel. In *"Menselijke kennis"*[34] beschrijft Dirk Batens overtuigend hoe in de twintigste eeuw niet alleen het geloof in absolute waarnemingsgegevens en het geloof in 'de' wetenschappelijke methode verdwijnt, maar hoe ook het geloof in de onfeilbaarheid van theorieën verdwijnt. De feilbaarheid van wetenschappelijke theorieën illustreert dat zij niet universeel zijn, het is te zeggen dat zij niet door iedereen van elke plaats en elke tijd aanvaard worden.[35] Als wetenschappelijke kennis werkelijk universeel is, zouden wij er allemaal mee moeten instemmen. Maar hoe beslist u of u het eens bent met de uitspraak "De valversnelling bedraagt op het aardoppervlak ongeveer $9,81 m/s^2$, en varieert licht naargelang de breedteligging" ? Werken met cijfers vermijdt veel interpretatieproblemen: eenmaal je een duidelijke maatstaf afgesproken hebt, betekent cijfertaal voor in-principe-iedereen hetzelfde. In-principe-iedereen die onder laboratoriumvoorwaarden de meting doet, komt tot dezelfde bevindingen. Het probleem is echter dat 'in-principe-iedereen' niet over laboratoriumvoorwaarden beschikt. Je kunt met evenveel recht en rede zeggen: in-principe-iedereen die het leven geleid heeft dat ik geleid heb, en in deze omstandigheden terecht komt, zou nu hetzelfde voelen als ik. Zelfs al zou wetenschappelijke kennis in principe universeel zijn, dan nog is ze het *de facto* niet.

2.2.4 De driehoek wereld, communicatie, verbeelding

Ik heb geprobeerd een beeld van de wetenschappelijke praktijk te schetsen dat niet getekend wordt door een drang naar absolute zekerheid en objectiviteit. In plaats daarvan krijgen we een streven naar *gemeenschappelijkheid*. Zoals Wittgenstein al opmerkte, hangt onze zekerheid omtrent bepaalde uitspraken samen met het behoren tot een gemeen-

[33] Wie meer wil lezen over het feit dat er geen absolute zekerheid is op het vlak van waarnemingsgegevens, verwijs ik naar [Batens:1992].

[34] [Batens:1992].

[35] Een schitterende illustratie van het feit dat wetenschappelijke kennis niet universeel is, vond ik in [Wittgenstein:1977], p. 80. Onze zekerheid is altijd plaatselijk en tijdelijk.

> Waaraan we geloven hangt af van wat we leren. Wij geloven allemaal dat het onmogelijk is om op de maan te komen; maar er zouden mensen kunnen zijn die geloven dat het mogelijk is en soms gebeurt. We zeggen: deze mensen weten vele dingen niet, die wij weten. En ze kunnen nog zo zeker van hun zaak zijn — zij vergissen zich, en wij weten het. Als we ons systeem van weten met het hunne vergelijken, dan blijkt dat van hun verreweg het armste te zijn.

Wittgenstein schreef dit in 1950, minder dan 20 jaar vóór Armstrong zijn eerste stap op de maan zette.

schap.[36] Laat ons nog even stilstaan bij wat we, binnen deze gemeenschap nodig hebben om tot gemeenschappelijke kennis te komen. Wij zullen heel wat verbeelding en creativiteit nodig hebben om tot een gemeenschappelijke theorie van het waardevolle in de wereld te komen. Wij zullen ook aandachtig en nauwgezet moeten communiceren: proberen te begrijpen wat anderen bedoelen, en zelf zo duidelijk mogelijk onze ervaringen proberen te verwoorden. Natuurlijk zullen wij ook moeten blijven openstaan voor onze wereld. Deze drie dingen moeten wij hoe dan ook doen om tot gemeenschappelijke kennis van de wereld te komen.

Fysische actie/weerstand van de wereld

Onze kennis van de wereld krijgt vanzelfsprekend mede gestalte door de wereld. Als er zich in de wereld geen verschillen zouden voordoen, zouden wij nooit iets over de wereld te weten komen. Wij bewegen ons in de wereld, en doorheen deze interactie, ondervinden wij weerstand. Wij kunnen niet om het even wat doen, en we ondervinden dat niet om het even welke claim over de wereld stand houdt. De weerstand is niet alleen negatief: sommige ervaringsgegevens zijn zo in het oog springend dat ze erom vragen opgenomen te worden in één van onze theorieën van de wereld.

Op de weerstand van de wereld botsen we niet alleen via kwantitatieve waarnemingen. In de waarneming van waardevolle aspecten van de wereld is er natuurlijk ook sprake van weerstand van de werkelijkheid. We kunnen afspraken maken over het gebruik van predikaten die waardevolle eigenschappen van 'dingen' in de wereld uitdrukken, en als een theorie voorspelt dat een bepaald predikaat van toepassing zal zijn op een bepaald 'ding', terwijl je waarneming toont dat dit predikaat niet van toepassing is op dat ding, dan is er wel degelijk sprake van weerstand van de werkelijkheid.[37]

Verworven vormen en communicatie

Met de weerstand van de werkelijkheid alleen zou er echter geen sprake zijn van kennis. Er moet onderscheiden en geïdentificeerd worden, en dit laatste kunnen wij maar voor zover wij over vormen beschikken waarmee wij kunnen identificeren. Ik maak gebruik van de notie 'verworven vormen'. Aangezien wij slechts een gering aantal verworven vormen als aangeboren kunnen beschouwen, moeten wij wel besluiten dat onze verworven vormen haast allemaal voortkomen uit de interactie met onze omgeving. Het spreekt voor zich dat de communicatie met de mensen uit onze omgeving hierbij een belangrijke rol speelt.

Welke entiteiten wij onderscheiden (doorheen onze waarnemingen en voorstellingen) wordt grotendeels bepaald door het bad van taal en communicatie waarin wij van jongs af aan ondergedompeld worden. Om onze eigen ervaringen te verwoorden, zijn wij aangewezen op die taal. Wat expliciete kennis betreft, is het evident dat de taal die wij van jongs af aan geleerd hebben, een grote invloed heeft.

[36] Zie voetnoot 36, pagina 31.

[37] Als iemand zegt "Doe zus en zo, en je zult gelukkig zijn", en als jij vervolgens zus en zo doet, terwijl je je ervaring helemaal niet kunt typeren als "gelukkig zijn", dan is er evenzeer sprake van weerstand van de werkelijkheid als wanneer iemand zegt "raven zijn wit" terwijl je alleen maar zwarte raven ziet.

Verbeelding en creativiteit

Met weerstand van de werkelijkheid en verworven vormen (of taal) alleen is er echter nog geen sprake van weten. Er is ook een ingreep nodig om deze twee aan elkaar te linken. Zonder verbeelding of creativiteit zouden wij er nooit toe komen om de link te leggen tussen dingen en woorden.

Om tot een nieuw beeld te komen, en a fortiori om tot nieuwe kennis te komen, hebben wij altijd verbeelding en creativiteit nodig. En het is evident dat al onze kennis op een bepaald moment nieuw was. Om beelden die anderen gebruiken, en die voor ons nieuw zijn, te linken aan onze eigen ervaringen, hebben wij evenzeer een actieve verbeelding nodig. Om vanuit de verschillende perspectieven van verschillende communicatiepartners of vanuit de verschillende voorstellingen van verschillende communicatiepartners tot de bevinding te komen dat wij het over één en hetzelfde ding hebben, hebben we niet alleen communicatie en interactie nodig, maar ook creativiteit en verbeelding. Niet alleen zien anderen de dingen anders, maar vaak verwoorden ze hun waarnemingen ook anders dan we dat zelf zouden doen.

Verbeelding komt niet uit de lucht gevallen, maar maakt gebruik van verworven vormen, die (om alle mogelijkheden open te houden) bij de geboorte al aanwezig waren 'in de communicatiepartner', of die ontstaan doorheen de interactie van de communicatiepartner met zijn omgeving, en vooral doorheen de communicatie met zijn soortgenoten. Nieuwe verbeelding 'ontstaat' bijvoorbeeld wanneer een herinnerde verworven vorm gevarieerd wordt of wanneer verschillende verworven vormen met elkaar gecombineerd worden tot een nieuw vorm. Veelal gebeurt deze combinatie of variatie mediumaal, het is te zeggen doorheen de combinaties of variaties van afbeeldingen en talige uitdrukkingen. Een nieuwe afbeelding of nieuwe talige uitdrukking kan aanleiding geven tot nieuwe verworven vormen en nieuwe concepten. Afbeeldingen en talige uitdrukkingen kunnen aanleiding geven tot gemeenschappelijkheid op het vlak van de verworven vormen, ook in verband met niet-waarneembare dingen.[38]

Alle termen die wij gebruiken om onze waarnemingen weer te geven zijn ooit ontstaan met behulp van iemands creativiteit en verbeelding. Ik zie geen reden waarom wij onze verbeelding en creativiteit niet ook zouden gebruiken om vat te krijgen op het waardevolle in de wereld. "Kennis op basis van waarnemingen" is immers niet tegengesteld aan "kennis die gebruik maakt van verbeelding en creativiteit". Zonder verbeelding of creativiteit is kennis gewoonweg niet mogelijk.[39]

---

[38] Zo kunnen wij het imaginair getal i beschouwen als een gemeenschappelijk verbeeld concept (in een gemeenschap van rekenkundigen). Niemand heeft het getal i waargenomen, maar de taal laat toe uit te drukken dat $i = \sqrt{-1}$. Deze uitdrukking legt dwingend vast wat het getal i kan zijn.

[39] Met de gegeven werkelijkheid alleen komen wij inderdaad niet ver. Eén van de geloofspunten van het logisch-empirisme is dus onhoudbaar. (Zie hierover ook [Batens:1992], p. 48—49.) Voor een ouderwetse, degelijke logisch-empirist is de wereld ons *gegeven* doorheen *sense data* of *sensaties*. Deze laatste dingen zouden echt bestaan en ons ongeïnterpreteerde informatie over de wereld verschaffen. Visuele *sense data* zouden te vergelijken zijn met de pixels op een beeldscherm. Zij zouden ons gegeven zijn zonder dat er interpretatie aan te pas komt. Edoch, zelfs als wij onze ogen zodanig zouden kunnen dichtknijpen dat er slechts één pixel tegelijk tot ons netvlies doordringt, zou die pixel ons niets leren over de werkelijkheid. Bovendien heeft het niets met afzonderlijke pixels te maken dat wij een klein rond geheel van gele pixels en een groter rond geheel van rode pixels beide waarnemen als een bol; deze identificatie heeft te maken

2.2.5 Kennis over het waardevolle in de wereld

Als we inzien dat de duidelijkheid van onze taal geen alles-of-niets-kwestie is, en dat zelfs wie streeft naar 'objectieve kennis' het uiteindelijk ook moet stellen met kennis die door een (eventueel ruime) gemeenschap gedragen wordt, kunnen we het domein dat vatbaar is voor wetenschappelijk onderzoek drastisch uitbreiden. Het in rekening brengen van het feit dat al onze kennis verworven wordt doorheen onze ervaringen en door gebruik te maken van verbeelding en creativiteit, impliceert niet dat we de deuren openzetten voor subjectieve willekeur.[40] Als we alleen maar aannemen dat onze waarneming van de waardevolle kenmerken van de wereld ook gemeenschappelijkheid vertoont, en dat wij over deze waargenomen kenmerken kunnen spreken, kunnen we beginnen aan een wetenschap van het waardevolle in de wereld.

Ook onze kennis van het waardevolle in de wereld zal gestalte krijgen via ons contact met de wereld, doorheen onze communicatie met elkaar, en door gebruik te maken van creativiteit en verbeelding. Ook bij de creatie van een wetenschappelijke theorie over het waardevolle in de wereld moeten we gemeenschappelijkheid betrachten.

Omdat er geen a priori reden is waarom het waardevolle gebonden is aan een bepaald soort waarnemingen, moeten we al onze ervaringen waardoorheen we contact met de wereld hebben ernstig nemen. We moeten daarin wel op zoek gaan naar of open staan voor die aspecten van onze ervaringen die gemeenschappelijk kunnen zijn. Als we gemeenschappelijkheid betrachten op het vlak van kennis, dan sluit niets uit dat onze waarnemingen gekleurd kunnen zijn door onze lichamelijke constitutie, door onze behoeften, verlangens, of strevingen, of door wat Spinoza onze "conatus" noemt. We mogen geïnteresseerd zijn in onze wereld; om de betrouwbaarheid van onze waarnemingen te garanderen, hoeven we geen onverschillige houding aan te nemen. Onze kennis van de wereld mag gekleurd worden door ons streven naar een zinvol en gewaardeerd leven.

We zijn wel degelijk geïnteresseerd in de wereld, maar als we het waardevolle in de wereld in beeld willen brengen, kunnen we het niet meer zo voorstellen dat het waardevolle los staat van wie het als waardevol waarnemen. Het waardevolle hangt wel degelijk samen met kwaliteiten die zich voordoen in de wereld, en die er ook zouden zijn zonder waarnemers, maar in het proces waarin die kwaliteiten als waardevol waargenomen worden, spelen kenmerken van de waarnemers ook een rol. "Waarderingen bevatten de bevestiging van een *objectief* waardekarakter", schrijft Kruithof.[41] "De streving is gericht op een gegeven , dat een of andere waarde, bijvoorbeeld het ware, het goede,

met de vorm van een bol. Om iets te identificeren, moeten wij er al weet van hebben. Uit het beperkt aantal 'gekende vormen' die in ons geheugen opgeslagen zitten, moeten wij er één selecteren waarmee wij de 'gegeven *sense data*' identificeren. Dus, zelfs als *sense data* ons gegeven zouden zijn, zijn wij toch aangewezen op wat wij al weten om in het voorwerp van nieuwe zintuiglijke ervaringen specifieke entiteiten te herkennen. Stel dat in ons geheugen geen 'vormen' zouden opgeslagen zitten, maar gehelen van *sense data* of representaties van *sense data*. Zouden wij er dan ooit toe komen om een blauwe raaf te identificeren als een raaf? Geen enkel geheel van zwarte pixels wordt dan immers als 'raaf' gelabeld.

[40]Het is trouwens helemaal niet ondenkbaar dat een gemeenschappelijke vraag een antwoord krijgt vanuit een eenmalige (en dus oncontroleerbare) individuele bevinding, en dat dit antwoord gedurende een bepaalde periode ook als gemeenschappelijke kennis aanvaard wordt, want vaak is de behoefte aan een oplossing groter dan de drang om te verifiëren.

[41][Kruithof:1968], p. 259.

het mooie, het heilige, het rechtvaardige, in zekere mate concretiseert. .../... Het object bezit niet alleen betekenis omdat ikzelf ernaar streef, maar wordt door mij beschouwd als betekenisvol voor andere strevende wezens. De significantie van het object wordt dus losgemaakt van mijn louter persoonlijke streven. .../... Buiten de mens wordt een object geconstitueerd waarvan het waardevolle karakter niet louter voortkomt uit de mens, net zomin als het waargenomen object kan beschouwd worden als een schepping van de waarnemende mens." Onze waardering, onze betrokkenheid op het waardevolle in de wereld is inderdaad te vergelijken met onze waarneming, of meer nog: onze waarneming is een bijzonder geval van waardering. In de enge kijk op wetenschappen wordt de opvatting verdedigd dat waarderingen zoveel mogelijk uitgeschakeld moeten worden als we betrouwbare waarnemingen willen. In de kijk op wetenschappen die ik voorstel moeten we op de gemeenschappelijke aspecten van onze waarnemingen letten, en in het algemeen op de gemeenschappelijke aspecten van onze waarderingen. Voor om het even welke wetenschappelijke observatie moeten we uiteindelijk immers aannemen dat er gemeenschappelijkheid is in de manier waarop mensen de wereld waarnemen. In onze waardering, in onze betrokkenheid op het waardevolle kunnen we evenzeer gemeenschappelijkheid veronderstellen.

Om tot een wetenschap van het waardevolle in de wereld te komen, hebben we natuurlijk een taal nodig en waarnemingsgegevens die in deze taal uitgedrukt kunnen worden. Laat mij over beide aspecten nog iets zeggen.

De taal die we gebruiken, en de modellen waarover we beschikken spelen natuurlijk een rol bij onze waarneming. Daarom is het nuttig dat we creatief zijn in het bedenken van onderscheiden die van toepassing kunnen zijn op het waardevolle in de wereld. Bronnen voor dergelijke conceptuele onderscheiden zijn legio. In principe komen alle onderscheiden die het menselijk denken tot dusver voorgebracht heeft om het voorwerp van waarnemingen weer te geven in woorden, in aanmerking als kandidaat-onderscheiden waarmee we onze waarnemingen van het waardevolle in de wereld in woorden proberen te vatten.

Als we de praktijk van fysici of geneeskundigen bekijken, krijgen we de indruk dat zij weinig vertrouwen hebben in de eigen zintuiglijke ervaringen. Voor hun waarnemingen maken zij haast altijd gebruik van meet- en registratietoestellen. Het is inderdaad waar dat onze zintuiglijke waarnemingen niet altijd betrouwbaar zijn: een rechte stok die half onder water zit, ziet er gebroken uit (maar voelt wel nog recht aan); we zien de zon groter worden als ze zakt; we voelen tandpijn op een verkeerde plaats; een uur kan naar ons gevoel vlug of traag voorbijgaan; we vinden dingen lekker die schadelijk zijn voor onze gezondheid. Dergelijke fenomenen moeten ons echter niet doen vergeten dat onze ervaringen over het algemeen wel betrouwbaar zijn. Waarschijnlijk is het zo dat zintuiglijk ervaren een vaardigheid is waarop we minder betrouwen naarmate we die vaardigheid minder oefenen. Het ontbreken van meet- of registratietoestellen mag hoe dan ook geen reden zijn om de waardevolle aspecten van de wereld te verwaarlozen. Als we gegevens verwerken die niet gemedieerd zijn door meettoestellen, is de kans op inconsistenties misschien groter, maar dit is slechts een kwestie van gradatie. Als we een les kunnen trekken uit onze nadere beschouwing van de wetenschappelijke kennis, dan is het wel dat we niet alleen meer flexibiliteit moeten en kunnen brengen in de normen van ons denken, maar ook in ons contact met de wereld. Voor betrouwbaarheid is meetapparatuur geen sine qua non; elke manier om tot gemeenschappelijkheid te komen is goed.

Zoals de betrouwbare waarnemingsgegevens voor exacte wetenschappen gebonden zijn aan wel omschreven voorwaarden ("laboratoriumvoorwaarden", bijvoorbeeld), denk ik dat de betrouwbare waarnemingsgegevens voor een wetenschap van het waardevolle in de wereld gebonden zijn aan voorwaarden waaraan de waarnemer moet voldoen. Ik denk bijvoorbeeld dat de waarnemer zich een attitude moet aanmeten die ik zou typeren als "een goed begrepen egoïstische houding". Dit egoïsme (dat alles behalve egocentrisch is) is gericht op het geheel waarvan we deel uitmaken. Het brengt met zich mee dat de waarnemer zijn of haar aandacht richt op dat wat waardevol is voor de hele wereld en iedereen (in het ruimste geval), of op dat wat waardevol is voor de gemeenschap waartoe de waarnemer zich rekent. In het ruimste geval wordt de waardering enkel gekleurd door algemeen-menselijke condities. In het tweede vermelde geval wordt de waarneming ook gekleurd door meer historisch bepaalde, culturele factoren. Deze culturele factoren kunnen natuurlijk nooit helemaal uitgeschakeld worden, maar dit wil niet zeggen dat de waarneming daarom subjectief is. Uitspraken als "in omstandigheden A zijn we tot de bevinding gekomen dat B het geval is" zijn niet subjectiever dan een uitspraak als "in een luchtledige ruimte vallen alle voorwerpen even snel".

De wetenschappelijke houding die een voorwaarde is voor betrouwbare waarnemingen wordt voorts gekenmerkt door een ernst ten aanzien van de vraag naar het wat en het hoe van een zinnig en gewaardeerd leven, en dus ook door een interesse en een vreugde ten aanzien van resultaten waar andere wetenschappers toe komen.

Wat de constructie van een theorie over het waardevolle in de wereld betreft, hebben we alle redenen om optimistisch te zijn. Niet dat we al over een bevredigende domein-specifieke taal beschikken of over een overvloed aan bruikbare waarnemingsgegevens, laat staan dat we al over domein-specifieke 'wetten' beschikken, maar we weten dat een duidelijk taal hoe dan ook moet groeien, dat er ook op het vlak van kwalitatieve ervaringen gemeenschappelijkheid mogelijk is, en dat het helemaal niet irrationeel is om onze verbeelding te gebruiken en creatief te werk te gaan—anders komen we nooit tot kennis. Ten tijde van Galileo leek een wetenschap van de fysische eigenschappen van de dingen in de wereld niet minder onmogelijk dan een wetenschap van de waardevolle eigenschappen van de dingen in de wereld nu misschien lijkt. Waar de fysica, als 'eerste wetenschap van de werkelijkheid' alleen gebruik kon maken van de wiskunde en de meetkunde als hulpwetenschappen, heeft de wetenschap waarmee we nu willen beginnen alle andere wetenschappen als hulpwetenschappen. Bovendien is het logisch onderzoek zodanig geëvolueerd dat we niet al te gecrispeerd te werk hoeven te gaan: inconsistenties zijn niet langer taboe. Om Magnani te citeren: "It is always better to produce mistakes and then correct them, than to make no progress at all",[42] als het om kennisverwerving gaat.[43]

[42] [Magnani:2001], p. 128.

[43] Helemaal geen zicht hebben op wat een zinnig en gewaardeerd leven kan zijn, is inderdaad minder goed dan een idee hebben dat misschien wel niet lang stand zal houden, maar dat ons toch voorlopig

2.3 Eén wereld waarin zich verschillen voordoen

Laat ons ook nog even nagaan welke bezwaren er kunnen rijzen tegen een wereldbeeld waarin onze ervaringen een centrale plaats krijgen, en dat gekleurd wordt door betrokkenheid.

2.3.1 Structuur van de taal $\neq$ structuur van de werkelijkheid

Er is geen reden waarom de structuur van onze werkelijkheid zou overeenstemmen met de grammaticale structuur van onze zinnen.[44] Het feit dat onze zinnen opgebouwd zijn aan de hand van subjecten, objecten en predikaten, impliceert niet dat de werkelijkheid zou bestaan uit subjecten en objecten, waaraan we eigenschappen kunnen toeschrijven en waartussen we relaties kunnen bepalen. Een taal bakent entiteiten af, maar er is geen reden waarom reële entiteiten op dezelfde manier afgebakend zouden zijn.

Er is evenmin een reden waarom de logische structuur van een tekst of een theorie zou moeten overeenstemmen met een structuur in de wereld. Zelfs al zou een zin A met een bepaald 'feit' overeenstemmen, en een zin B met een ander 'feit', dan nog is er geen enkele logica $\mathbf{L}$ die garandeert dat $A, B \vdash_{\mathbf{L}} C$ (de afleidbaarheid van C uit A en B) impliceert dat de zin C moet overeenstemmen met een 'feit'.[45] Als wij het er binnen een gemeenschap over eens geraken dat $A_1, ..., A_n$, en dat wij de logica $\mathbf{L}$ kunnen gebruiken, dan zullen wij het er wel over eens zijn dat B als $A_1, ..., A_n \vdash_{\mathbf{L}} B$, maar dit geeft ons alleen maar goeie redenen —binnen deze gemeenschap— om aan te nemen dat, als $A_1, ..., A_n$ ons iets zeggen over de werkelijkheid, dat B dat dan ook wel eens zou kunnen doen.

De jonge Wittgenstein was nog van mening dat wanneer een god een wereld schept waarin bepaalde zinnen waar zijn, hij daarmee dan ook een wereld geschapen heeft waarin alle volzinnen die eruit volgen, kloppen. Nog volgens Wittgenstein kon die god ook geen wereld scheppen waarin de zin "p" waar is, zonder de voorwerpen die in de zin voorkomen te scheppen.[46] Dit is een onhoudbaar standpunt omdat er helemaal geen eenduidige relatie is tussen aspecten van de werkelijkheid en zinnen, laat staan tussen aspecten van de werkelijkheid en de waarheid van zinnen. In de klassieke logica kunnen we uit "de gemiddelde snelheid van een deeltje is gelijk aan het quotiënt van de door het deeltje afgelegde afstand en de verlopen tijd" besluiten tot "als deeltje a een afstand b aflegt in het tijdsverloop c, dan is de gemiddelde snelheid van a gelijk aan het quotiënt van a en b". Zoals de wetenschappen er nu voor staan zal niemand aan de waarheid van de premisse twijfelen, noch de waarheid van de conclusie verwerpen, maar dat betekent niet dat iedereen ervan overtuigd is dat deeltjes bestaan.

---

enigszins op weg helpt.

[44] Ik verwijs nogmaals naar het citaat op pagina 12 uit [Whitehead:1978].

[45] Ik plaats "feit" tussen aanhalingstekens, omdat het helemaal niet duidelijk is wat een feit is of zou kunnen zijn.

[46] [Wittgenstein:1975], p. 78, item 5.123.

2.3.2 Een wereldbeeld gekenmerkt door betrokkenheid, en zijn alternatieven

Het eenvoudige model van onze werkelijkheid dat ik in sectie 2.1 geschetst heb, moet vanzelfsprekend beter uitgewerkt worden. Dit uitwerken kan echter niet bestaan in een geïsoleerde studie van 'het weet hebben', noch in een geïsoleerde studie van de gemeenschappelijke talen, noch in een geïsoleerde studie van 'de verschillende dingen', laat staan in een geïsoleerde studie van 'de verschillende dingen die wij zijn'. Het is te zeggen, als wij een deelaspect van een geschetste voorstelling van onze werkelijkheid onder de loep nemen, moeten wij indachtig blijven dat het om een deelaspect gaat, en moeten wij het ook betrekken op het geheel van onze werkelijkheid. In de volgende secties wil ik afrekenen met alternatieven voor de visie dat de onderdelen van onze werkelijkheid wezenlijk op elkaar betrokken zijn, namelijk met:

- Het solipsisme: de opvatting dat alleen de eigen ervaringen werkelijk bestaan. (Zie sectie 2.3.3.)
- Wereldbeelden waarin bepaalde onderdelen een 'bestaan op zich' toegeschreven krijgen. (Zie sectie 2.3.4.)

2.3.3 Geen solipsisme

Hoe kunnen wij weten dat er wel degelijk een gemeenschappelijke wereld is ? Alvast dit: deze tekst, die in verschillende exemplaren gedrukt is, is op de een of andere manier van bij mij tot bij u gekomen. De meest voor de hand liggende verklaring hiervoor is dat dit alles zich in een gemeenschappelijke wereld afspeelt. Hoe luttel dit ook mag lijken, het feit zelf dat wij communiceren vormt een inperking voor onze beschrijving van de wereld. Elke filosofische tekst moet kunnen plaatsen dat er gecommuniceerd wordt.

In ons dagelijks leven maken wij het onderscheid tussen de eigen ervaringen en de ervaringen van anderen, en eveneens tussen ervaringen en 'dingen' die geen ervaringen zijn. De solipsist zegt dat deze onderscheiden louter de beeldvorming dienen; voor de solipsist is de werkelijkheid niets anders dan haar of zijn ervaringen. Het ligt inderdaad voor de hand om de eigen ervaringen als reële entiteiten te beschouwen. Zij vormen nu eenmaal ons leven, zoals dat voor ons is. Van eventuele andere reële entiteiten dan de eigen ervaringen, kunnen wij maar weet hebben voor zover zij 'tot ons komen' via onze ervaringen. Toch moeten wij onmiddellijk vaststellen dat wij zelfs niet aan de notie "eigen ervaringen" zouden kunnen denken, als wij geen weet zouden hebben van een ander perspectief dan het eigene. Niemand zou tot de gedachte komen 'iemand' te zijn die ervaringen 'heeft'. Er zouden alleen ervaringen zijn. *Iemand* die deze ervaringen *heeft*, komen wij in de eigen ervaringen niet tegen. Als wij het gevoel hebben iemand te zijn (die ervaringen heeft), is dat omdat anderen, met wie wij ons op gelijke voet plaatsen, ons als iemand bestempelen.

Als de eigen ervaringen de enige zijn, dan is het inbeelding van mij dat ooit iemand anders deze tekst leest. Of dan is het inbeelding van u dat deze tekst de neerslag is van de ervaringen van iemand anders. *Als* het inderdaad inbeelding zou zijn, dan moeten wij het stellen met deze ingebeelde werkelijkheid; de beleving blijft dezelfde, en de omgang met de medemensen verandert evenmin. Ik ervaar dit schrijven zo dat ik mijn best doe opdat iemand anders iets aan deze tekst zou hebben vanuit haar of zijn ervaringen. Als ik die ene solipsist ben, blijft het toch essentieel voor mij (voor de beleving van mijn leven) dat ik mij de mensen die ik mij voorstel, zó voorstel dat zij eigen ervaringen hebben. Mijn omgang met 'medemensen' zou niet anders zijn dan wanneer zij wel een eigen leven hebben. Met andere woorden, in de solipsistische visie worden vragen over de werkelijkheid van het eigen leven en dat van medemensen, vervangen door vragen over specifieke voorstellingen. De beleving en de omgang met 'andere mensen' is dezelfde als voor niet-solipsisten. Als iemand anders de ene solipsist is, dan blijft het toch een essentiële ervaring 'van mij' dat de solipsist zich ook andere mensen voorstelt die eigen ervaringen hebben. Dan kunnen wij (die gedacht worden door de ene solipsist) vragen over de werkelijkheid gewoonweg interpreteren als vragen over de gedachten van de solipsist. Het al dan niet terecht zijn van het solipsisme verandert niets aan onze beleving of onze omgang met elkaar. Wij kunnen het solipsisme dus afdoen als een overbodige voorstelling van zaken.

Als ervaringen de enige reële entiteiten zijn, dan zijn teksten, televisies, zendmasten, planeten, en milieuverontreiniging alleen maar werkelijk in onze ervaringen. Iedereen heeft de ervaring dat de gedragingen en de voortbrengselen van anderen ons leven mee bepalen. Wij wonen in huizen die anderen gebouwd hebben, wij ademen de uitlaatgassen in van auto's waar anderen mee rijden, en van de televisieprogramma's die we dagelijks voorgeschoteld krijgen, zouden we er weinig zelf bedacht willen hebben.

Wij kunnen niet bewijzen dat het solipsisme fout is, maar wij willen er ons niet al te lang mee bezig houden, omdat onze ervaring —voornamelijk onze omgang met medemensen— niet in het solipsistisch beeld past.

Wij kunnen ook een praktisch argument tegen het solipsisme vinden binnen de context van het streven naar kennis. Vanuit het eigen perspectief is alles ervaring, en hebben wij geen uitsluitsel omtrent de werkelijkheid achter onze voorstellingen. Wat wij wel hebben, vanuit het eigen perspectief, zijn zich herhalende samenhangen tussen ervaringen via verschillende zintuigen, bijvoorbeeld het samengaan van tastbare en zichtbare vormen.[47] Bovendien merken wij vanuit het eigen perspectief vaak een samenhang tussen woorden 'van anderen' en eigen zintuiglijke ervaringen. Wij kunnen deze opvallende samenhangen op drie manieren verklaren:

1. De wereld is chaotisch; de samenhang in het voorwerp van onze ervaringen is toeval.
2. De solipsistische visie: de samenhang is het product van de eigen voorstellingen.
3. De samenhang is geen wonder. Hij wordt verklaard door het bestaan van gemeenschappelijke 'verschillen' en 'verschillende dingen', en overeenkomsten in de manier van 'weet hebben' bij de verschillende communicatiepartners.

Als wij aannemen dat de wereld chaotisch is, dan is het streven naar een betrouwbaar beeld van de wereld zinloos. Als wij enige zekerheid willen omtrent de betrouwbaarheid

[47] Zelfs een solipsist kan onderscheid maken tussen 'zien' en 'voelen'.

van onze kennis, kunnen wij ze niet louter als eigen voortbrengsel beschouwen, en moeten wij de ervaringen van communicatiepartners gelijkschakelen met de eigen ervaringen, en het bestaan van gemeenschappelijke 'dingen' aannemen. Met andere woorden, dan kunnen wij er niet meer aan twijfelen dat sommige 'dingen' en de ervaringen van onze communicatiepartners even werkelijk zijn als de eigen ervaringen.

2.3.4 'Wij' en 'de dingen'

> *Nu is 't uitstappen uit een reiswagen waarin men lang over den weg gehotst heeft, niet zoo gemakkelyk als iemand die nooit of weinig gereisd heeft, zich verbeelden zou. Nagenoeg als de arme Sauriers uit de voorwereld, die door lang wachten ten-laatste een integreerend deel uitmaken van de klei, waarin ze aanvankelyk niet gekomen waren met het plan om er te blyven, heeft er ook by reizigers die wat nauw op-één gedrukt en in gedwongen houding, te lang in een reiswagen gezeten hebben, iets plaats, wat ik u voorstel assimilatie te noemen. Men weet eindelyk niet juist meer waar 't lederen kussen van den wagen ophoudt, en waar de ikheid aanvangt, ja, het denkbeeld is me niet vreemd dat men in zulk een wagen kiespyn of kramp hebben kan, die men voor mot in 't laken aanziet, of omgekeerd.*[48]

In sectie 5.3.2 stel ik de vraag welk wereldbeeld we moeten aanhangen opdat de fysica erop van toepassing zou kunnen zijn. Ik kan alvast vertellen dat je wereld niet moet bestaan uit atomen of andere kleinste deeltjes als je aan fysica wil doen. Overigens denk ik dat het een interessante uitdaging is voor mensen die een wereldbeeld aanhangen waarin enkel plaats is voor deeltjes, om de werkelijkheid achter onze centrale waarden te beschrijven.

Wat mensbeelden betreft waarin het subject verschijnt als een op zich staande entiteit, ben ik geneigd te zeggen dat de mensen die zo'n wereldbeeld aanhangen de bewijslast dragen. In de appendix over 'zelf'verwijzing besteed ik nog even aandacht aan dit mensbeeld.[49]

In deze sectie vergelijk ik mijn schets van onze werkelijkheid met de net vermelde mens- en wereldbeelden. In sectie 2.1 probeerde ik te tonen dat wij door de interactie met elkaar tot de bevinding komen zelf 'een object' te zijn, namelijk 'een ding' dat door anderen onderscheiden wordt. Omdat wij zelf onderscheiden, gaan wij het object dat wij voor anderen zijn een subject noemen. Vanuit mijn optiek is het vanzelfsprekend dat 'objecten' en 'subjecten' niet los staan van elkaar of van de betreffende onderscheidingsacten. Ik spreek dan ook liever van communicatiepartners dan van subjecten, en van 'verschillende dingen' ('dingen' die onderscheiden worden) dan van objecten. Zelfs al zouden 'Ik' of 'Mijn Denken' of 'Mijn Zelf' enerzijds en de de wereld of 'De Uitgebreidheid' of 'het Ding-an-sich' anderzijds tot twee verschillende werelden behoren, dan nog slaag ik er in mijn dagelijks leven niet in om die grens tussen mezelf en de rest van de wereld te trekken.

Maar kijk. Is een neiging tot narcisme ons eigen ? Als 'waarden' ter sprake komen, zijn er nog steeds mensen geneigd om het subject centraal te stellen, en de betrokkenheid

[48] [Multatuli] *Max Havelaar*, p. 81.
[49] Zie sectie 13.2.

van dit subject op zijn omgeving te vergeten. En is ook een streven naar ongenaakbaarheid ons eigen? Als 'waarheid' het gespreksonderwerp wordt, zijn er nog steeds mensen geneigd om 'de objectieve werkelijkheid' centraal te stellen, en te vergeten dat de objectieve werkelijkheid per definitie ontoegankelijk is voor ons. Zowel in gesprekken over waarden als over waarheid is de tendens aanwezig om *onze* werkelijkheid te verkappen en te reduceren tot subjecten en/of objecten. 'Subjecten' en 'objecten' krijgen aldus een werkelijkheidsstatuut toegemeten dat niet meer te verzoenen is met een beeld van onze werkelijkheid waarin betrokkenheid een centraal kenmerk is. De werkelijkheid van het weet hebben, de werkelijkheid van onze ervaringen in al hun verscheidenheid, wordt dan verwaarloosd of zelfs totaal miskend. Mijn verbazing over deze neigingen wordt hoe langer hoe reëler. Reminiscenties aan een geloof in een eeuwig leven als individueel zieltje spelen ons blijkbaar nog steeds parten wanneer wij het hebben over 'de zin van het leven'. En als wij het hebben over waarheid, brengt de gefixeerdheid op 'objectieve kennis' met zich mee dat 'ervaring' vernauwd wordt tot ofwel 'objectieve waarneming' ofwel 'zuiver rationeel denken'. Objectieve waarneming zou erin bestaan dat wij kennis hebben die niet gekleurd is door kenmerken van de waarnemer. En daartoe moeten wij geloven in het bestaan van een objectieve werkelijkheid èn van een kennend subject, die met het flinterdun draadje van de objectieve waarneming met elkaar verbonden zijn. Objectieve waarneming is inderdaad een zo abstracte notie dat de mogelijkheid ervan heden ten dage als inbeelding bestempeld wordt. Het beeld van de dubbele werkelijkheid is echter wel blijven bestaan. Dat dit beeld gebruikt wordt, is niet erg, maar dat wij het voor werkelijk houden wel. Het beeld van de dubbele werkelijkheid brengt met zich mee dat de relatie tussen het subject en het lichaam onduidelijk wordt. De oorzaak van het *'mind-body'*-probleem ligt volgens mij niet in de klaarblijkelijke dubbelheid van de werkelijkheid —van een klaarblijkelijke dubbelheid is er volgens mij geen sprake— maar in het buiten beschouwing laten van de werkelijkheid van onze ervaringen.

"Subject" is een instrumenteel begrip dat wij gebruiken om over ervaringen te spreken. Wij zeggen dat het subject ervaringen heeft of kan hebben. Wij nemen geen subjecten waar; het beeld van een subject is een product van de verbeelding. Wij gebruiken het begrip "subject" om ons beeld van ervaringen te ordenen. In dit beeld verschijnen onze ervaringen als *disposities van het subject*.

Anderen nemen ons waar als lichamelijke individuen die gedragingen vertonen. Gedragingen kunnen we voorstellen als onze bezigheden gezien van buitenaf, zoals we onze ervaringen kunnen voorstellen als onze bezigheden gezien van binnenuit. Naar analogie hiermee wordt het beeld van een lichamelijk individu dat gedragingen vertoont, gekoppeld aan het beeld van een subject dat ervaringen kan hebben. Zoals achter gedragingen ervaringen schuilgaan, gaan achter lichamen subjecten schuil, tenminste, zo stelt men het zich voor. Deze analogie-redenering is problematisch. Een subject kunnen wij ons alleen maar verbeelden, want niemand neemt dit subject waar en we hebben weliswaar onmiddellijk weet van onze eigen ervaringen maar niet van een subject dat ervaringen heeft. Om de analogie volledig te maken, met andere woorden, omwille van de samenhang van ons beeld gaan wij het subject ook een werkelijkheid toeschrijven, die een continuïteit heeft over de verschillende ervaringen heen, zoals ons lichaam een continuïteit heeft over de verschillende gedragingen heen.[50]

Wij kunnen ons de werkelijkheid inderdaad als dubbel voorstellen. Als ik een boom zie, lijken ik en de boom een onafhankelijk bestaan te hebben. Als ik even mijn ogen sluit, en dan weer kijk, zie ik de boom weer. Aldus lijkt het zien, dat zich twee keer voordoet, toevallig te zijn, in vergelijking met de werkelijkheid van het ik en de boom. Met een eenvoudig voorbeeld als het zien van een boom, is de neiging groot om subject en object als onafhankelijke entiteiten te zien, die in vergelijking met de secundaire werkelijkheid van de ervaring van de object door het subject, primair zijn.

Het is een denkfout dat de werkelijkheid afhankelijk zou zijn van ons voorstellingsvermogen. Het is niet omdat wij ons het subject en het object voorstellen als entiteiten die onafhankelijk zijn van specifieke, toevallige ervaringen, dat de werkelijkheid aan deze voorstellingen beantwoordt. Die denkfout is heel begrijpelijk: ik zie een boom op verschillende momenten t_1, t_2, tot en met t_n. Daaruit leid ik af dat ik en de boom een continuïteit hebben van t_1 tot t_n (en eventueel ook vóór t_1 en na t_n). Deze afleiding is heel plausibel, maar berust op een niet onbelangrijke ingreep, namelijk het identificeren van 'ik op t_1' met 'ik op t_2', ..., en met 'ik op t_n'—analoog voor de boom. De continuïteit die wij aan objecten toeschrijven, heeft te maken met het *identificeren* van verschillende waarnemingsbeelden *in onze ervaringen.* De continuïteit die wij aan het subject toeschrijven, heeft te maken met het feit dat wij onszelf *voorstellen* of *beleven* als individuen of lichamen, en het subject daarin situeren of daarmee identificeren. Op epistemologisch vlak is het evident dat de ervaring vóór het onderscheid tussen subject en object komt.

Als wij 'waarnemen' beschouwen als een dispositie van het subject, moeten wij 'waargenomen worden' evengoed beschouwen als een dispositie van het object. Ervaringen zijn immers altijd ervaringen *van iets.* Ervaren en ervaren worden zijn in de ervaring echter één. Als wij de werkelijkheid van waarnemingen willen herleiden tot subject en object, moeten wij ervaringen splitsen in een dispositie van het epistemologisch subject en een dispositie van het ontologisch object en dan zitten wij met het onverklaarbaar wonder dat deze twee disposities met elkaar interfereren. Disposities van subject en object zijn niet genoeg om deze interferentie te verklaren.

De eventuele werkelijkheid van het subject dat wij toegemeten krijgen, doet zich maar voor doorheen onze ervaringen. Van eventuele objecten hebben wij maar weet doorheen onze ervaringen. Ervaringen hebben altijd een voorwerp, terwijl sommige voorwerpen niet teruggaan op reële entiteiten. Het lijkt mij dan ook een verdedigbare optie om niet, zoals Descartes, vanuit de vaststelling dat er gedacht wordt te besluiten dat 'het subject dat denkt' werkelijk bestaat, en om evenmin, zoals Kant, de werkelijkheid van het subject-op-zich en het object-op-zich in te voeren als noodzakelijke vooronderstellingen voor onze kennis, maar om "subject" en "object" in de eerste plaats te beschouwen als *beelden* waarmee we de werkelijkheid van onze ervaringen proberen te vatten.[51]

[50] Als subjecten niet bestaan, heeft het ook geen zin om ons leven in te richten in functie van het subject dat we ons inbeelden te zijn.

[51] Hiermee wil ik natuurlijk niet zeggen dat het voorwerp van onze waarnemingen alleen maar een beeld is; er is wel degelijke een achterliggende objectieve werkelijkheid. Het beeld van 'op zich bestaand object' gebruiken we om onze waarneming zelf in beeld te brengen.

Mijn conclusie is dat we subject–ervaring–object het best als één geheel beschouwen. Subject, ervaring en object hebben gemeenschappelijke kenmerken (een gemeenschappelijke 'substantie' om met Spinoza te spreken), waardoor de interactie tussen subject en object kan verklaard worden.

Om ons een beeld te vormen van wat ervaringen zijn, grijpen wij gewoonlijk terug naar de concepten begrippen "subject" en "object". Om vat te krijgen op onze werkelijkheid zijn wij inderdaad aangewezen op het onderscheiden van verschillen, maar er is geen reden om quasi-dogmatisch vast te houden aan bepaalde onderscheiden. Door onze ervaringen een plaats te geven in onze werkelijkheid, en door open te staan voor onze wereld en creatief om te gaan met onze gemeenschappelijke taal, kunnen wij tot een veel beter uitgewerkt model van onze werkelijkheid komen, dan "het subject ervaart objecten".

Hoofdstuk 3

Inleiding tot delen I en II

Het onderwerp van delen I en II is theorie-constructie. Het doel van delen I en II is te tonen dat er op het vlak van theorie-constructie veel meer mogelijk is dan in een 'enge klassieke visie op wetenschappen' voor mogelijk gehouden wordt. Mijn interesse gaat vooral uit naar een theorie over het waardevolle in de wereld, maar het spreekt voor zich dat het domein dat in aanmerking komt voor wetenschappelijk onderzoek ook in andere richtingen kan uitgebreid worden.

3.1 Creatief met logische middelen

De aandacht gaat vooral uit naar het formeel instrumentarium dat we ter beschikking hebben. Er worden niet alleen enkele bestaande logica's besproken en een enkele nieuwe logica's voorgesteld, maar er wordt ook aandacht besteed aan het creatief gebruik van logische middelen. Dit creatief gebruik betreft:

- Enkele voorbeelden van creatieve representatie van het bestudeerde domein.[1]
- Een interessante uitbreidingen van de logische objecttaal.[2]
- Alternatieve benaderingen van 'het standaardmodel van de wereld'.[3]
- Het gebruik van logische middelen in een model voor theorie-constructie.[4]

3.2 $\langle \Gamma, \mathbf{L} \rangle$

Mijn onderzoek is in die zin beperkt, en dus ten hoogste exemplarisch voor theorie-constructie in het algemeen, dat ik alleen theorieën van de vorm $\langle \Gamma, \mathbf{L} \rangle$ beschouw, waarin Γ een verzameling domein-specifieke uitspraken is, en $\mathbf{L}$ een logica. Ik beperk mij bovendien

[1] Zie hoofdstuk 5.
[2] Zie sectie 6.5.
[3] Zie secties 6.4 en 7.6.3.
[4] Zie hoofdstuk 11.

tot logica's met een predicatieve taal van eerste orde (met identiteit). Die keuze is natuurlijk historisch bepaald, maar past ook binnen de visie dat taal in de eerste plaats een communicatiemiddel is. Wij zijn het nu eenmaal gewoon om de subject/predikaat-vorm te gebruiken voor onze mededelende zinnen. Mits enige creativiteit kunnen we met een predicatieve taal van eerste orde trouwens veel doen.

$\langle \Gamma, \mathbf{L} \rangle$ bepaalt ook een verzameling $Cn_{\mathbf{L}}(\Gamma)$, namelijk de verzameling van alle **L**-gevolgen van Γ. Als we een theorie voorstellen als een koppel $\langle \Gamma, \mathbf{L} \rangle$, kunnen we de vraag hoe een theorie geconstrueerd wordt opsplitsen in twee vragen:

- Hoe wordt de verzameling Γ bepaald ?
- Welke logica kiezen we ?

In grote lijnen kunnen we stellen dat in deel I de keuze van **L** centraal staat, terwijl in deel II de constructie van Γ centraal staat. Dit wil natuurlijk niet zeggen dat er in deel II geen logica meer voorkomt. Integendeel. In het creatief proces dat leidt tot de bepaling van Γ kunnen heel wat logische middelen nuttig aangewend worden.

Deze tweedeling betekent natuurlijk ook niet dat theorie-constructie in praktijk bestaat uit twee verschillende processen. Inzicht in het domein, en meer bepaald inzicht in de kenmerken van Γ beïnvloedt de keuze van **L**, en de logica die men wenst te hanteren bepaalt hoe Γ eruit moet zien. Onderzoekers die denken dat een theorie op iedere moment van haar geschiedenis consistent moet zijn, zullen bijvoorbeeld heel scrupuleus te werk moeten gaan bij het bepalen van de leden van Γ. Onderzoekers die zich bezighouden met een domein dat bestaat uit elementen die moeilijk in hokjes in te delen zijn zullen eerder kiezen voor een logica die overweg kan met vage predikaten.

3.3 Logisch-empirisme

Delen I en II zijn ook te lezen als een evaluatie van, een kritiek op of een vernieuwing van het logisch-empirisme. De titel van deel I luidt immers "Inperkingen vanuit de logica", en de titel van deel II "Inperkingen vanuit de ervaringen". Als we "ervaringen" invullen als "empirie" kunnen die titels zo uit een logisch-empirisch manifest komen. De vernieuwing ten opzichte van het logisch-empirisme kan ik aangeven in enkele punten:

- We zijn verlost van de absoluutheidseis.
- We zijn nu verlost van het consistentie-juk van de klassieke logica (we mogen ons al eens vergissen).
- Wij zijn verlost van de aanname dat de logische en niet-logische termen een eenduidige betekenis moeten hebben (we mogen ons al eens wat vrijer uitdrukken).
- Ons contact met de wereld hoeft niet beperkt te worden tot het strikt descriptieve, of meetbare, of wiskundig uitdrukbare.
- Wij beschouwen creativiteit wel als een proces dat rationeel kan verlopen.

- Wij mogen doelen hebben, en we kunnen ze in rekening brengen.

Het valt wel te begrijpen dat mensen in de eerste helft van de twintigste eeuw zich wilden beperken tot de normen van de klassieke logica en betrouwbare waarnemingsgegevens. Het logisch-empirisme wilde de impact van waarden, normen en verbeelding (en dan vooral van inbeelding) op onze kennis terugdringen. In de eerste helft van de twintigste eeuw waren er dan ook redenen om dit te doen. Hoe verweer je je tegen de logica van de inbeelding van machtswellustelingen en tegen de logica van de waarden en normen van 'supervolkeren'? Als je niet in dergelijke waanzin wil meegesleurd worden, hou je je het best aan betrouwbare dingen, zoals dat wat je klaar en duidelijk registreert, en formeel logische waarheden.

Zoals we uit het werk van onder andere Joke Meheus leren,[5] hoeven we creativiteit niet buiten beschouwing te laten.[6] Het genereren van nieuwe inzichten hoeven we inderdaad niet als een irrationeel of onwetenschappelijk proces te beschouwen. Een eerste voor de hand liggende stap om systematiek te brengen in creatieve processen, bestaat erin het doel in rekening te brengen.[7]

Het is misschien nuttig om even in te gaan op thema's die we aan het logisch-empirisme kunnen koppelen.

3.3.1 Een eenduidige taal.

Duidelijke waarnemingsgegevens als premissen nemen, en besluiten trekken uit deze gegevens volgens de regels van een strikte formele logica, zo kunnen we het motto van het logisch-empirisme beknopt weergeven. De waarnemingsgegevens moeten ontdaan zijn van elke interpretatie en geformuleerd zijn in een eenduidige taal. De wens om een duidelijke taal te gebruiken ligt voor de hand, de vraag is echter hoe streng normatief deze wens moet ingevuld worden. Als de lat ligt bij 'eenduidigheid' dan is het de vraag of er veel talige uitdrukkingen over zullen geraken. Stel dat de werkelijkheid bestaat uit 'objecten' en 'feiten', en dat we alleen werken met duidelijk gedefinieerde eigenschappen en relaties. Stel dat de eenduidige taal die we gebruiken enkel bestaat uit duidelijk gedefinieerde logische constanten, en niet-logische constanten waarmee we objecten, feiten, en eigenschappen en relaties representeren, (deze niet-logische constanten noemen we respectievelijk individuele, propositionele en predicatieve constanten). Wie geen beroep wil doen op verbeelding, moet aannemen dat er een soort directe link is, een eenduidige relatie tussen een constante en dat waarvoor die constante staat, een link die alle mensen van alle tijden op dezelfde manier zouden leggen. Mij is het helemaal niet duidelijk hoe we die link moeten leggen. Bekijk bijvoorbeeld de propositionele constanten, en probeer een Nederlandse zin te formuleren, die in om het even welke context dezelfde betekenis heeft. Of probeer alleen nog maar een feit te onderscheiden.

[5] Zie sectie 2.2.2.

[6] Het gebruik van de verbeelding mogen we ook niet buiten beschouwing laten, maar we kunnen het echter niet wetenschappelijk aanpakken, want met het gebruik van de verbeelding is het gesteld zoals met het paard dat je wel naar het water kunt brengen, maar niet kunt doen drinken.

[7] Zoals in [Batens:2003b] voorgesteld wordt. Zie ook sectie 4.2.

Het probleem van interpretatievrije waarnemingsgegevens is vooral dat je in de wereld geen zinnen waarneemt. Als je door het venster naar buiten kijkt, zie je eventueel *dat het regent*, maar niet "het regent", tenzij iemand de letters "H-E-T R-E-G-E-N-T" op de ruit geschreven heeft. 'Sense data' leveren geen oplossing voor het feit dat we geen zinnen waarnemen. Logici hebben over het algemeen weinig last van de vraag waar hun gegevens vandaan komen; meestal vertrekken zij van de aanname dat er een eenduidige taal voor handen is, en dat ze over gegevens in die taal beschikken, om vervolgens alleen nog te letten op de geldigheid van inferenties op basis van formele kenmerken van de gebruikte zinnen. In deel I zullen wij ook nog doen alsof de wereld ons voorziet van eenduidige zinnen. In deel II wordt het taalgebruik echter in vraag gesteld. Een rode draad doorheen deel II, waarin logische middelen voorgesteld worden die bruikbaar zijn bij het construeren van theorieën, is dat de domein-specifieke taal 'wetenschappelijker' wordt doorheen de constructie van de theorie. Een wetenschappelijke taal wordt hier voorgesteld als een taal die op een gemeenschappelijke manier gebruikt wordt. Gemeenschappelijk gebruik van een gemeenschappelijke taal is een norm die wenselijk is, en die in tegenstelling tot de logisch-empirische norm "eenduidigheid" wel haalbaar is.[8]

3.3.2 Positivisme en redeneren vanuit een doel of een probleem.

'Positivisme' brengt met zich mee dat je alleen redeneert op basis van gegevens die je uit de wereld haalt. Van een nog te realiseren werkelijkheid hebben we echter geen waarnemingsgegevens, en als je als logisch-empirist alleen rekening houdt met wat je ziet, kun je strikt genomen niet eens op het idee komen om de wereld te veranderen. Uit werk van Batens, Nickles en Meheus[9] weten we echter dat wetenschappers-in-actie niet alleen gegevens herschikken, maar ook redeneren naar de oplossing van een probleem toe of vanuit een doel dat zij zich stellen. Zelfs klassieke logica wordt al veel interessanter als we doelgerichte bewijzen maken.[10] Inperkingen ten aanzien van een theorie komen inderdaad niet alleen uit waarnemingsgegevens maar evenzeer uit het doel dat we voor ogen hebben. Maar zelfs van positivisten kunnen we zeggen dat zij naar een doel toewerken: zij willen het standaardmodel van de wereld axiomatiseren.

Zowel in deel I als deel II probeer ik onze doelstellingen in rekening te brengen. Een wetenschappelijke theorie probeert immers meer te zijn dan een consistente verzameling empirische data. Coherentie is een voor de hand liggende betrachting. Wetenschappelijke theorieën proberen over het algemeen ook verklarend te zijn. Met het oog op de constructie van een wetenschap van het waardevolle in de wereld rijst ook de vraag of 'betekenis geven' ook een legitiem wetenschappelijk doel kan zijn.

3.3.3 Axiomatisering van het standaardmodel van de wereld

Een eerste inperking die we zouden kunnen maken omtrent de beschrijving van onze wereld is dat alles wat zich voordoet in de wereld *waar* is en dat alles wat zich niet

[8]Het gemeenschappelijk gebruik van een term is telkens weer een voorlopige aanname. Er is dynamiek mogelijk.

[9]Zie de sectie met titel "Methodische aanpak voor probleemoplossing." op pagina 48.

[10]Zie bijvoorbeeld [Batens/Provijn:2003] en sectie 4.2.

voordoet in onze wereld *vals* is. Aldus kunnen we kennis van de wereld beschouwen als het geheel van die zinnen die waar zijn in het standaardmodel van onze wereld, tenminste als we een duidelijke relatie kunnen definiëren tussen de verzameling dingen die zich (al dan niet) voordoen in onze wereld, en de verzameling zinnen waarmee we willen werken. Dit levert ons meteen een argument op om met een twee-waardige logica te werken, en wel een logica waarin elke zin ofwel de waarde “waar” (of 1), ofwel de waarde “vals” (of 0) krijgt.

Om het standaardmodel van onze wereld te bepalen, kunnen we enerzijds een studie maken van de dingen die zich voordoen in de wereld, en anderzijds een studie van modellen in het algemeen. Het bepalen van dergelijke modellen vond een eerste hoogtepunt in het vastleggen van de semantiek van de klassieke logica. De semantiek van de klassieke logica geeft ons een idee van welke zinnen waar moeten zijn gegeven dat bepaalde zinnen (waarvan we dan veronderstellen dat ze dingen die zich voordoen in de wereld weergeven) waar zijn, maar bepaalt ook een verzameling zinnen die hoe dan ook waar moeten zijn (geldige zinnen of stellingen). Het standaardmodel van onze wereld maakt dan ook alle logische waarheden waar.

De semantiek van de klassieke logica maakt gebruik van waarheidsfuncties. Op basis van de waarde die de elementaire bouwstenen van onze zinnen toegekend krijgen, kunnen we de waarde van elke zin bepalen. Ook in het standaardmodel krijgt iedere zin de waarde ‘waar’ of ‘vals’ toegemeten, en dit volledig op basis van de toekenning van de elementaire bouwstenen. Met andere woorden: als we de elementaire bouwstenen kennen van de taal waarin we onze kennis van de wereld willen uitdrukken, dan moeten we alleen de toekenningsfunctie van het standaardmodel bepalen, en dan hebben we het standaardmodel van onze wereld. Zo eenvoudig is het logisch-empirisme.

Wie er niet van uit gaat dat we alleen maar de klassieke logica kunnen gebruiken, kan met dezelfde taal en dezelfde toekenningsfunctie meer modellen toelaten dan alleen maar klassieke modellen. Algemeen gesproken komt het bepalen van het standaardmodel van de wereld (voor een bepaalde taal) dan neer op het maken van een selectie uit alle mogelijke modellen. Het spreekt voor zich dat we ons voor het maken van een selectie van het standaardmodel hoe dan ook maar kunnen baseren op een eindig fragment van onze taal. Als we er van uitgaan dat het fragment dat we gebruiken kan blijven aangroeien, dan weten we dat de selectie van het standaardmodel van onze wereld een taak is die nooit ophoudt. Op basis van de toekenning van een fragment van de taal, kunnen we ook, louter met logische middelen, een extrapolatie maken naar de nog niet gekende toekenningen; dit brengt een nog strengere selectie met zich mee van de logische modellen dan dat we kunnen maken met klassieke middelen.[11]

Sinds Hilbert bestaat er een tendens om theorieën axiomatisch te formuleren, als een koppel $\langle \Gamma, \mathbf{L} \rangle$, waarin Γ is een verzameling domein-specifieke *axioma's* is. Het hoeft niet gezegd dat de oorspronkelijke opvatting was dat de klassieke logica de logica is die nodig is voor het bepalen van theorieën. Als we in een bepaald domein een idee hebben van

[11] Zie sectie 11.3.4.

hoe het standaardmodel eruit moet zien,[12] dan moeten al de zinnen die waar zijn in het standaardmodel bewijsbaar zijn aan de hand van de leden van Γ en de logica $\mathbf{L}$. Een theorie is dan *volledig* als alle ware zinnen in het standaardmodel (van het betreffende domein) kunnen bewezen worden aan de hand van die theorie, en ze is *juist* als alles wat bewijsbaar is in de theorie waar is in het standaardmodel.

In deze tekst volg ik ook het idee om een theorie voor te stellen als een koppel $\langle \Gamma, \mathbf{L} \rangle$. Wanneer de logica in kwestie een adaptieve logica wordt, en gebruikt wordt in een algemener model voor theorie-constructie, dan wordt de verzameling Γ niet meer beschouwd als een verzameling onwrikbare axioma's, maar als een verzameling premissen die voor herziening vatbaar zijn.[13]

Een idee hebben van hoe het standaardmodel eruit moet zien, kan een verrijking van de objecttaal met zich meebrengen. Een klassiek voorbeeld: het feit dat iedere zin in de semantiek als waar of vals bestempeld wordt, kan zich in de objecttaal laten vertalen met behulp van een klassieke negatie, of van een propositionele constante zoals $\perp$, waarvan we eisen dat ze altijd vals is.[14] Als vuistregel voor het ontwikkelen van de logische objecttaal zal ik proberen 'de semantiek binnen te brengen in de objecttaal.'

3.3.4 Scepticisme

Wie denkt dat absolute zekerheid een voorwaarde is voor kennis, zal vermoedelijk sceptisch staan tegenover inbreng door anderen, zeker als die inbreng ietwat ongewoon klinkt. Dit scepticisme hangt samen met de opvatting dat kennis objectief moet zijn. Als we echter inzien dat de taal die we gebruiken een communicatiemiddel is dat niet perfect is, als we inzien dat taal een middel is waarmee we proberen ervaringen uit te drukken, dan kunnen we zeggen dat een te ver doorgedreven scepticisme eigenlijk een vorm van gebrek aan respect is. Als mensen dingen zeggen omdat die dingen de moeite waard zijn om te zeggen, dan betaamt het eigenlijk niet om te antwoorden: "is dat wel correct ?".

Nu we verlost zijn van de absoluutheidseis, kunnen we soepeler omgaan met de inbreng van anderen. Als we kunnen aannemen dat onze communicatiepartners er niet op uit zijn om ons te misleiden, dan kunnen we ook oncontroleerbare inbreng toelaten als wetenschappelijke gegevens. Deze inbreng kan dan ook een expressie van een ervaring betreffen, of een 'gekleurde' waarneming. Gekleurde waarnemingen zijn immers niet per definitie subjectief. Ik opteer ervoor om ook zogezegde objectieve inbreng te behandelen als uitdrukkingen van ervaringen.[15]

Als we minder absoluut te werk gaan, kunnen we de normen van ons denken en ons contact met de wereld beter op elkaar afstemmen. Onze wereld bestaat immers niet louter uit klaar en duidelijk registreerbare waarnemingsgegevens,[16] en de normen van de klassieke logica zijn over het algemeen te streng voor menselijke kennis.

[12] In de rekenkunde moet het standaardmodel bijvoorbeeld alle juiste rekensommen waar maken.

[13] Zie hoofdstuk 11.

[14] Zie sectie 4.1.5.

[15] Zie sectie 11.4.

[16] Onze wereld bestaat in de eerste plaats uit onze ervaringen: mensen lijden honger, werken, verpozen, gaan op of onder in hun bezigheden. En wat het is te lijden of vreugde te genieten, kan je niet eenduidig registreren.

3.4 Het waardevolle in de wereld

Delen I en II zijn vooral bedoeld als één uitgesponnen argument ter ondersteuning van de stelling dat een wetenschap van het waardevolle in de wereld mogelijk is. In grote lijnen komt het argument erop neer dat een theorie als de klassieke mechanica niet minder onmogelijk is dan de constructie van een wetenschap van het waardevolle; bovendien beschikken we nu over logische middelen die niet bestonden ten tijde van Newton (althans niet expliciet).

3.4.1 Een wereld gekenmerkt door betrokkenheid

Ook de wereld van de fysica is een wereld die gekenmerkt wordt door betrokkenheid, en door het feit dat ervaringen een prominente plaats innemen in die wereld. Het gebruik van een predicatieve taal insinueert een atomistisch wereldbeeld, maar in feite kunnen we de fysici (evenals de rekenkundigen) beschouwen als de schoolvoorbeelden van wetenschappers die creatief omgaan met de taal die we nu eenmaal kennen. De wereld van de fysica en de wereld van het waardevolle zijn echt wel dezelfde wereld.[17]

3.4.2 Wetenschap als uitdrukking van ervaringen

De bevindingen uit deel II laten ons bovendien toe om de bestaande wetenschappen te reconstrueren, niet als 'objectieve' wetenschappen, maar als theorieën waarin de ervaringen van mensen op een maximaal-gemeenschappelijke wijze tot uitdrukking komen.[18] Als we "maximaal" een relatieve interpretatie geven, dan kunnen we wetenschappelijke ontwikkeling ook zien als een ontwikkeling van kleinere gemeenschappen naar ruimere gemeenschappen. De grens tussen *onze* theorieën en *wetenschappelijke* theorieën vervaagt dan. Een wetenschappelijke ingesteldheid impliceert dan openheid en bereidheid tot communicatie. Een wetenschap van het waardevolle in de wereld zal aanvankelijk misschien 'slechts' een lokale theorie zijn, een theorie die slechts in een kleine gemeenschap aanvaard wordt, maar dit mag ons niet tegenhouden. *Een* lokaal betekenisgevend antwoord op de vraag "wat te doen ?", is trouwens beter dan *geen* betekenisgevend antwoord.

3.4.3 De instrumenten van de verbeelding

Tenslotte wil ik het nog hebben over het derde, ontbrekende deel, namelijk de verbeelding. Verbeelding laat zich echter niet neerpennen. Het (onontbeerlijke) gebruik van de verbeelding blijft een individuele aangelegenheid. Het is ermee gesteld zoals met het paard dat je wel kunt naar het water brengen, maar niet kunt doen drinken. Het op elkaar betrekken van vormelijk denken en substantieel contact met de wereld is een uitdaging

[17] Zie hoofdstuk 5.

[18] Ik heb niet de tijd genomen om de facto aan te tonen dat de klassieke mechanica te reconstrueren is als een theorie waarin de ervaringen van mensen tot uiting komen, maar het model dat in sectie 11.6 voorgesteld wordt, maakt wel aannemelijk dat deze reconstructie mogelijk is.

die elk voor zich moet waarmaken.[19] We kunnen echter wel de communicatiemiddelen die wij gebruiken, beschouwen als de instrumenten van de verbeelding, en onze verbeelding zien als de drijvende kracht achter onze creativiteit. Als het met het oog op het leiden van een zinnig en gewaardeerd leven essentieel blijkt te zijn dat we in een gemeenschappelijke wereld leven, dan zijn wetenschappelijke theorieën de instrumenten bij uitstek van onze verbeelding.

3.4.4 Mediumaal bezig zijn.

Omdat wij kennis over onze wereld willen, gaan wij ons bezig houden met eigenschappen van het medium van onze kennis. Dit medium bestaat heel letterlijk uit koppels van de vorm $\langle \Gamma, \mathbf{L} \rangle$. Vanaf deel I maken we dus een *linguistic turn*: we onderzoeken het medium van onze kennis. Twee dingen hierover.

(i) Wij zijn veeleer geïnteresseerd in wat onze communicatiepartners bedoelen te zeggen, dan in de woorden die zij effectief gebruiken. Toch zijn wij, zeker als wij schriftelijk communiceren, volledig aangewezen op de woorden die zij effectief gebruiken om uit te maken wat zij bedoelen. Vooral als wij willen dat we via onze communicatie tot gemeenschappelijke kennis komen, zijn we beter af als wij enige structuur en logica in onze communicatie aanbrengen. En om met de wetenschapsfilosofen Quine en Ullian te spreken: *"What makes for science is system, whatever the subject. And what makes for system is the judicious application of logic."*[20] Het gebruik van logica zal ons streven om onze communicatie en onze kennis te optimaliseren heel waarschijnlijk ten goede komen.

(ii) Als wij onze aandacht toespitsen op de normen waaraan onze taal en onze theorieën moeten voldoen, zullen wij ook geconfronteerd worden met zinnen die geformuleerd worden om de geschiktheid van deze normen te onderzoeken. Wij zullen te maken krijgen met zinnen die niet geformuleerd worden om ervaringen uit te drukken, maar om meta-uitspraken te toetsen. Taal is dan niet langer louter een communicatiemiddel of een uitdrukking van ervaringen. Het zal zeker nuttig zijn om aandacht te besteden aan taal en logica in plaats van alleen aan de wereld, maar te veel aandacht besteden aan de eigenschappen van theorieën kan ons ook afleiden van ons hoofddoel. Wat moeten wij bijvoorbeeld denken van de eis dat elke zin die grammaticaal welgevormd is, een waarheidswaarde moet hebben ? Moeten wij onze interesse in de wereld vergeten omdat iemand erin slaagt een zin te formuleren die noch waar noch vals is ? Het zal zeker gebeuren dat het spelen met taal ons op nieuwe interessante ideeën brengt, maar onze taal laat toe zinnen te bouwen die weliswaar grammaticaal correct zijn, maar die in die zin nonsens zijn dat zij nauwelijks of helemaal niet geïnterpreteerd kunnen worden als een uitdrukking van iemands ervaringen. Onderzoek naar eigenschappen van talen en logica's is onontbeerlijk, maar mag ons niet doen vergeten dat taal een communicatiemiddel is.[21] Als wij onze centrale betrachtingen niet uit het oog verliezen, kan een onderzoek van de taal en

[19] Roept dit bij de lezer ook associaties met Spinoza op ?

[20] [Quine/Ullian:1978], p. 3.

[21] In hoofdstuk 13.1 hanteer ik een scheermes, waarmee ik onze taal ontdoe van zinnen die geen uitdrukking kunnen zijn van ervaringen. Het wordt heel interessant wanneer wij met dit scheermes in de buurt van zelfverwijzende zinnen komen.

de normen die onze kennis van de wereld gestalte geven, heel zinnig zijn.

Deel I

Inperkingen vanuit de logica

Hoofdstuk 4

De klassieke logica

In de geschiedenis van de logica speelt de klassieke logica een centrale rol. Voor veel mensen die met logica bezig zijn is zij zo niet *de* logica, dan toch *het* referentiepunt voor andere andere logica's. Het spreekt voor zich dat een overzicht van de inperkingen van onze kennis vanuit logische normen, begint bij de klassieke logica.[1] In wat volgt kort ik "klassieke logica" af als "**CL**".

4.1 Syntaxis en semantiek

4.1.1 Taalschema

(i) Niet-logische constanten (afgekort als NLC).

1. $p, q, r, s, t, p', p'', p_1, p_2, ...$ zijn schematische letters voor zinnen, en behoren tot de verzameling $\mathcal{Z}$.
2. $a, b, c, d, e, a', a'', a_1, a_2, ...$ zijn schematische letters voor individuele constanten en behoren tot de verzameling $\mathcal{C}$.
3. $P, Q, R, S, T, P', P'', P_1, P_2, ...,$ zijn predikaten van rang $1, 2, \ldots,$ of n en behoren tot de verzamelingen $\mathcal{P}^1, \mathcal{P}^2, \ldots,$ of $\mathcal{P}^n$ $(n \geq 1)$.

(ii) Variabelen:

1. $x, y, z, x_1, x_2, ...$ zijn schematische letters voor individuele variabelen. en behoren tot de verzameling $\mathcal{V}$

(iii) De verzameling $\mathcal{F}^{\mathsf{p}}$ van primitieve formules is de kleinste verzameling Φ^{p} die voldoet aan de volgende voorwaarden:

1. Als $A \in \mathcal{Z}$ dan $A \in \Phi^{\mathsf{p}}$.
2. Als $\alpha_1, ..., \alpha_n \in \mathcal{C} \cup \mathcal{V}$, en $\pi \in \mathcal{P}^n$, dan $\pi\alpha_1...\alpha_n \in \Phi^{\mathsf{p}}$.
3. Als $\alpha, \beta \in \mathcal{C} \cup \mathcal{V}$, dan $\alpha = \beta \in \Phi^{\mathsf{p}}$.

[1]Vanzelfsprekend zijn deze secties over klassieke logica gebaseerd op *Het logicaboek*, [Batens:2002a].

(*iv*) De verzameling $\mathcal{F}$ van **CL**-formules, is de kleinste verzameling Φ die voldoet aan de volgende voorwaarden:

1. Als $A \in \mathcal{F}^{\mathsf{p}}$, dan $A \in \Phi$.
2. Als $A \in \Phi$, dan $\sim A \in \Phi$.
3. Als $A, B \in \Phi$, dan $(A\&B)$, $(A \vee B)$, $(A \supset B)$, $(A \equiv B) \in \Phi$.
4. Als $A \in \Phi$ en $\alpha \in \mathcal{V}$, dan $(\forall\alpha)A$, $(\exists\alpha)A \in \Phi$.

De verzameling $\mathcal{W}$ van welgevormde **CL**-formules, is de verzameling die voldoet aan de volgende voorwaarden:

(*i*) Vrije variabelen:

1. Als $\alpha \in \mathcal{V}$, dan zijn $(\forall\alpha)$ en $(\exists\alpha)$ kwantoren over α.
2. Het bereik van een kwantor is de formule die er onmiddellijk op volgt.
3. $\alpha \in \mathcal{V}$ komt op een bepaalde plaats in een formule vrij voor asa[2] α op die plaats niet binnen het bereik van een kwantor over α staat.

(*ii*) $A \in \mathcal{W}$ asa $A \in \mathcal{F}$ en geen enkele $\alpha \in \mathcal{V}$ komt vrij voor in A.

4.1.2 Bewijstheorie

Eerst enkele notationele afspraken over de taal waarin wij over formules spreken. Als $\alpha \in \mathcal{V}$, dan is $A(\alpha)$ een formule waarin α de enige vrije variabele is. Als $\alpha, \beta \in \mathcal{V} \cup \mathcal{C}$, dan is $A(\beta/\alpha)$ de formule die je bekomt door α in A overal waar ze voorkomt te vervangen door β; $A(\beta/\!\!/\alpha) \in \mathcal{W}$ staat voor dezelfde ingreep, maar kunnen wij alleen gebruiken als β niet voorkomt in A.

Een **CL-*bewijs*** is een lijst formules waarvan het neerschrijven verantwoord wordt door één van de volgende structurele regels of inferentie- of axioma-schema's:[3]

(*i*) Structurele regels:

PREM	De premisse-regel laat toe om formules die we als premissen beschouwen neer te schrijven in een bewijs.

(*ii*) Axioma-schema's:

AS⊃1	$A \supset (B \supset A)$
AS⊃2	$(A \supset (B \supset C)) \supset ((A \supset B) \supset (A \supset C))$
AS⊃3	$((A \supset B) \supset A) \supset A$
AS&1	$(A\&B) \supset A$
AS&2	$(A\&B) \supset B$
AS&3	$A \supset (B \supset (A\&B))$
AS∨1	$A \supset (A \vee B)$
AS∨2	$B \supset (A \vee B)$
AS∨3	$(A \supset C) \supset ((B \supset C) \supset ((A \vee B) \supset C))$
AS≡1	$(A \equiv B) \supset (A \supset B)$

[3]De schema's geven de vorm van de neer te schrijven formules aan.

AS≡2	$(A \equiv B) \supset (B \supset A)$
AS≡3	$(A \supset B) \supset ((B \supset A) \supset (A \equiv B))$
AS∼1	$\sim\sim A \supset A$
AS∼2	$(A \supset B) \supset ((A \supset \sim B) \supset \sim A)$
AS∀	$(\forall\alpha)A \supset A(\beta/\alpha)$
AS∃	$A(\beta/\alpha) \supset (\exists\alpha)A$
AS=1	$\alpha = \alpha$
AS=2	$\alpha = \beta \supset (A \supset A(\beta/\alpha))$

(*iii*) Inferentie-schema's

MP	$A \supset B$, A / B
R∀	Als $A \supset B(\beta/\!\!/\alpha)$ afgeleid is zonder gebruik te maken van een premisse, besluiten tot $A \supset (\forall\alpha)B$, op voorwaarde dat β niet voorkomt in A.
R∃	Als $A(\beta/\!\!/\alpha) \supset B$ afgeleid is zonder gebruik te maken van een. premisse, besluiten tot $(\exists\alpha)A \supset B$, op voorwaarde dat β niet voorkomt in B

Definitie 1 *Voor $\Gamma \subset \mathcal{W}, A \in \mathcal{W}$: $\Gamma \vdash_{\mathbf{CL}} A$ (A is een* **CL***-gevolg van Γ), asa er $B_1, ..., B_n \in \Gamma$ zijn ($n \geq 0$), en er is een* **CL***-bewijs waarvan $B_1, ..., B_n$ de enige formules zijn die neergeschreven worden met de verantwoording* PREM*, en waarvan A de laatste formule is.*

Wie vertrouwd is met bewijsjes in **CL**, weet dat er heel wat afgeleide inferentie-schema's geformuleerd kunnen worden. Voortaan zal ik in bewijsjes afgeleide regels van **CL** aanduiden met klassieke namen.

4.1.3 Semantiek

De bewijstheorie legt vast hoe wij (uit gegeven uitspraken) nieuwe uitspraken kunnen afleiden. De semantiek van **CL** geeft een heel eenvoudige interpretatie van onze taal. Formules krijgen de interpretatie "1" of "0". Traditioneel worden "1" en "0" gelezen als "waar" en "vals". Schematische letters voor individuele constanten of variabelen verwijzen naar elementen van het domein $\mathcal{D}$. Een predikaat van rang n verdeelt de verzameling $\mathcal{D}^n$ in twee partities:[4] elk n-tupel $(\alpha_1, ..., \alpha_n) \in \mathcal{D}^n$ behoort ofwel tot de extensie van het predikaat ofwel tot de anti-extensie van het predikaat.

Een **CL**-model M is een koppel $\langle \mathcal{D}, \mathsf{v} \rangle$, waarin $\mathcal{D}$ een niet-lege verzameling is (het domein) en v een toekenningsfunctie is die bepaald is door:

S0.1	$\mathsf{v} : \mathcal{C} \cup \mathcal{V} \longrightarrow \mathcal{D}$
S0.2	$\mathsf{v} : \mathcal{P}^n \longrightarrow \mathbf{P}(\mathcal{D}^n)$.[5]
S0.3	$\mathsf{v} : \mathcal{Z} \longrightarrow \{0, 1\}$.

Een valuatiefunctie v_M bepaald door een model M, is een functie die voldoet aan de volgende voorwaarden:

[4] $\mathcal{D}^1 = \mathcal{D}$; $\mathcal{D}^2 = \{(x, y) \mid x, y \in \mathcal{D}\}$; $\mathcal{D}^n = \{(x_1, \ldots, x_n) \mid x_1, \ldots, x_n \in \mathcal{D}\}$.

[5] $\mathbf{P}(\mathcal{D}^n)$ is de machtsverzameling van $\mathcal{D}^n$, namelijk de verzameling van alle deelverzamelingen van $\mathcal{D}^n$.

S1.1 $\mathsf{v_M} : \mathcal{F} \longrightarrow \{0, 1\}$.
S1.2 voor $A \in \mathcal{Z}$, $\mathsf{v_M}(A) = \mathsf{v}(A)$
S1.3 $\mathsf{v_M}(\pi\alpha_1...\alpha_n) = 1$ asa $\langle \mathsf{v}(\alpha_1), ..., \mathsf{v}(\alpha_n)\rangle \in \mathsf{v}(\pi)$
S1.4 $\mathsf{v_M}(\alpha = \beta) = 1$ asa $\mathsf{v}(\alpha) = \mathsf{v}(\beta)$
S1.5 $\mathsf{v_M}(\sim A) = 1$ asa $\mathsf{v_M}(A) = 0$
S1.6 $\mathsf{v_M}(A \supset B) = 1$ asa $\mathsf{v_M}(A) = 0$ of $\mathsf{v_M}(B) = 1$
S1.7 $\mathsf{v_M}(A \& B) = 1$ asa $\mathsf{v_M}(A) = 1$ en $\mathsf{v_M}(B) = 1$
S1.8 $\mathsf{v_M}(A \vee B) = 1$ asa $\mathsf{v_M}(A) = 1$ of $\mathsf{v_M}(B) = 1$
S1.9 $\mathsf{v_M}(A \equiv B) = 1$ asa $\mathsf{v_M}(A) = \mathsf{v_M}(B)$
S1.10 $\mathsf{v_M}((\forall \alpha)A)) = 1$ asa $\mathsf{v_M}(A(\beta/\alpha)) = 1$ voor alle $\beta \in \mathcal{C} \cup \mathcal{V}$
S1.11 $\mathsf{v_M}((\exists \alpha)A) = 1$ asa $\mathsf{v_M}(A(\beta/\alpha)) = 1$ voor een $\beta \in \mathcal{C} \cup \mathcal{V}$

Definitie 2 M *is een model van* Γ *asa voor elke* $A \in \Gamma$ *geldt dat* $\mathsf{v_M}(A) = 1$.

Definitie 3 $\Gamma \models_{\mathbf{CL}} A$, *asa voor elk model* M *van* Γ, $\mathsf{v_M}(A)$=*1.*

4.1.4 Gedefinieerde tekens, voor intern gebruik

Aan de hand van de logische constanten waarvan het gebruik bewijstheoretisch en semantisch vastgelegd is, kunnen andere logische tekens gedefinieerd worden. Een veel gebruikt teken is "$\perp$". Dit teken fungeert als welgevormde formule en kan gelezen worden als "alles is waar". Logisch is $\perp$ equivalent met een klassieke inconsistentie (in de klassieke logica vallen inconsistentie en trivialiteit samen).

Definitie 4 $\perp =_{\mathsf{df}} p\&{\sim}p$.

"$\perp \supset A$" en "${\sim}\perp$" zijn stellingen van **CL**, en "$\mathsf{v_M}(\perp) = 0$" is een ware semantische uitspraak.

4.1.5 Klassiek zonder negatie

Als we alleen het positieve deel van **CL** beschouwen, met andere woorden als we de negatie weglaten uit het taalschema, de axioma-schema's AS$\sim$1 en AS$\sim$2 weglaten uit de bewijstheorie, en de clausule S1.5 weglaten uit de semantiek, dan kunnen we wel nog semantisch uitdrukken dat een formule A vals is,[6] maar dan kunnen we dat niet meer syntactisch. Als we met de volledige klassieke logica werken, kunnen we ons ook de vraag stellen of het wel zo evident is dat "A is vals" en "${\sim}A$ is waar" hetzelfde betekenen.

Wij kunnen inderdaad de notie "A is vals" op een andere manier invoeren in de taal van de klassieke logica. We vertrekken van het positieve deel van **CL**, dat ik voortaan $\mathbf{CL}^+$ zal noemen, en voegen de propositionele constante $\perp$ toe in het taalschema. Semantisch wordt $\perp$ gedefinieerd door te eisen dat voor elke toekennigsfunctie v, $\mathsf{v}(\perp) = 0$ (en dus ook $\mathsf{v_M}(\perp) = 0$, voor elk model M), en door in de bewijstheorie het volgende axioma-schema toe te voegen:

[6] $\mathsf{v_M}(A) = 0$.

$$\text{AS}\bot \qquad \bot \supset A$$

Aldus bekomen we de logica $\mathbf{CL}^{+\bot}$. In deze logica komt geen negatie voor, maar toch is $\mathbf{CL}^{+\bot}$ gelijkwaardig met **CL**. Dat zie je onmiddellijk als je in $\mathbf{CL}^{+\bot}$ de klassieke negatie definiëert als:

Definitie 5 $\sim A =_{\mathsf{df}} A \supset \bot$

Corollarium 1 $\Gamma \vdash_{\mathbf{CL}} A$ *asa* $\Gamma \vdash_{\mathbf{CL}^{+\bot}} A$

Het belang van deze technische ingreep is dat de negatie geen cruciale rol hoeft toegemeten te krijgen om een degelijke logica te definiëren. A fortiori hoeven we consistentie niet als de enige zaligmakende norm te beschouwen. In $\mathbf{CL}^{+\bot}$ kunnen we inderdaad $\bot$ als norm hanteren. De eis zit ingebakken in de semantiek, namelijk $\bot$ moet vals zijn. Syntactisch komt de $\bot$-norm neer op de eis dat de volgende uitspraak moet gelden:

$$\Gamma \nvdash_{\mathbf{CL}^{+\bot}} \bot \tag{4.1}$$

4.2 Het doel in rekening brengen.

Als we enkel rekening houden met (positivistische) gegevens, dan komen we nooit op het idee om ons een doel te stellen, laat staan om ons de vraag te stellen hoe we ons doel kunnen bereiken. Op pagina 50 vermeldde ik dat in het recente artikel [Batens:2003b] een formele aanpak van probleemoplossing voorgesteld wordt. Een belangrijk onderdeel daarvan is redeneren vanuit het doel dat we ons stellen (vanuit het probleem dat we willen oplossen). 'Redeneren vanuit het doel' heeft als doel vast te stellen of ons doel afleidbaar is uit onze gegevens, en indien niet, welke gegevens ontbreken of voldoende zouden zijn om dit doel te bereiken.

De heuristieken die opgesteld worden om traditionele **CL**-bewijzen efficiënt te laten verlopen, brengen het doel in rekening.[7] De doelgerichtheid zit dan niet in de logica zelf, maar in de manier waarop de logica gebruikt wordt. In deze sectie stel ik beknopt twee bewijstheorieën voor waarin het doel wel in rekening gebracht wordt. De eerste is het systeem **Pc** voor doelgerichte bewijzen uit [Batens/Provijn:2003]. De tweede is gebaseerd op de Socratische bewijzen uit [Wiśniewski:a], en noem ik $\mathbf{SCL^o}$.[8]

Ook voor doelgerichte bewijzen kan een heuristiek nuttig zijn om bewijzen efficiënter te laten verlopen. Waar de externe heuristiek een belangrijke rol speelt in **Pc**, hebben Socratische bewijzen eerder als doel externe heuristiek en logisch inzicht overbodig te maken. Zonder meer de regels toepassen moet hoe dan ook tot een antwoord leiden. Aangezien de predikatenlogica onbeslisbaar is, leiden sommige predicatieve Socratische bewijzen niet tot een antwoord.

De idee achter Socratische bewijzen kan beknopt als volgt weergegeven worden. We stellen ons de vraag of $\Gamma \vdash A$ het geval is, en proberen deze vraag te herleiden tot vragen

[7] Zie bijvoorbeeld [Batens:1989b].

[8] Voor doelgerichte bewijstheorie, zie ook [Gabbay/Olivetti:2000].

waarop het antwoord duidelijk "ja" is. Als een Socratisch bewijs stopt zonder dat alle eenvoudiger vragen met "ja" beantwoord worden, kunnen we besluiten dat het antwoord op de oorspronkelijke vraag "nee" moet zijn. Ook het systeem **Pc** functioneert als een beslissingsmethode voor de eigenschap $\Gamma \vdash A$ —en wegens de heel efficiënte doelgerichtheid van de heuristiek zelfs als een heel efficiënte beslissingsmethode— maar hier is de leidende idee anders: er wordt gekeken naar de voorwaarden die moeten voldaan zijn om het doel te kunnen afleiden. Concreet starten **Pc**-bewijzen van de evidente waarheid dat we het doel kunnen afleiden uit de premissen als we over het doel beschikken. Het doel van een bewijs is deze voldoende voorwaarde te herleiden tot de lege verzameling.[9]

Zowel in [Wiśniewski:a] als in [Batens/Provijn:2003] wordt slechts de propositielogica bekeken. Het systeem **SCL**$^{\mathbf{o}}$ dat ik hier voorstel is predicatief. Ik baseer me voor de predicatieve extensie op gekende semantische knepen, en op nog ongepubliceerde resultaten van Dagmar Provijn en Dirk Batens betreffende de predicatieve extensie van **Pc**.[10] Het spreekt voor zich dat **SCL**$^{\mathbf{o}}$ geen algemene beslissingsmethode meer is voor uitspraken van de vorm $\Gamma \vdash A$.

4.2.1 SCL$^{\mathbf{o}}$.

In deze sectie maak ik gebruik van ervaringen die ik opdeed tijdens mijn verblijf in Zielona Gora, waar ik het plezier had te kunnen deelnemen aan Andrzej Wiśniewski's onderzoek op het vlak van Socratische bewijzen voor de paraconsistente logica **CluN**.[11]

De Socratische logica in [Wiśniewski:a] is opgevat als een erotetische logica. De propositionele taal van **CL** wordt uitgebreid met een erotetische taal, die toelaat vragen uit te drukken in de objecttaal. Waar Wiśniewski formules als $?\{B_1, \ldots B_n \vdash A\}$ gebruikt om de vraag "is A bewijsbaar uit $\{B_1, \ldots B_n\}$?" uit te drukken in de objecttaal, zal ik echter gewoonweg de volgende lijn in een bewijs schrijven:

(i)	$B_1, \ldots, B_n$	(regel)	A

Waar Wiśniewski een formule als $?\{B_1, \ldots B_n \vdash A_1;\ C_1, \ldots, C_m \vdash A_2\}$ gebruikt om de vraag uit te drukken of zowel $B_1, \ldots B_n \vdash A_1$ als $C_1, \ldots, C_m \vdash A_2$ het geval zijn, zal ik zorgen dat de lijnnummers tonen dat de betreffende lijnen samen horen:

$(i.1)$	$B_1, \ldots, B_n$	(regel)	A_1
$(i.2)$	$C_1, \ldots, C_m$	(regel)	A_2

Aldus kan de boomstructuur die typisch is voor Gentzen-stijl bewijzen en Socratische bewijzen op een kleinere oppervlakte weergeven worden.

Kenmerkend voor Socratische bewijzen is het feit dat iedere erotetische inferentie (het afleiden van een vraag uit een andere vraag) waarheid- en valsheidbehoudend is.

[9] De **c** in de naam **Pc** verwijst trouwens naar de condities die vermeld worden op het einde van iedere lijn van een bewijs.

[10] Normaal gezien zul je de resultaten voor de predicatieve extensie van **Pc** kunnen lezen in de doctoraatsverhandeling van Dagmar Provijn.

[11] Voor **CluN**, zie sectie 6.2.

Als het antwoord op de eerste vraag "ja" is, dan is het antwoord op alle laatste vragen ook "ja", en als het antwoord op de eerste vraag "nee" is, dan kunnen we tenminste een vraag afleiden waarop het antwoord ook "nee" is.[12] Wie efficiënte of elegante bewijzen wil maken, zal geen rekening houden met de eis dat het terug redeneren van de laatste naar de eerste lijn ook de semantische geldigheid moet bewaren. Deze dubbele eis maakt het echter mogelijk dat we in het bewijs zelf interessante partities van de modellen van de premissen kunnen zien.

De Socratische bewijzen in [Wiśniewski:a] betreffen vragen over *single-conclusion*-uitspraken. In nog niet gepubliceerd werk worden ondertussen ook vragen over *multiple-conclusion*-uitspraken behandeld. In het systeem $\mathbf{SCL^o}$ komen ook *multiple-conclusion*-uitspraken voor. Laat me eerst iets zeggen over *single* en *multiple conclusion.*[13] In de definitie van de **CL**-afleidbaarheid kunnen er links van het afleidingsteken $\vdash_{\mathbf{CL}}$ nul, één, twee, tot in theorie zelfs een oneindig aantal formules staan, terwijl er rechts van het afleidingsteken slechts één formule (en ook altijd minstens één formule) staat. We spreken hier dan ook van *single conclusion.* Als we ons semantisch afvragen of een formule van de vorm $A \vee B$ waar is in alle modellen van Γ, dan komen we automatisch tot een soort *multiple conclusion* afleiding. We weten namelijk dat $A \vee B$ afleidbaar zal zijn uit Γ *als en slechts als* in alle modellen M van Γ tenminste één van de formules A en B waar is. Syntactisch kunnen we —met een *single conclusion* afleidingsrelatie— het disjunctie-teken niet weg-analyseren, tenzij we de premissen wijzigen. We weten wel dat $\Gamma \vdash A \vee B$ *als* $\Gamma \vdash A$ of $\Gamma \vdash B$, maar het is evengoed mogelijk dat $\Gamma \vdash A \vee B$ terwijl toch $\Gamma \nvdash A$ of $\Gamma \nvdash B$. In de Socratische bewijzen uit [Wiśniewski:a], wordt dit opgevangen door uit de vraag of $\Gamma \vdash A \vee B$ het geval is, de vraag af te leiden of $\Gamma \cup \{\sim A\} \vdash B$ het geval is.[14] Aldus kan de *single conclusion* eigenschap van de afleidingsrelatie over de hele lijn van een bewijs behouden blijven, maar verliezen we de eigenschap dat links van het afleidingsteken alleen formules staan die afleidbaar zijn uit Γ. In $\mathbf{SCL^o}$ wordt uit de vraag of $\Gamma \vdash A \vee B$ het geval is, de vraag afgeleid of $\Gamma \Vdash A, B$ het geval is. Het antwoord op deze vraag kan ook ja zijn als het antwoord op de vragen "is $\Gamma \vdash A$ het geval ?" en "is $\Gamma \vdash B$ het geval ?", negatief is. Met de *multiple conclusion* afleidingsrelatie kunnen we dus disjuncties analyseren zonder formules naar de andere kant van het afleidingsteken te moeten gooien. Ik hoop in sectie 7.4.1 een niet onbelangrijk voordeel duidelijk te maken van de gescheiden aanpak van doelen en premissen, namelijk een voordeel bij het selecteren van de adaptieve modellen van de premissen.

In het kort komen *single conclusion* Socratische bewijzen neer op dit. We stellen de vraag of $\Gamma \vdash A$ het geval is, en proberen deze vraag te herleiden tot een reeks vragen die allemaal één van de volgende vormen hebben:

(*i*) Is het het geval dat $\{B\} \cup \Delta \vdash B$?

[12] Er is inderdaad een grote overeenkomst met semantische tableaus, maar zoals we later zullen zien heeft de poging om de semantiek in de objecttaal uit te drukken een interessante verrijking van de objecttaal met zich meegebracht.

[13] In [Meheus:200y] heb ik gelezen dat het concept *"multiple conclusion entailment"* gebruikt wordt in [Shoesmith/Smiley].

[14] In **Pc** wordt dit opgevangen door te zeggen dat we $A \vee B$ kunnen afleiden uit Γ als we B kunnen afleiden uit $\Gamma \cup \{\sim A\}$, en ook als we A kunnen afleiden uit $\Gamma \cup \{\sim B\}$.

(ii) Is het het geval dat $\{B, {\sim}B\} \cup \Delta \vdash C$?

De uitspraken $\{B\} \cup \Delta \vdash B$ en $\{B, {\sim}B\} \cup \Delta \vdash C$, zijn *Socratische axioma's*. Deze Socratische axioma's zijn uitspraken waarvan je gewoonweg ziet dat ze kloppen: het tweede Socratisch axioma stelt dat uit een inconsistentie alles afleidbaar is; het eerste axioma komt erop neer dat $B \vdash B$. Het antwoord op de vragen (i) en (ii) is dan ook een duidelijk *ja*. De bewijstheorie garandeert dat deze *ja* dan ook het antwoord is op de startvraag "is het het geval dat $\Gamma \vdash A$?".

Er bestaat ook een *multiple conclusion* versie, waarin we ons de vraag stellen of $\Gamma \Vdash A_1, ..., A_n$ het geval is. Ook deze vraag proberen we te herleiden tot vragen waarop het antwoord duidelijk *ja* is, namelijk:

(i) Is het het geval dat $A, C_1, \ldots, C_m \Vdash A, B_1, ..., B_n$?

(ii) Is het het geval dat $A, {\sim}A, C_1, \ldots, C_m \Vdash B_1, ..., B_n$?

(iii) Is het het geval dat $C_1, \ldots, C_m \Vdash A, {\sim}A, B_1, ..., B_n$?

Waar het tweede Socratische axioma stelt dat uit een inconsistentie alles afleidbaar is, stelt het derde dat $A \vee {\sim}A$ uit elke verzameling premissen afleidbaar is. Het eerste axioma haalt zijn evidente waarheid uit het feit dat $A \vdash A$. Het antwoord op de vragen (i), (ii) en (iii) is wederom een duidelijk *ja*, en ook hier garandeert de bewijstheorie dat deze *ja* ook het antwoord is op de startvraag "is het het geval dat $\Gamma \vdash G$?".

Als we alleen *single-conclusion*-uitspraken toelaten in een Socratisch bewijs, dan kunnen de zogenaamde β-formules rechts van het afleidingsteken, namelijk die formules waarvan de semantische valuatie bepaald wordt aan de hand van een clausule van de vorm "*X of Y*", slechts geanalyseerd worden als we het complement van de helft van de geanalyseerde formule overhevelen naar de linkerkant van het afleidingsteken. Propositioneel betreft dit formules van de vorm $A \supset B$, $A \vee B$, ${\sim}(A \& B)$;[15] predicatief betreft dit formules van de vorm $(\exists\alpha)A$ en ${\sim}(\forall\alpha)A$.[16] Als we ook *multiple-conclusion*-uitspraken toelaten, dan hoeven er geen formules overgeheveld te worden. Dit zal ons toelaten het lemma 5 te bewijzen, dat niet van toepassing is voor Socratische bewijzen die enkel *single-conclusion*-uitspraken toelaten.

In de lijn van Socratische bewijzen zal ik een bewijs als afgesloten beschouwen als elke afsplitsing (in de boomstructuur) leidt tot een lijn die een Socratisch axioma representeert.

Nu volgen de exacte definities. We maken het onderscheid tussen afleidingsregels die van toepassing zijn op de formules links van het afleidingsteken, namelijk de **L**-regels, en de regels die van toepassing zijn op de formules rechts van het afleidingstekens, namelijk de **R**-regels. Met de regels voor de eliminatie van de identiteit kan er wisselwerking zijn tussen links en rechts. Met het oog op dynamiek die ik later wil invoeren, en om oneindige

[15] De equivalentie is een speciaal geval; Wisniewski lost dit speciaal geval op door de equivalentie als een gedefinieerde constante te beschouwen.

[16] Een gelijkaardig fenomeen doet zich voor bij de *formula analysing rules* voor **Pc**; bekijk de regels $\supset$E, $\vee$E, en ${\sim}\&$E.

verzamelingen aan te kunnen, hanteer ik als structurele regel naast de startregel ook nog een premisse-regel. Ik neem aan dat de verzameling premissen gegeven is in een volgorde die dan gehanteerd wordt om de premissen één voor één binnen te brengen in het bewijs. Wiśniewski werkt met een startregel waarin alle premissen reeds neergeschreven staan; zijn systeem kan dan ook geen oneindige verzamelingen aan.

We beschouwen een verzameling premissen Γ, en een doel G, en stellen ons de vraag of G afleidbaar is uit Γ. De startregel van $\mathbf{SCL^o}$ komt neer op de vraag: is G bewijsbaar zonder premissen ? Het inbrengen van de eerste premisse $A_1 \in \Gamma$, komt neer op het stellen van de vraag: is G afleidbaar uit $\{A_1\}$? Het inbrengen van de n-de premisse, komt neer op het stellen van de vraag: is G afleidbaar uit $\{A_1, \ldots, A_n\}$.

(a) De structurele regels.

GOAL:

(0)	—	GOAL	G

PREM: Waar $(i.j_1), \ldots, (i.j_n)$ de nummers zijn van de nog niet afgevlagde of afgeblokte lijnen, waarvan de reeksen formules $\Phi_1, \ldots, \Phi_n$ en $\Delta_1 \ldots, \Delta_n$ de respectievelijke tweede en laatste elementen zijn, en waar $A_j \in \Gamma$ de eerste nog niet gebruikte premisse is, mag je de volgende lijnen toevoegen aan een bewijs:

$(i+1.j_1)$	A_i, Φ_1	PREM	Δ_1
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$(i+1.j_n)$	A_i, Φ_n	PREM	Δ_n

(b) Inferentie-schema's voor regels die formules in het tweede element van een lijn analyseren (de **L**-regels).

In deze inferentie-schema's staat $*A$ voor het het complement van A. Als A van de vorm $\sim B$ is, dan is $*A =_{\mathsf{df}} B$; anders is $*A =_{\mathsf{df}} \sim A$. Ik maak ook gebruik van formules van de vorm $(\forall\alpha)A_{\{\beta_1\ldots\beta_n\}}$ en $(\exists\alpha)A_{\{\beta_1\ldots\beta_n\}}$ die afkortingen zijn voor respectievelijk:

$(\forall\alpha)(\sim(\alpha = \beta_1 \vee \ldots \vee \alpha = \beta_n) \supset A)$, en
$(\exists\alpha)(\sim(\alpha = \beta_1 \vee \ldots \vee \alpha = \beta_n) \& A)$.

ψ staat steeds voor een constante die nog niet voorkomt in het bewijs en die ook niet voorkomt in Γ.

$\supset$L:	(i)	$A \supset B$, Φ	(regel)	Δ
	(i.1)	$*A$, Φ	$\supset$L	Δ
	(i.2)	B, Φ	$\supset$L	Δ
$\vee$L:	(i)	$A \vee B$, Φ	(regel)	Δ
	(i.1)	A, Φ	$\vee$L	Δ
	(i.2)	B, Φ	$\vee$L	Δ
&L	(i)	$A \& B$, Φ	(regel)	Δ
	(i^{+1})	A, B, Φ	&L	Δ

$\equiv$L	(i)	$A \equiv B$, Φ	(regel)	Δ
	$(i.1)$	A, B, Φ	$\equiv$L	Δ
	$(i.2)$	$*A$, $*B$, Φ	$\equiv$L	Δ
$\sim\sim$L	(i)	$\sim\sim A$, Φ	(regel)	Δ
	(i^{+1})	A, Φ	i; $\sim\sim$L	Δ
$\sim\supset$L	(i)	$\sim(A \supset B)$, Φ	(regel)	Δ
	(i^{+1})	A, $*B$, Φ	$\sim\supset$L	Δ
$\sim\vee$L	(i)	$\sim(A \vee B)$, Φ	(regel)	Δ
	(i^{+1})	$*A$, $*B$, Φ	i; $\sim\vee$L	Δ
$\sim\&$L	(i)	$\sim(A\&B)$, Φ	(regel)	Δ
	$(i.1)$	$*A$, Φ	$\sim\&$L	Δ
	$(i.2)$	$*B$, Φ	$\sim\&$L	Δ
$\sim\equiv$L	(i)	$\sim(A \equiv B)$, Φ	(regel)	Δ
	$(i.1)$	A, $*B$, Φ	$\sim\equiv$L	Δ
	$(i.2)$	$*A$, B, Φ	$\sim\equiv$L	Δ
$\forall$L	(i)	$(\forall\alpha)A_{\{\beta_1...\beta_n\}}$, Φ	(regel)	Δ
	(i^{+1})	$A(\beta/\alpha)$, $(\forall\alpha)A_{\{\beta\beta_1...\beta_n\}}$, Φ	$\forall$L	Δ

waarin β een constante is die reeds voorkomt in lijn (i), maar niet in $\{\beta_1...\beta_n\}$, of, wanneer er geen enkele constante voorkomt in lijn (i) nadat alle leden van Γ ingevoerd zijn, dan $\beta = a$.

$\exists$L	(i)	$(\exists\alpha)A$, Φ	(regel)	Δ
	(i^{+1})	$A(\psi/\!\!/\alpha)$, Φ	$\exists$L	Δ
$\sim\forall$L	(i)	$\sim(\forall\alpha)A$, Φ	(regel)	Δ
	(i^{+1})	$\sim A(\psi/\!\!/\alpha)$, Φ	$\sim\forall$L	Δ
$\sim\exists$L	(i)	$\sim(\exists\alpha)A$, Φ	(regel)	Δ
	(i^{+1})	$\sim A(\beta/\alpha)$, $*(\exists\alpha)A_{\{\beta\beta_1...\beta_n\}}$, Φ	$\sim\exists$L	Δ

waarin β een constante is die reeds voorkomt in lijn (i), maar niet in $\{\beta_1...\beta_n\}$, of, wanneer er geen enkele constante voorkomt in lijn (i) nadat alle leden van Γ ingevoerd zijn, dan $\beta = a$.

$\sim=$L	(i)	$\sim\beta = \beta$, Φ	(regel)	Δ
	(i^{+1})	$\beta = \beta$, $\sim\beta = \beta$, Φ	$\sim=$L	Δ

(c) Inferentie-schema's voor regels die formules in het laatste element van een lijn analyseren (de **R**-regels):

$\supset$R	(i)	Φ	(regel)	$A \supset B$, Δ
	(i^{+1})	Φ	$\supset$R	$*A$, B, Δ
$\vee$R	(i)	Φ	(regel)	$A \vee B$, Δ

	(i^{+1})	Φ	$\vee$R	A, B, Δ
&R	(i)	Φ	(regel)	$A\&B$, Δ
	$(i.1)$	Φ	&R	A, Δ
	$(i.2)$	Φ	&R	B, Δ
$\equiv$R	(i)	Φ	(regel)	$A \equiv B$, Δ
	$(i.1)$	Φ	$\equiv$R	A, $*B$, Δ
	$(i.2)$	Φ	$\equiv$R	$*A$, B, Δ
$\sim\sim$R	(i)	Φ	(regel)	$\sim\sim A$, Δ
	(i^{+1})	Φ	$\sim\sim$R	A, Δ
$\sim\supset$R	(i)	Φ	(regel)	$\sim(A \supset B)$, Δ
	$(i.1)$	Φ	$\sim\supset$r	A, Δ
	$(i.2)$	Φ	$\sim\supset$r	$*B$, Δ
$\sim\vee$R	(i)	Φ	(regel)	$\sim(A \vee B)$, Δ
	$(i.1)$	Φ	$\sim\vee$R	$*A$, Δ
	$(i.2)$	Φ	$\sim\vee$R	$*B$, Δ
$\sim$&R	(i)	Φ	(regel)	$\sim(A\&B)$, Δ
	(i^{+1})	Φ	$\sim$&R	$*A$, $*B$, Δ
$\sim\equiv$R	(i)	Φ	(regel)	$\sim(A \equiv B)$, Δ
	$(i.1)$	Φ	$\sim\equiv$R	A, B, Δ
	$(i.2)$	Φ	$\sim\equiv$R	$*A$, $*B$, Δ
$\forall$R	(i)	Φ	(regel)	$(\forall\alpha)A$, Δ
	(i^{+1})	Φ	$\forall$R	$A(\psi/\!/\alpha)$, Δ
$\exists$R	(i)	Φ	(regel)	$(\exists\alpha)A_{\{\beta_1\ldots\beta_n\}}$, Δ
	(i^{+1})	Φ	$\exists$R	$A(\beta/\alpha)$, $(\exists\alpha)A_{\{\beta\beta_1\ldots\beta_n\}}$, Δ

waarin β een constante is die reeds voorkomt in lijn (i), maar niet in $\{\beta_1 ... \beta_n\}$, of of, wanneer er geen enkele constante voorkomt lijn (i) nadat alle leden van Γ ingevoerd zijn, dan $\beta = a$.

$\sim\forall$R	(i)	Φ	(regel)	$\sim(\forall\alpha)A$, Δ
	(i^{+1})	Φ	$\sim\forall$R	$*A(\beta/\alpha)$, $\sim(\forall\alpha)A_{\{\beta\beta_1\ldots\beta_n\}}$, Δ

waarin β een constante is die reeds voorkomt in lijn (i), maar niet in $\{\beta_1 ... \beta_n\}$, of of, wanneer er geen enkele constante voorkomt lijn (i) nadat alle leden van Γ ingevoerd zijn, dan $\beta = a$.

$\sim\exists$R	(i)	Φ	(regel)	$\sim(\exists\alpha)A$, Δ
	(i^{+1})	Φ	$\sim\exists$R	$\sim A(\psi/\!/\alpha)$, Δ
$=$R	(i)	Φ	(regel)	$\beta = \beta$, Δ
	(i^{+1})	Φ	$=$R	$\beta = \beta$, $\sim\beta = \beta$, $\Delta(\gamma/\beta)$

(d) Eliminatie van de identiteit.

=LL	(i)	$\beta = \gamma$, A, Φ	(regel)	Δ
	(i^{+1})	$\beta = \gamma$, $A(\gamma/\beta)$, Φ	i; =LL	Δ
=LR	(i)	$\beta = \gamma$, Φ	(regel)	A, Δ
	(i^{+1})	$\beta = \gamma$, Φ	i; =LR	$A(\gamma/\beta)$, Δ
$\sim$=RL	(i)	A, Φ	(regel)	$\sim\beta = \gamma$, Δ
	(i^{+1})	$A(\gamma/\beta)$, Φ	i; =RL	$\sim\beta = \gamma$, Δ
$\sim$=RR	(i)	Φ	(regel)	$\sim\beta = \gamma$, A, Δ
	(i^{+1})	Φ	i; =RR	$\sim\beta = \gamma$, $A(\gamma/\beta)$, Δ

Eliminatie van de identiteit is niet toegestaan voor β in de subscript-verzamelingen zoals in $(\forall\alpha)A_{\{\beta.\beta_1\ldots\beta_n\}}$.

(e) Voorwaarden verbonden aan het gebruik van de $\mathbf{SCL^o}$-regels.

(1) Als er twee conclusie-lijnen zijn in het inferentie-schema van de regel, dan moeten beide lijnen tegelijk afgeleid worden, waarna de premisse-lijn onmiddellijk moet *afgevlagd* worden, door er het teken $\surd$ voor te schrijven. Op afgevlagde lijnen worden geen regels meer toegepast.

(2) Als een afgeleide lijn een lijn is die een Socratisch axioma representeert, dan wordt die lijn *afgeblokt*, door het lijnnummer in een kadertje te plaatsen. Dit afleiden betekent dat deze afsplitsing in de boomstructuur leidt tot een positief antwoord op de oorspronkelijke vraag. Ziehier de vorm van de lijnen die een Socratisch axioma representeren. De volgorde van de formules in het tweede en het laatste element van de lijnen, speelt geen enkele rol.

SAL1	(i)	A, Φ	(regel)	A, Δ
SAL2	(j)	A, $\sim A$, Φ	(regel)	Δ
SAL3	(k)	Φ	(regel)	A, $\sim A$, Δ

Een voorbeeld waarin beide voorwaarden geïllustreerd worden:

$\surd(i)$	$p \supset q$, p	(regel)	$q \vee r$
$\boxed{(i.1)}$	$\sim p$, p	$\supset L$	$q \vee r$
$(i.2)$	q, p	$\supset L$	$q \vee r$

De noties "afgevlagde lijnen" en "afgeblokte lijnen" laten ons toe de volgende definities te formuleren:

Definitie 6 *Een Socratisch bewijs voor* $\Gamma \vdash G$ ***sluit*** *asa alle lijnen van het bewijs afgevlagd of afgeblokt zijn.*

Definitie 7 $\Gamma \vdash_{\mathbf{SCL^o}} A$ *asa er een Socratisch bewijs voor* $\Gamma \vdash G$ *is dat* ***sluit****.*

Definitie 8 *Een Socratisch bewijs voor* $\Gamma \vdash G$ ***stopt*** *asa geen enkele regel meer kan toegepast worden.*

De inferentieregels en de voorwaarden verbonden aan het gebruik van deze regels, zijn zo opgesteld dat iedere stap slechts één keer gezet kan worden.[17] We kunnen aan de hand van een eenvoudige definitie van complexiteit tonen dat de complexiteit van een lijn na iedere toepassing van een inferentie-regel daalt (behalve na toepassingen van de premisse-regel—vanzelfsprekend). Bij toepassing van identiteitsregels, daalt de complexiteit niet, maar ook hier kunnen we heel gemakkelijk voorkomen dat er 'lussen' gemaakt worden. Bij lukraak gebruik van de regels =LR, =LL, $\sim$=RL en $\sim$=RR kunnen er inderdaad 'lussen' ontstaan, bijvoorbeeld:

$\surd(i)$	$a = b,\ b = a,\ Pa,\ \Phi$	(nr. regel)	Δ
$\surd(i^1)$	$a = b,\ b = a,\ Pb,\ \Phi$	i, =LL	Δ
(i^2)	$a = b,\ b = a,\ Pa,\ \Phi$	i, =LL	Δ
$\vdots$	$\vdots$		

Deze lussen kunnen we vermijden. Als $a = b$ links voorkomt, dan maken we ineens alle mogelijke toepassingen van =LL en =LR, behalve op $a = b$ zelf, want die formule kunnen we nog nodig hebben de constante a te elimineren in premissen die nog later ingevoerd moeten worden ($\Phi(\gamma/\beta)$ en $\Delta(\gamma/\beta)$ staan respectievelijk voor de reeksen formules die we bekomen door in Φ en Δ iedere formule A te vervangen door $A(\gamma/\beta)$):

(i)	$a = b,\ b = a,\ Pa,\ \Phi$	(nr. regel)	Δ
(i^1)	$a = b,\ b = b,\ Pb,\ \Phi(b/a)$	i, =LL	$\Delta(b/a)$

De regels $\sim$=L, en =R zijn zodanig dat de conclusie-lijn onmiddellijk afgeblokt wordt. Hier volgen de definities van complexiteit. De complexiteit $\mathsf{COM}(i)$ van lijn (i) is de som van de complexiteit van alle formules die in die lijn voorkomen. De complexiteit $\mathsf{COM}(A)$ van een formule A wordt als volgt bepaald:

- Als A een primitieve formule is, dan $\mathsf{COM}(A) = 0$.
- Als A niet van de vorm $\sim B$ is, dan $\mathsf{COM}(\sim A) = \mathsf{COM}(A)$
- $\mathsf{COM}(\sim\sim A) = \mathsf{COM}(A) + 1$.
- $\mathsf{COM}(A \supset B) = \mathsf{COM}(A \vee B) = \mathsf{COM}(A \& B) = \mathsf{COM}(A \equiv B) = \mathsf{COM}(A) + \mathsf{COM}(B) + 1$.
- $\mathsf{COM}((\forall\alpha)A_{\{\beta_1\ldots\beta_n\}}) = \mathsf{COM}((\exists\alpha)A_{\{\beta_1\ldots\beta_n\}}) = (\mathsf{COM}(A)+1)\times[k+c-n]$, waarin k en c respectievelijk het aantal kwantoren en het aantal constanten zijn in $\Gamma\cup\{G\}$.[18]

[17] Ik ben er niet toegekomen om een heuristiek voor **SCL°** op te stellen. Een heuristiek voor **SCL°** moet vermelden dat een premisse slechts één keer mag gebruikt worden, en wel bij voorkeur als een positief deel van de premisse voorkomt in een laatste element van een lijn (voor uitleg over de notie "positief deel", zie pagina 100, voetnoot 24). Zo'n heuristiek kan het best ook bepalen dat na de startregel eerst alle **R**-regels gebruikt worden. Als we eerst het doel volledig analyseren, sluiten we uit dat we premissen invoeren om stellingen te bewijzen.

[18] Als we de complexiteit van een gekwantificeerde formule berekenen, dan weten we dat er tenminste één kwantor voorkomt in $\Gamma\cup\{G\}$, en zodoende dat $k \neq 0$. De waarde van $k+c$ is in zekere zin irrelevant, maar moet minstens de waarde hebben die ik voorstel. Als de waarde veel groter is dan in mijn voorstel loopt de berekening van de complexiteit vrij vlug 'in de miljoenen'. n is het aantal constanten β_i in $(\forall\alpha)A_{\{\beta_1\ldots\beta_n\}}$.

Als we te maken hebben met een geval van onbeslisbaarheid, dan zakt de complexiteit onder nul.

Nu volgen enkele voorbeelden van **SCL°**-bewijzen. Uit praktische overwegingen pas ik de schrijfwijze van lijnen lichtjes aan. Het derde element wordt boven de lijn(en) die (samen) afgeleid wordt (worden), geschreven, en de premissen en de conclusies worden gescheiden door het traditionele afleidingsteken $\vdash$. De formules achter dit teken staan in het laatste element van de lijn, de formules voor het teken staan in het tweede element van de lijn.

- $?\{\vdash a = a\}$

GOAL
$\surd$ 0 $\quad\vdash a = a$
=R
$\boxed{0^1}$ $\quad\vdash a = a, \sim a = a$

Alle lijnen zijn afgevlagd of afgeblokt, en dus kunnen we besluiten dat $\vdash_{\mathbf{SCL^o}} a = a$ het geval is. Lijn 0^1 is van de vorm SAL3.[19]

- $?\{a = b \vdash b = a\}$

GOAL
$\surd$ 0 $\quad\vdash b = a$
PREM
$\surd$ 1 $\quad a = b \vdash b = a$
=LR
$\surd$ 1^1 $\quad a = b \vdash b = b$
=R
$\boxed{1^2}$ $\quad a = b \vdash b = b, \sim b = b$
■

- $?\{\sim a = b \vdash \sim a = c \vee \sim b = d \vee \sim c = d\}$

GOAL
$\surd$ 0 $\quad\vdash \sim a = c \vee \sim b = d \vee \sim c = d$
$\vee$R
$\surd$ 0^1 $\quad\vdash \sim a = c, \sim b = d, \sim c = d$
PREM
$\surd$ 1 $\quad\sim a = b \vdash \underline{\sim a = c}, \sim b = d, \sim c = d$
$\sim$=RL
$\surd$ 1^1 $\quad\sim c = b \vdash \sim a = c, \underline{\sim b = d}, \sim c = d$
$\sim$=RL

[19]In het licht van de ambiguïteiten-adaptieve logica's die verder in deze verhandeling nog aan bod komen, kan het eerder paradoxaal genoemd worden dat het eerste bewijs in deze tekst, het bewijs is dat a en a identiek zijn.

$\boxed{1^2}$ $\sim c = d \vdash \sim a = c, \sim b = d, \sim c = d$

■

- $?\{(\forall x)(Px \supset x = a), (\forall x)(Px \supset Qx), (\exists x)Px \vdash Qa\}$

GOAL

$\surd$ 0 $\vdash Qa$

PREM

$\surd$ 1 $(\forall x)(Px \supset x = a) \vdash Qa$

PREM

$\surd$ 2 $(\forall x)(Px \supset Qx), (\forall x)(Px \supset x = a) \vdash Qa$

$\forall$L

$\surd$ 2^1 $Pa \supset Qa, (\forall x)(Px \supset Qx)_{\{a\}}, (\forall x)(Px \supset x = a) \vdash Qa$

$\supset$L

$\surd$ 2.1 $\sim Pa, (\forall x)(Px \supset Qx)_{\{a\}}, (\forall x)(Px \supset x = a) \vdash Qa$

$\boxed{2.2}$ $Qa, (\forall x)(Px \supset Qx)_{\{a\}}, (\forall x)(Px \supset x = a) \vdash Qa$

PREM

$\surd$ 3.1 $(\exists x)Px, \sim Pa, (\forall x)(Px \supset Qx)_{\{a\}}, (\forall x)(Px \supset x = a) \vdash Qa$

$\exists$L

$\surd$ 3.1^1 $Pb, \sim Pa, (\forall x)(Px \supset Qx)_{\{a\}}, (\forall x)(Px \supset x = a) \vdash Qa$

$\forall$L (2×)

$\surd$ 3.1^2 $Pb, \sim Pa, Pb \supset Qb, (\forall x)(Px \supset Qx)_{\{a.b\}}, Pb \supset b = a, (\forall x)(Px \supset x = a)_{\{b\}} \vdash Qa$

$\supset$L

$\boxed{3.1.1}$ $Pb, \sim Pa, \sim Pb, (\forall x)(Px \supset Qx)_{\{a.b\}}, Pb \supset b = a, (\forall x)(Px \supset x = a)_{\{b\}} \vdash Qa$

$\surd$ 3.1.2 $Pb, \sim Pa, Qb, (\forall x)(Px \supset Qx)_{\{a.b\}}, Pb \supset b = a, (\forall x)(Px \supset x = a)_{\{b\}} \vdash Qa$

$\supset$L

$\boxed{3.1.2.1}$ $Pb, \sim Pa, Qb, (\forall x)(Px \supset Qx)_{\{a.b\}}, \sim Pb, (\forall x)(Px \supset x = a)_{\{b\}} \vdash Qa$

$\surd$ 3.1.2.1 $Pb, \sim Pa, Qb, (\forall x)(Px \supset Qx)_{\{a.b\}}, b = a, (\forall x)(Px \supset x = a)_{\{b\}} \vdash Qa$

=LL

$\boxed{3.1.2.1^1}$ $Pa, \sim Pa, Qa, (\forall x)(Px \supset Qx)_{\{a.b\}}, b = a, (\forall x)(Px \supset x = a)_{\{b\}} \vdash Qa$

■

Het is misschien interessant op te merken dat de enige lijn die afgeblokt werd op basis van Socratisch axioma SAL1, lijn 2.2 is. Verder redeneren uit deze lijn met een nieuw doel, of eventueel zelfs zonder doel, leert ons welke relevante primitieve formules uit deze premissen afleidbaar zijn. Inderdaad: als we het doel vervangen door een willekeurige formule A, worden alle vertakkingen van lijn 3.1 toch afgeblokt. We kunnen dus verder redeneren van uit 2.2. Dit leidt tenslotte tot een bewijs waarin slechts één lijn niet afgevlagd of afgeblokt is, namelijk

(nr) $Pa, Qa, a = a, b = a, (\forall x)(Px \supset Qx)_{\{a.b\}}, (\forall x)(Px \supset x = a)_{\{a.b\}} \vdash A$

Als we in deze lijn de constante b wegwerken, omdat dit toch een willekeurige constante betreft, en als we de logische waarheid $a = a$ schrappen, en als we tenslotte de subscripten van de gekwantificeerde formules schrappen, krijgen we de volgende lijn:

(nr) $Pa, Qa, (\forall x)(Px \supset Qx), (\forall x)(Px \supset x = a) \vdash A$

Dit suggereert de volgende hypothese: Als Γ een verzameling premissen is, en A een totaal willekeurige formule, en als het bewijs stopt, dan tonen de niet afgevlagde lijnen ons een partitie van de modellen van Γ. In het voorbeeld kunnen we uit deze hypothese dan besluiten dat voor alle modellen van de premissen geldt: $\mathsf{v_M}(Pa) = \mathsf{v_M}(Qa) = \mathsf{v_M}((\forall x)(Px \supset Qx)) = \mathsf{v_M}((\forall x)(Px \supset x = a)) = 1$. Deze precieze karakterisering van de modellen toont dan welke de interessante gevolgen van de premissen kunnen zijn. Bekijken we nog een voorbeeld:

- $?\{(\forall x)(Px \supset Qx), (\forall x)(Qx \supset Rx) \vdash A\}$

Goal + Prem
√ 2 $(\forall x)(Px \supset Qx), (\forall x)(Qx \supset Rx) \vdash A$
∀L
√ 2^1 $Pa \supset Qa, (\forall x)(Px \supset Qx)_{\{a\}}, (\forall x)(Qx \supset Rx)_{\{a\}} \vdash A$
∀L
√ 2^1 $Pa \supset Qa, Qa \supset Ra, (\forall x)(Px \supset Qx)_{\{a\}}, (\forall x)(Qx \supset Rx)_{\{a\}} \vdash A$
⊃L
√ 2.1 $\sim Pa, Qa \supset Ra, (\forall x)(Px \supset Qx)_{\{a\}}, (\forall x)(Qx \supset Rx)_{\{a\}} \vdash A$
√ 2.2 $Qa, Qa \supset Ra, (\forall x)(Px \supset Qx)_{\{a\}}, (\forall x)(Qx \supset Rx)_{\{a\}} \vdash A$
⊃L
√ 2.1.1 $\sim Pa, \sim Qa, (\forall x)(Px \supset Qx)_{\{a\}}, (\forall x)(Qx \supset Rx)_{\{a\}} \vdash A$
√ 2.1.2 $\sim Pa, Ra, (\forall x)(Px \supset Qx)_{\{a\}}, (\forall x)(Qx \supset Rx)_{\{a\}} \vdash A$
⊃L
√ $\boxed{2.2.1}$ $Qa, \sim Qa, (\forall x)(Px \supset Qx)_{\{a\}}, (\forall x)(Qx \supset Rx)_{\{a\}} \vdash A$
√ 2.2.2 $Qa, Ra, (\forall x)(Px \supset Qx)_{\{a\}}, (\forall x)(Qx \supset Rx)_{\{a\}} \vdash A$

Aangezien de constante a hierin ingevoerd werd op basis van de regel ∀L, kunnen we besluiten dat er drie interessante partities zijn van de modellen van de premissen. Namelijk:
(2.1.1) de modellen die $(\forall x)\sim Px$ en $(\forall x)\sim Qx$ waar maken.
(2.1.2) de modellen die $(\forall x)\sim Px$ en $(\forall x)Rx$ waar maken.
(2.2.2) de modellen die $(\forall x)Qx$ en $(\forall x)Rx$ waar maken.
De gevolgen van de premissen zijn dan de formules die in alle drie de partities waar gemaakt worden. In alle drie de partities worden de formules $(\forall x)(Px \supset Qx)$, $(\forall x)(Qx \supset Rx)$ vanzelfsprekend waargemaakt.

METATHEORIE

Definitie 9 *M is een model van een lijn (i) waarin $A_1, \ldots, A_n$ $(n \geq 0)$ het tweede element is, en $B_1, \ldots, B_m$ $(m \geq 1)$ het laatste, als en slechts als $\mathsf{v_M}(A_1) = 0$ of $\ldots$ of $\mathsf{v_M}(A_n) = 0$ of $\mathsf{v_M}(B_1) = 1$ of $\ldots$ of $\mathsf{v_M}(B_m) = 1$.*

Theorema 1 (Geldigheid van de Socratische axioma-lijnen) .

> *Alle* **CL***-modellen zijn modellen van lijnen van de vorm SAL1, SAL2 of SAL3.*

Bewijs. Stel dat er een **CL**-model M is dat geen model is van een lijn van de vorm SAL1. Dan is er een formule A waarvoor $\mathsf{v}_\mathsf{M}(A) = 1$ en $\mathsf{v}_\mathsf{M}(A) = 0$. Stel dat er een **CL**-model M is dat geen model is van een lijn van de vorm SAL2. Dan is er een formule A waarvoor $\mathsf{v}_\mathsf{M}(A) = 1$ en $\mathsf{v}_\mathsf{M}(\sim A) = 1$. Stel dat er een **CL**-model M is dat geen model is van een lijn van de vorm SAL3. Dan is er een formule A waarvoor $\mathsf{v}_\mathsf{M}(A) = 0$ en $\mathsf{v}_\mathsf{M}(\sim A) = 0$. ■

Zoals ik al zei, worden de **SCL°**-regels allemaal gekenmerkt door het feit dat ze de semantische geldigheid in beide richtingen 'bewaren'. Dit gaan we nu bewijzen.

Lemma 1 *Voor elke* **L***-regel en voor elke* **R***-regel met één conclusie-lijn* (j) *en met premisse-lijn* (i)*, geldt dat een* **CL***-model een model is van* (i) *asa het een model is van* (j)*.*

Bewijs. Bekijken we de regel &L. We moeten bewijzen dat voor elk **CL**-model M geldt dat

(i) $\mathsf{v}_\mathsf{M}(A\&B) = 0$ of $\mathsf{v}_\mathsf{M}(C) = 0$ voor een C in de reeks Φ, of $\mathsf{v}_\mathsf{M}(D) = 1$ voor een D in de reeks Δ

als en slechts als

(j) $\mathsf{v}_\mathsf{M}(A) = 0$ of $\mathsf{v}_\mathsf{M}(B) = 0$, of $\mathsf{v}_\mathsf{M}(C) = 0$ voor een C in de reeks Φ, of $\mathsf{v}_\mathsf{M}(D) = 1$ voor een D in de reeks Δ

We kunnen ons dus beperken tot het bewijs dat $\mathsf{v}_\mathsf{M}(A\&B) = 0$ als en slechts als $\mathsf{v}_\mathsf{M}(A) = 0$ of $\mathsf{v}_\mathsf{M}(B) = 0$. Dit volgt meteen uit de semantiek van **CL**. Alle propositionele gevallen zijn even eenvoudig. Ik bewijs enkel nog de predicatieve gevallen.

$\forall$L: $\mathsf{v}_\mathsf{M}((\forall\alpha)A_{\{\beta_1\ldots\beta_n\}}) = 0$
asa
$\mathsf{v}_\mathsf{M}((\forall\alpha)(\sim(\alpha = \beta_1 \vee \ldots \vee \alpha = \beta_n) \supset A)) = 0$
asa
$\mathsf{v}_\mathsf{M}(\sim(\gamma = \beta_1 \vee \ldots \vee \gamma = \beta_n) \supset A(\gamma/\alpha)) = 0$ voor een $\gamma \in \mathcal{C} \cup \mathcal{V}$
asa
$\mathsf{v}_\mathsf{M}(\sim(\beta = \beta_1 \vee \ldots \vee \beta = \beta_n) \supset A(\beta/\alpha)) = 0$, of
$\mathsf{v}_\mathsf{M}(\gamma = \beta) = 0$ en $\mathsf{v}_\mathsf{M}(\sim(\gamma = \beta_1 \vee \ldots \vee \gamma = \beta_n) \supset A(\gamma/\alpha)) = 0$ voor een $\gamma \in \mathcal{C} \cup \mathcal{V}$
asa
$\mathsf{v}_\mathsf{M}(A(\beta/\alpha)) = 0$ voor $\beta \notin \{\beta_1, \ldots, \beta_n\}$, of
$\mathsf{v}_\mathsf{M}(\sim(\gamma = \beta \vee \gamma = \beta_1 \vee \ldots \vee \gamma = \beta_n) \supset A(\gamma/\alpha)) = 0$ voor een $\gamma \in \mathcal{C} \cup \mathcal{V}$
asa
$\mathsf{v}_\mathsf{M}(A(\beta/\alpha)) = 0$ voor $\beta \notin \{\beta_1, \ldots, \beta_n\}$, of $\mathsf{v}_\mathsf{M}((\forall\alpha)\sim(\alpha = \beta \vee \alpha = \beta_1 \vee \ldots \vee \gamma = \beta_n) \supset A) = 0$
asa
$\mathsf{v}_\mathsf{M}(A(\beta/\alpha)) = 0$ voor $\beta \notin \{\beta_1, \ldots, \beta_n\}$, of $\mathsf{v}_\mathsf{M}((\forall\alpha)A_{\{\beta.\beta_1\ldots\beta_n\}}) = 0$

Het bewijs voor $\sim\exists$L, $\exists$R en $\sim\forall$R is volledig analoog.

$\exists$L: $\mathsf{v_M}((\exists\alpha)A) = 0$
asa
$\mathsf{v_M}(A(\beta/\alpha) = 0$ voor alle $\beta \in \mathcal{C} \cup \mathcal{V}$
asa
$\mathsf{v_M}(A(\psi /\!\!/ \alpha) = 0$ voor een willekeurige $\psi \in \mathcal{C} \cup \mathcal{V}$

Het bewijs voor $\sim\forall$L, $\forall$R en $\sim\exists$R is volledig analoog.

$\sim$=L: evident, want er is geen model waarvoor $\mathsf{v_M}(\beta = \beta) = 0$

=R: evident, want er is geen model waarvoor $\mathsf{v_M}(\sim\beta = \beta) = 1$

■

Lemma 2 *Voor elke* **L***-regel en voor elke* **R***-regel met twee conclusie-lijnen (j) en (k) en met premisse-lijn (i), geldt dat een* **CL***-model een model is van (i) asa het een model is van (j) en van (k).*

Bewijs. Bekijken we de regel &R. We moeten bewijzen dat voor elk **CL**-model M geldt dat

(*i*) $\mathsf{v_M}(C) = 0$ voor een C in de reeks Φ, of $\mathsf{v_M}(A\&B) = 1$ of $\mathsf{v_M}(D) = 1$ voor een D in de reeks Δ

als en slechts als

(*j*) $\mathsf{v_M}(C) = 0$ voor een C in de reeks Φ, of $\mathsf{v_M}(A) = 1$ of $\mathsf{v_M}(D) = 1$ voor een D in de reeks Δ

en

(*k*) $\mathsf{v_M}(C) = 0$ voor een C in de reeks Φ, of $\mathsf{v_M}(B) = 1$ of $\mathsf{v_M}(D) = 1$ voor een D in de reeks Δ

We kunnen ons dus beperken tot het bewijs dat $\mathsf{v_M}(A\&B) = 1$ als en slechts als $\mathsf{v_M}(A) = 1$ en $\mathsf{v_M}(B) = 1$. Dit volgt meteen uit de semantiek van **CL**. Ik bewijs nog één propositioneel geval:

$\sim\equiv$R: $\mathsf{v_M}(\sim(A \equiv B)) = 1$
asa
$\mathsf{v_M}(\sim(A \equiv B)) = 1$
asa
$\mathsf{v_M}(A) \neq \mathsf{v_M}(B)$
asa
$\mathsf{v_M}(A) = 1$ en $\mathsf{v_M}(B) = 0$, of, $\mathsf{v_M}(A) = 0$ en $\mathsf{v_M}(B) = 1$
asa
(*i*) $\mathsf{v_M}(A) = 1$ of $\mathsf{v_M}(A) = 0$ (wat altijd het geval is), en (*ii*) $\mathsf{v_M}(A) = 1$ of $\mathsf{v_M}(B) = 1$, en (*iii*) $\mathsf{v_M}(B) = 0$ of $\mathsf{v_M}(A) = 0$, en (*iv*) $\mathsf{v_M}(B) = 0$ of $\mathsf{v_M}(A) = 1$ (wat altijd het geval is). asa
$\mathsf{v_M}(A) = 1$ of $\mathsf{v_M}(B) = 1$, en, $\mathsf{v_M}(A) = 0$ of $\mathsf{v_M}(B) = 0$,
asa
$\mathsf{v_M}(A) = 1$ of $\mathsf{v_M}(B) = 1$, en, $\mathsf{v_M}(*A) = 1$ of $\mathsf{v_M}(*B) = 1$

De andere propositionele gevallen zijn veel eenvoudiger, en predicatieve gevallen zijn er niet. ■

Lemma 3 *Elke toepassing van de regels* =LL, =LR, $\sim$=RR *en* $\sim$=RL *resulteert in een conclusie-lijn met precies dezelfde modellen als de premisse-lijn.*

Bewijs. Voor $\sim$=RL moeten we bewijzen dat voor elk **CL**-model M geldt dat

(i) $\mathsf{v_M}(A) = 0$ of $\mathsf{v_M}(C) = 0$ voor een C in de reeks Φ, of $\mathsf{v_M}(\sim\beta = \gamma) = 1$, of $\mathsf{v_M}(D) = 1$ voor een D in de reeks Δ

als en slechts als

(j) $\mathsf{v_M}(A(\gamma/\beta)) = 0$ of $\mathsf{v_M}(C) = 0$ voor een C in de reeks Φ, of $\mathsf{v_M}(\sim\beta = \gamma) = 1$, of $\mathsf{v_M}(D) = 1$ voor een D in de reeks Δ

Voor de eerste richting: als M een model is van lijn (i) en $\mathsf{v_M}(\sim\beta = \gamma) = 1$, dan is M ook een model van lijn (j). Als M een model is van lijn (i) en $\mathsf{v_M}(\sim\beta = \gamma) = 0$, dan $\mathsf{v_M}(\beta = \gamma) = 1$, en dan $\mathsf{v_M}(A) = \mathsf{v_M}(A(\gamma/\beta))$. Voor de tweede richting, en voor de andere regels die de identiteit elimineren: analoog. ■.

Hiermee hebben we bewezen dat de inferentie-regels van $\mathbf{SCL^o}$ waarheidbehoudend zijn in beide richtingen.

Theorema 2 (Juistheid ten opzichte van de CL-semantiek) .

Als $\Gamma \vdash_{\mathbf{SCL^o}} G$, *dan* $\Gamma \models_{\mathbf{CL}} G$.

Bewijs. Als $\Gamma \vdash_{\mathbf{SCL^o}} G$, dan is er een $\mathbf{SCL^o}$-bewijs voor G uit Γ dat sluit, en dus eindigt elke vertakking met een afgeblokte lijn, het is te zeggen met een lijn van de vorm van SAL1, SAL2 of SAL3. Nu is het zo dat alle **CL**-modellen modellen zijn van alle lijnen van de vorm SAL1, SAL2, en SAL3 (theorema 1), terwijl we uit lemma's 1, 2 en 3 weten dat alle inferentie-regels van $\mathbf{SCL^o}$ garanderen dat **CL**-modellen van de conclusie-lijnen ook modellen van de premisse-lijnen zijn.[20] Als we teruggaan van de afgeblokte lijnen naar de lijnen waaruit ze afgeleid werden, en zo verder, komen we echter ook lijnen tegen die geschreven zijn met de verantwoording PREM. Een dergelijke lijn (j) wordt simpelweg bekomen door een $A \in \Gamma$ toe te voegen in het tweede element van lijn (i). Als een **CL**-model M een model is van lijn (j) dan is het vanzelfsprekend ook een model van lijn (i) waarin we A toevoegen in het tweede element. Als we een ingevoerde premisse nu bijschrijven in alle lijnen die de premisse-lijn voorafgaan, dan krijgen we een startregel met $A_1, \ldots, A_n$ als tweede element en G als laatste element, waarin $\{A_1, \ldots, A_n\} \subseteq \Gamma$. We kunnen dus besluiten dat alle **CL**-modellen modellen van deze aangevulde startlijn zijn en dat $\Gamma \models_{\mathbf{CL}} G$. ■

Vooraleer ik overga tot het volledigheidsbewijs, ga ik even in op de hypothese die ik vermeldde net voor ik aan de metatheorie begon.

[20] Het is een voorwaarde voor de bewijstheorie van **CL** dat bij regels met twee conclusie-lijnen beide conclusie-lijnen tegelijk afgeleid worden.

Definitie 10 *Een Socratisch trivialiteitsbewijs voor Γ is een Socratisch bewijs voor een willekeurige formule A uit Γ, waarvan het vierde (het laatste) element (A) op geen enkel moment in rekening gebracht wordt, een bewijs dus waarin geen enkele* **R***-regel (inclusief =LR, $\sim$=RL en $\sim$=LR) toegepast wordt, en waarin lijnen alleen afgeblokt worden op basis van SAL2.*

Definitie 11 M *is een links model van een lijn (i) waarin $A_1, \ldots, A_n$ $(n \geq 0)$ het tweede element vormen, als en slechts als $\mathsf{v}_\mathsf{M}(A_1) = 1$ en $\ldots$ en $\mathsf{v}_\mathsf{M}(A_n) = 1$.*

Lemma 4 *Als er een trivialiteitsbewijs voor Γ is dat sluit, dan is Γ triviaal.*

Bewijs. Beschouw een trivialiteitsbewijs voor Γ met A in het laatste element. Aangezien het bewijs sluit, weten we dat $\Gamma \vdash_{\mathbf{SCL}^\circ} A$, en wegens theorema 2 dat $\Gamma \models_{\mathbf{CL}} A$. A is echter een totaal willekeurige formule, en dus kunnen we die formule door eender welke formule vervangen, en dus is Γ triviaal. ■

Lemma 5 *Als een trivialiteitsbewijs voor Γ stopt zonder te sluiten, en als daarin de lijnen $(i_1) \ldots (i_n)$ afgevlagd noch afgeblokt zijn, dan* (1) *heeft elke lijn (i_j) een klassiek links model, dan* (2) *is elk klassiek links model van elke lijn (i_j) een model van Γ, en dan* (3) *is elk* **CL***-model van Γ een links model van een lijn (i_j).*

Bewijs. (1) Laat $A_1, \ldots, A_n$ het tweede element zijn van een open lijn (i_j), en stel dat lijn (i_j) geen klassieke linkse modellen heeft. Dan is $\{A_1, \ldots, A_n\}$ triviaal, en dus is er een trivialiteitsbewijs uit $\{A_1, \ldots, A_n\}$ dat sluit. Maar dit kan niet want er was geen enkele regel meer toepasbaar op lijn (i_j), terwijl deze lijn niet van de vorm SAL2 is. Lijn (i_j) heeft dus een klassiek links model.

(2) Stel dat een klassiek links model M van lijn (i_j) geen model is van Γ. Dan is er een $B \in \Gamma$ zodat $\mathsf{v}_\mathsf{M}(B) = 0$. Maar dan komt er in elke lijn van het bewijs een formule voor die de waarde 0 krijgt in dat model (wegens lemma's 1, 2 en 3), maar dan is M geen model van lijn (i_j).

(3) Laat M een **CL**-model zijn van Γ, en beschouw een propositionele constante P, die niet voorkomt in Γ en waarvoor $\mathsf{v}_\mathsf{M}(P) = 0$ (dit is altijd mogelijk). Uit de semantiek van **CL** weten we dat $\Gamma \not\models_{\mathbf{CL}} P$. Uit theorema 2 weten we dan dat $\Gamma \nvdash_{\mathbf{SCL}^\circ} P$: er is geen enkel Socratisch bewijs voor $\Gamma \vdash P$ dat sluit. Beschouwen we een dergelijk bewijs dat stopt (in overeenstemming met het antecedent van het lemma dat we aan het bewijzen zijn), en waarin lijn (i_k) niet-afgeblokt is. We weten dat elk **CL**-model een model is van elke lijn van dat bewijs (lemma's 1, 2 en 3), en dat het beschouwde model M dus ook een model is van lijn (i_k). Aangezien $\mathsf{v}_\mathsf{M}(P) = 0$, is M een links model van lijn (i_k). ■

Volledig analoog kunnen we het volgende bewijzen:

Theorema 3 *In elk stadium van elk trivialiteitsbewijs uit Γ, zijn de linkse modellen van de lijnen die niet afgevlagd of afgeblokt zijn, ofwel geen klassieke modellen ofwel modellen van Γ.*

Corollarium 2 *Een trivialiteitsbewijs voor* Γ *sluit, asa* Γ *triviaal is.*

Voorlopig zijn de interessantste trivialiteitsbewijzen deze die stoppen maar niet sluiten. Als we echter inconsistenties toelaten, en met een paraconsistente logica werken (om te garanderen dat een verzameling premissen een model heeft) dan zullen de interessantste trivialiteitsbewijzen deze zijn die stoppen, en ons tonen welke inconsistenties waar gemaakt moeten worden om een model van de premissen te hebben (zie sectie 7.4.1).

De net bewezen stellingen komen van pas voor het bewijs van de volledigheid van $\mathbf{SCL^o}$ ten opzichte van **CL**. Van het bewijs van de volledigheidsstelling kan ik me gemakkelijk af maken, eenmaal de volgende lemma's bewezen zijn.

Lemma 6 *Als er een* $\mathbf{SCL^o}$*-bewijs is voor* A *uit* $\{B_1, \ldots, B_n\}$*, dat sluit, en er is een bewijs voor* C *uit* Γ *waarin het tweede element van elke open lijn de formules* $B_1, \ldots, B_n$ *bevat, en het laatste element de formule* A*, dan is er een* $\mathbf{SCL^o}$*-bewijs voor* C *uit* Γ *dat sluit.*

Bewijs. Het bewijs is langdradig maar eenvoudig. ■

Lemma 7 *Als er een* $\mathbf{SCL^o}$*-bewijs is voor* A *uit* Γ*, dat sluit, en er een* $\mathbf{SCL^o}$*-bewijs is voor* $A \supset B$ *uit* Γ*, dat sluit, dan is er een* $\mathbf{SCL^o}$*-bewijs is voor* B *uit* Γ*, dat sluit.*

Bewijs. We bekijken een bewijs voor $\Gamma \vdash A \supset B$ en vormen het om tot een bewijs voor $\Gamma \vdash B$. Zolang er geen regel toegepast wordt op de formule $A \supset B$, kunnen we die formule overal vervangen door B. We bekijken de afgeblokte lijnen en onderscheiden drie gevallen .

(I) Afgeblokte lijnen waarvan $A \supset B$ het laatste element uitmaakt. Deze lijnen werden dus afgeleid zonder dat een regel invloed had op het laatste element; deze lijnen kunnen dus ook afgeleid worden als een andere formule, bijvoorbeeld B, in het vierde element staat. We onderscheiden twee sub-gevallen:

($I.a$) De lijn is (na vervanging van $A \supset B$ door B) van de vorm:

(i) $C_1, \ldots, C_n,\ A \supset B \vdash B$.

In dit geval passen we de regel $\supset$L toe op $A \supset B$, en we bekomen:
(j) $C_1, \ldots, C_n,\ *A \vdash B$.
(k) $C_1, \ldots, C_n,\ B \vdash B$.

Lijn (k) wordt onmiddellijk afgeblokt. Stel nu dat $\{C_1, \ldots, C_n, *A\}$ consistent is. Dan heeft die verzameling een klassiek model M, dat —wegens theorema 3— ook een model van Γ is. Wegens $\Gamma \vdash_{\mathbf{SCL^o}} A$ en de juistheidsstelling weten we dan dat $\mathsf{v_M}(A) = 1$ is, maar dit kan niet, want $\mathsf{v_M}(*A) = 1$, en dus is $\{C_1, \ldots, C_n, *A\}$ inconsistent. Maar dan is er een trivialiteitsbewijs voor $\{C_1, \ldots, C_n, *A\} \vdash B$ dat sluit (corollarium 2), en dus kunnen (wegens lemma 6) regels toegepast worden vanuit lijn (j) tot alle aftakkingen afgeblokt worden.

$(I.b)$ De lijn is (na vervanging van $A \supset B$ door B) van de vorm:

(i) $C_1, \ldots, C_n$, D, $*D \vdash B$.
De lijnen van deze vorm worden vanzelfsprekend ook afgeblokt.

(II) Afgeblokte lijnen die aftakkingen zijn van een lijn van de vorm:

(i) $C_1, \ldots, C_n \vdash *A$, B.
die neergeschreven werd met verantwoording $\supset$R. We gaan terug naar lijn (i), en we onderscheiden twee gevallen:

$(II.a)$ $\{C_1, \ldots, C_n\}$ is inconsistent. We schrappen $*A$, en zetten het bewijs verder tot dat iedere aftakking afgeblokt is (corollarium 2).

$(II.b)$ $\{C_1, \ldots, C_n\}$ is consistent. Dan weten we dat $\mathsf{v}_\mathsf{M}(A) = 1$ in alle klassieke modellen M van $\{C_1, \ldots, C_n\}$, en dus $\mathsf{v}_\mathsf{M}(*A) = 0$. Aangezien het oorspronkelijk bewijs sluit, zijn alle klassieke modellen modellen van lijn (i), en dus $\mathsf{v}_\mathsf{M}(B) = 1$ in alle klasse modellen van $\{C_1, \ldots, C_n\}$. Maar dan blijven alle klassieke modellen ook modellen van die lijn als we $*A$ daarin schrappen, en hetzelfde geldt als we $*A$ of de formules die eruit afgeleid worden schrappen in het laatste element van de lijnen die afgeleid worden uit lijn (i). Net zoals in verband met lijn (j) van geval $(I.a)$ kunnen we nu aantonen dat al deze lijnen na de schrapping nog steeds afgeblokt zijn.

(III) We hebben alle mogelijkheden gehad, tenzij $A \supset B$ rechts van het afleidingsteken eerst gewijzigd werd door een toepassing van =LR op een formule $\alpha = \beta$ die in het tweede element staat. In dit geval slaan we deze stap over, en schrijven in de volgende lijn weer $A \supset B$ in plaats van $A \supset B(\beta/\alpha)$. We doen hetzelfde voor alle verdere lijnen in het bewijs. We kunnen de volgende gevallen onderscheiden:

$(III.a)$ De afgeblokte lijnen van het oorspronkelijk bewijs hebben $A \supset B(\beta/\alpha)$ in het vierde element. In dit geval hebben de gewijzigde lijnen $A \supset B$ in het vierde element. We doen weer zoals in geval $(I.a)$. Voor lijn (j) blijft de situatie exact dezelfde. Voor lijn (k) passen we gewoon nu =LR toe op de formule $\alpha = \beta$ en B.[21]

$(III.b)$ Afgeblokte lijnen (in het oorspronkelijke bewijs) die aftakkingen zijn van een lijn van de vorm:

(i) $C_1, \ldots, C_n \vdash *A(\beta/\alpha)$, $B(\beta/\alpha)$.

Als we de toepassing van =LR uitstellen, tot op het moment dat de oorspronkelijke lijnen afgeblokt worden, zitten we gewoon weer in geval (II). ■

Theorema 4 (Volledigheid ten opzichte van de CL-semantiek) .

Als $\Gamma \models_{\mathbf{CL}} G$, *dan* $\Gamma \vdash_{\mathbf{SCL^\circ}} G$.

Bewijs. Als $\Gamma \models_{\mathbf{CL}} G$, dan $\Gamma \vdash_{\mathbf{CL}} G$, en dan $\Gamma^n \vdash_{\mathbf{CL}} G$ voor een eindige $\Gamma^n \subseteq \Gamma$. Dat wil zeggen dat we uit de gegevens Γ^n de formule G kunnen afleiden aan de hand van de axioma- en inferentie-schema's die opgesomd staan op in sectie 4.1.2. Nu kunnen we voor

[21] In het uitzonderlijke geval dat $\alpha = \beta$ zelf gewijzigd is in de loop van het bewijs door toepassing van =LL, schrappen we deze toepassing, en schrijven we overal weer $\alpha = \beta$.

elke toegestane stap in een **CL**-bewijs gemakkelijk aantonen dat we de zelfde afleiding kunnen maken in $\mathbf{SCL^o}$. De axioma-schema's zijn stuk voor stuk heel gemakkelijk te bewijzen. Voor de regel Modus Ponens verwijs ik naar lemma 7. De regel R$\forall$ kunnen we als volgt reproduceren in $\mathbf{SCL^o}$. We moeten bewijzen dat als we over een bewijs zonder premissen beschikken voor $A \supset B(\beta /\!\!/ \alpha)$, dat we dan ook kunnen besluiten tot $A \supset (\forall\alpha)A$. Als we een Socratisch bewijs starten voor $\vdash A \supset (\forall\alpha)A$, dan kunnen we in de eerst volgende lijn al $\vdash A \supset B(\beta /\!\!/ \alpha)$ schrijven, op basis van de $\mathbf{SCL^o}$-regel $\forall$R. Daarna kunnen we de rest van het Socratisch bewijs voor $A \supset B(\beta /\!\!/ \alpha)$ onder dit bewijs plakken, mits aanpassing van de lijnnummers. Het bewijs voor R$\exists$ is volledig analoog. ■

Merk op dat corollarium 2 volledig symmetrisch is met:

Corollarium 3 $\vdash_{\mathbf{CL}} A$ *asa* $\vdash_{\mathbf{SCL^o}} A$.

Een trivialiteitsbewijs sluit asa de premissen triviaal zijn, met andere woorden asa er rechts van het afleidingsteken om het even wat mag staan. Bij de bewijzen van stellingen mag er links van het afleidingsteken om het even wat staan. We kunnen zeggen dat logische waarheden een gelijkaardig statuut hebben als triviale verzamelingen.

Op het vlak van doelgerichtheid zijn de interessantste $\mathbf{SCL^o}$-bewijzen voor uitspraken $\Gamma \vdash G$ deze die stoppen maar niet sluiten. Deze tonen ons wat we nog nodig hebben om ons doel te bereiken.

4.2.2 Pc

In het systeem **Pc** uit [Batens/Provijn:2003] wordt in vergelijking met Socratische bewijzen veel meer *vanuit* het doel geredeneerd, en wordt veel meer aandacht besteed aan een efficiënte heuristiek. Bij Socratische bewijzen voor propositionele logica is een efficiënte heuristiek weliswaar geen onontbeerlijke noodzaak, omdat ieder propositioneel Socratisch bewijs voor $\Gamma \vdash A$ hoe dan ook stopt en ons toelaat te besluiten of $\Gamma \vdash A$ het geval is of dat $\Gamma \nvdash A$ het geval is. Predikatenlogica is echter niet beslisbaar, en voorlopig heb ik geen garantie dat een $\mathbf{SCL^o}$-bewijs voor $\Gamma \vdash A$ dat niet stopt ons effectief toelaat te besluiten dat $\Gamma \vdash A$ niet beslisbaar is. Ik kijk hoopvol uit naar Dagmar Provijns en Diderik Batens' predicatieve extensie van **Pc**.[22]

De vraag die het neerschrijven van lijnen in een **Pc**-bewijzen leidt, is: "Welke voorwaarden zijn voldoende om het doel te bewijzen ?". Elke lijn bestaat uit vijf elementen. Naast (*i*) het lijnnummer, (*ii*) de (afgeleide) formule, en de verantwoording voor het neerschrijven van de formule ((*iii*) de lijnnummers van de gebruikte formules, en (*iv*) de afleidingsregel), krijgen we nu ook een een vijfde element: (*v*) de voldoende voorwaarde om de formule in het tweede element van de lijn af te leiden uit te premissen. De betekenis van de voorwaarde in dit vijfde element is als volgt weer te geven:[23]

(†) A is afgeleid in het tweede element van een lijn, waarvan Δ het vijfde element is asa $\Gamma \cup \Delta \vdash A$.

[22] Predicatieve doelgerichte bewijzen (ook voor adaptieve logica's) zullen normaal gezien uitvoerig aan bod komen in de doctoraatsverhandeling van Dagmar Provijn.

[23] [Batens/Provijn:2003], p. 116.

Zoals gebruikelijk wordt de bewijstheorie bepaald door de regels die gebruikt mogen worden om nieuwe lijnen op te schrijven. Daarnaast wordt in [Batens/Provijn:2003] ook een interessante heuristiek vermeld, die borg staat voor efficiënte bewijzen. Naar deze heuristiek zal ik slechts terloops verwijzen.

De startregel van **Pc** is als volgt. Als je wil nagaan of $\Gamma \vdash G$, start dan een bewijs door de volgende lijn neer te schrijven:

(0)	G	Goal	$\{G\}$

Deze startregel voldoet zeker aan (†), want $\Gamma \cup \{G\} \vdash G$. Het doel van een **Pc**-bewijs is een lijn af te leiden met G als tweede element, en $\emptyset$ als vijfde, want dan weten we (in het licht van (†)) dat $\Gamma \cup \emptyset \vdash G$. De heuristiek van **Pc** zorgt ervoor dat de inferentieregels waarmee formules in het tweede element van een lijn geanalyseerd worden, nooit toegepast worden op lijnen met G in het tweede element.

De premisse-regel van **Pc** zegt dat je voor elke $A \in \Gamma$ een lijn mag neerschrijven met A als tweede element en $\emptyset$ als vijfde element. Voor elke $A \in \Gamma$ weten we immers dat $\Gamma \cup \emptyset \vdash A$.[24] Wat de heuristische regel betreft, die het invoeren van premissen beperkt, moet ik nog zeggen dat een positief deel van de nieuwe premisse in een niet-gemarkeerde lijn moet staan.[25]

Hieronder volgen de inferentie-schema's van **Pc**.[26]

(a) Inferentie-schema's voor regels die formules in het tweede element van een lijn analyseren (*formula analysing rules*).

$\supset$E	(i)	$A \supset B$	(nr; regel)	Δ
	(j)	B	i; $\supset$E	$\Delta \cup \{A\}$

[24] De heuristiek bepaalt dat premissen maar mogen neergeschreven worden als er een B voorkomt in het vijfde element van een lijn van het bewijs, zodat B een positief deel is van A. De semantiek van **CL** is verhelderend voor de noties "B is een positief deel van A" en "B is een negatief deel van A". $\mathsf{v_M}(\sim A) = 1$ als $\mathsf{v_M}(A) = 0$, en dus noemen we A een negatief deel van $\sim A$. $\mathsf{v_M}(A \supset B) = 1$ als $\mathsf{v_M}(A) = 0$ of $\mathsf{v_M}(B) = 1$, dus noemen we A een negatief en B een positief deel van $A \supset B$. $\mathsf{v_M}(A \equiv B) = 1$ als $\mathsf{v_M}(A) = 1$ en $\mathsf{v_M}(B) = 1$ of als $\mathsf{v_M}(A) = 0$ en $\mathsf{v_M}(B) = 0$, en dus zijn A en B zowel positieve als negatieve delen van $A \equiv B$. A is natuurlijk een positief deel van A zelf. Als B dieper ingebed zit in een formule, dan worden de noties recursief bepaald: een positief deel van een positief deel van C is een positief deel van C, een negatief deel van een positief deel van C is een negatief deel van C, een positief deel van een negatief deel van C is een negatief deel van C, en tenslotte een negatief deel van een negatief deel van C is een positief deel van C.

[25] Ter informatie de markeringsdefinitie voor **Pc**: ([Batens/Provijn:2003], p.123.)

> Een lijn waarin A afgeleid wordt op voorwaarde Δ, moet gemarkeerd worden in elk van de volgende gevallen: (i) als er een lijn is waarin A afgeleid wordt op voorwaarde Δ' voor een $\Delta' \supset \Delta$; (ii) als Δ zichtbaar inconsistent is, en (iii) als $\Delta = \{A\} \cup \Delta'$, en $\Delta' \neq \emptyset$.

Met zichtbaar inconsistent (*"flatly inconsistent"* in het Engels) wordt bedoeld dat er wel degelijk twee formules A en $\sim A$ leden zijn van Δ. In [Batens/Provijn:2003] staat als derde reden om een lijn te schrappen: $A \in \Delta$; deze reden is duidelijk niet accuraat want de startregel (G neerschrijven onder voorwaarde G), zou onmiddellijk gemarkeerd moeten worden.

[26] In tegenstelling tot de inferentieregels in [Batens/Provijn:2003] maak ik hier ook gebruik van de notatie $*A$ om het complement van A weer te geven.

	(k)	$*A$	i; $\supset$E	$\Delta \cup \{*B\}$
$\vee$E	(i)	$A \vee B$	(nr; regel)	Δ
	(j)	A	i; $\vee$E	$\Delta \cup \{*B\}$
	(k)	B	i; $\vee$E	$\Delta \cup \{*A\}$
&E	(i)	$A\&B$	(nr; regel)	Δ
	(j)	A	i; &E	Δ
	(k)	B	i; &E	Δ
$\equiv$E	(i)	$A \equiv B$	(nr; regel)	Δ
	(j)	$A \supset B$	i; $\equiv$E	Δ
	(k)	$B \supset A$	i; $\equiv$E	Δ
$\sim\sim$E	(i)	$\sim\sim A$	(nr; regel)	Δ
	(j)	A	i; $\sim\sim$E	Δ
$\sim\supset$E	(i)	$\sim(A \supset B)$	(nr; regel)	Δ
	(j)	A	i; $\sim\supset$E	Δ
	(k)	$*B$	i; $\sim\supset$E	Δ
$\sim\vee$E	(i)	$\sim(A \vee B)$	(nr; regel)	Δ
	(j)	$*A$	i; $\sim\vee$E	Δ
	(k)	$*B$	i; $\sim\vee$E	Δ
$\sim$&E	(i)	$\sim(A\&B), \quad C_1, \ldots, C_m$	(nr; regel)	Δ
	(j)	$*A \vee *B$	i; $\sim$&E	Δ
$\sim\equiv$E	(i)	$\sim(A \equiv B)$	(nr; regel)	Δ
	(j)	$A \vee B$	$\sim\equiv$E	Δ
	(k)	$*A \vee *B$	i; $\sim\vee$E	Δ

(b) Inferentie-schema's voor regels die formules in het vijfde element van een lijn analyseren (*condition analysing rules*).

$\supset$CE	(i)	A	(nr; regel)	$\{B \supset C\} \cup \Delta$
	(j)	A	i; $\supset$CE	$\{*B\} \cup \Delta$
	(k)	A	i; $\supset$CE	$\{C\} \cup \Delta$
$\vee$CE	(i)	A	(nr; regel)	$\{B \vee C\} \cup \Delta$
	(j)	A	i; $\vee$CE	$\{B\} \cup \Delta$
	(k)	A	i; $\vee$CE	$\{C\} \cup \Delta$
&CE	(i)	A	(nr; regel)	$\{B\&C\} \cup \Delta$
	(j)	A	i; &CE	$\{B, C\} \cup \Delta$
$\equiv$CE	(i)	A	(nr; regel)	$\{B \equiv C\} \cup \Delta$
	(j)	A	i; $\equiv$CE	$\{B, C\} \cup \Delta$
	(k)	A	i; $\equiv$CE	$\{*B, *C\} \cup \Delta$

$\sim\sim$CE	(i)	A	(nr; regel)	$\{\sim\sim B\} \cup \Delta$
	(j)	A	i; $\sim\sim$CE	$\{B\} \cup \Delta$
$\sim\supset$CE	(i)	A	(nr; regel)	$\{\sim(B \supset C)\} \cup \Delta$
	(j)	A	i; $\sim\supset$CE	$\{B, *C\} \cup \Delta$
$\sim\vee$CE	(i)	A	(nr; regel)	$\{\sim(B \vee C)\} \cup \Delta$
	(j)	A	i; $\sim\vee$CE	$\{*B, *C\} \cup \Delta$
$\sim\&$CE	(i)	A	(nr; regel)	$\{\sim(B\&C)\} \cup \Delta$
	(j)	A	i; $\sim\&$CE	$\{*B\} \cup \Delta$
	(k)	A	i; $\sim\&$CE	$\{*C\} \cup \Delta$
$\sim\equiv$CE	(i)	A	(nr; regel)	$\{\sim(B \equiv C)\} \cup \Delta$
	(j)	A	i; $\sim\equiv$CE	$\{*B, C\} \cup \Delta$
	(k)	A	i; $\sim\equiv$CE	$\{B, *C\} \cup \Delta$

Als je deze *condition analysing rules* naast de propositionele **L**-regels van $\mathbf{SCL^o}$ legt, zie je dat het tweede en het laatste element van iedere lijn simpelweg van plaats verwisseld zijn. Deze gelijkenis gaat niet op tussen de *formula analysing rules* en de propositionele **R**-regels van $\mathbf{SCL^o}$ in de gevallen waarin *multiple conclusion* een rol speelt.

(c) Inferentie-schema's met twee premisse-lijnen:

Trans	(i)	A	(nr; regel)	$\Delta \cup \{B\}$
	(j)	B	(nr; regel)	Δ'
	(k)	A	i, j; Trans	$\Delta \cup \Delta'$
EM	(i)	A	(nr; regel)	$\Delta \cup \{B\}$
	(j)	A	(nr; regel)	$\Delta' \cup \{B\}$
	(k)	A	i, j; EM	$\Delta \cup \Delta'$

Tenslotte is er een regel die enkel nodig is als het doel enkel bereikbaar is omdat de verzameling premissen inconsistent is. De heuristiek van **Pc** zorgt er dan ook voor dat de regel EFQ pas gebruikt wordt als blijkt dat het doel niet kan bereikt worden als de premissen consistent zijn.

EFQ Als $A \in \Gamma$, schrijf dan een lijn met G als tweede element, en $\{*A\}$ als vijfde element.

Bekijken we $\sim\supset$E. De verantwoording voor het gebruik van dit inferentie-schema is duidelijk: $\sim(A \supset B)$ is bewijsbaar asa A en $\sim B$ bewijsbaar zijn, en dus kunnen we A en $\sim B$ opschrijven onder dezelfde voorwaarden. De verantwoording voor de tweede conclusie-lijn van $\supset$E is als volgt: als $*A$ bewijsbaar is onder de voorwaarde $\{*B\} \cup \Delta$, dan $\Gamma \cup \Delta \cup \{*B\} \vdash *A$ (in het licht van (†)), en dus $\Gamma \cup \Delta \vdash *B \supset *A$, wegens het deductietheorema van **CL**, en dus ook $\Gamma \cup \Delta \vdash A \supset B$. De interessantste toepassing van de regel Trans is wanneer G afleidbaar is op voorwaarde $\{A\} \cup \Delta$, terwijl A afgeleid is op voorwaarde $\emptyset$, en daaruit besloten wordt dat G afleidbaar op voorwaarde Δ.

Definitie 12 *Een* **Pc**-*bewijs voor* G *uit* Γ *sluit* ($\Gamma \vdash_{\mathbf{Pc}} G$) *asa er een lijn afgeleid wordt met* G *als tweede en* $\emptyset$ *als vijfde element.*

Er kan gemakkelijk bewezen worden dat (†) inderdaad klopt, en dit laat meteen toe de juistheid ten opzichte van de **CL** te bewijzen. Voor de volledigheid verwijs ik naar [Batens/Provijn:2003].

Net zoals bij $\mathbf{SCL^o}$ zijn de interessantste bewijzen deze die open blijven en ons tonen wat we nog meer nodig hebben om ons doel te bereiken.

4.3 Bedenkingen omtrent klassieke logica.

4.3.1 Een product van mensen

Klassieke inconsistenties zijn het gevolg van afwijkingen van klassieke normen, maar de normen van de klassieke logica hebben veel weg van de eigenschappen van een perfecte theorie. We kunnen het gedachte-experiment uitvoeren en de vraag stellen hoe een perfecte theorie er uit zou zien, maar de eigenschappen van een perfecte theorie kunnen niet gebruikt worden als onverbiddelijke normen voor onze theorieën, die theorieën in wording zijn. Het is niet omdat een perfecte theorie consistent is, dat wij elke poging om een theorie te construeren moeten afvoeren zodra er een inconsistentie in opduikt.

In [Batens:2004][27] worden enkele historische redenen vermeld waarom we niet moeten blijven vasthouden aan de normen van de klassieke logica zoals Aristoteles ze bedacht heeft. (*i*) Een oppervlakkige reden is dat we niet moeten blijven vasthouden aan een toevallige keuze van Aristoteles. (*ii*) Van de predicatieve logica van de eerste orde heeft men pas in de twintigste eeuw ontdekt dat ze niet beslisbaar is. Dit onverwachte inzicht heeft er niet toe geleid dat logici zich alleen nog maar met het beslisbare fragment van de klassieke logica hebben bezig gehouden. (*iii*) Nadat Gödel aangetoond had dat de consistentie van de rekenkunde niet kan gegarandeerd worden met klassieke middelen, hebben de logici en wiskundigen hun onderzoek niet gestaakt, en hebben zij zich ook niet beperkt tot fragmenten van de rekenkunde die bewijsbaar consistent zijn.

De eigenschappen van de klassieke logica zorgden ervoor dat de klassieke logici consistentie als *het* criterium zagen van normaliteit. Pas tijdens de laatste twintig jaren van de twintigste eeuw is duidelijk geworden dat het echte (algemeen) logische probleem niet inconsistentie maar trivialiteit is.[28] Batens trekt hieruit de les dat het belangrijk is *voorlopige conclusies* ernstig te bestuderen, en dat het nodig is om pak te krijgen op de typisch dynamische aspecten van redeneren in afwezigheid van een positieve test.[29]

Uit dit alles kunnen we ook de les trekken dat we de normen van de klassieke logica beter als aspiraties kunnen beschouwen. Met andere woorden, dan is het niet zozeer de norm (de aspiratie) consistentie die verkeerd is, als wel de sanctie.

[27] P.154

[28] [Batens:2004], p. 158. Wat 'de laatste twintig jaar van de twintigste eeuw betreft: het artikel vermeldt ook dat Batens de eerste dynamische logica's geconcipieerd heeft in 1979.

[29] [Batens:2004], p. 161.

4.3.2 Waarheid/instemming

In de semantiek wordt $\mathsf{v}_{\mathsf{M}}(A) = 1$ gewoonlijk gelezen als "A is waar" (in het model M). Het is niet mijn bedoeling diep in te gaan op het begrip "waarheid", maar ik wil toch even kwijt dat er ook alternatieve en minder hoogdravende interpretaties zijn voor $\mathsf{v}_{\mathsf{M}}(A) = 1$. Communicatiepartners zijn het al dan niet eens met een uitspraak. Waarheid is zeker niet de enige reden waarom communicatiepartners ermee instemmen om een theorie te aanvaarden of om een nieuwe uitspraken op te nemen in een gemeenschappelijke theorie. Vaak aanvaarden we een theorie als geheel, en dit niet zozeer omdat haar premissen op zich waar zijn, maar wel omdat de theorie als geheel het beste voor handen zijnde alternatief is.[30] Ik maak dan ook liever gebruik van de noties "instemmen met" en "het eens zijn met" in plaats van met de notie "waarheid". Het feit dat niet iedereen automatisch instemt met dezelfde uitspraken draagt trouwens bij tot de dynamiek van onze gemeenschappelijke kennis.

Ik wil het er ook nog over hebben dat gemeenschappelijke instemming niet noodzakelijk instemming omwille van één en dezelfde reden hoeft te zijn, net zoals het gemeenschappelijk gebruik van een term niet hoeft te betekenen dat die term naar één wel omlijnd stukje werkelijkheid verwijst. De betekenis van de termen van onze gemeenschappelijke taal ligt niet vast, maar is evenmin willekeurig. Ik weet bijvoorbeeld niet naar welke dag of moment van die dag het woord "nu" *nu* voor u verwijst, maar ik weet wel dat u (op dat moment van) die dag in deze tekst aan het lezen bent. Het feit dat betekenissen niet vastliggen, hoeft dus niet te betekenen dat communicatiepartners het niet eens kunnen zijn met elkaar of hun taal niet op een gemeenschappelijke wijze kunnen gebruiken. Verschillende communicatiepartners kunnen om verschillende redenen instemmen met één en dezelfde uitspraak, en dit kan wel degelijk tot tegenstrijdigheden leiden, maar dit hoeft geenszins te betekenen dat wij slechts in uitzonderlijke omstandigheden tot gemeenschappelijke kennis kunnen komen.

Opdat instemming enig gewicht zou hebben, moeten er alternatieven zijn; als er geen alternatieven voor handen zijn moet er een bereidheid zijn om alternatieven te zoeken. Aangezien er altijd nieuwe alternatieven gecreëerd kunnen worden, kan instemming alleen maar voorlopig zijn. Er is een blijvende nood aan openheid en bereidheid om opvattingen te herzien.

Een ander kenmerk van de notie 'waarheid' zoals die in de klassieke logica behandeld wordt, is dat de waarheid compositioneel is. De valuatie van complexe zinnen wordt volledig bepaald door de toekenning van de constanten en variabelen die in die zin voorkomen. Voor de semantische bepaling van adaptieve logica's en hun ondergrenslogica's wordt gebruik maakt van een rechtstreekse toekenning van complexe formules. Als we willen werken met uitdrukkingen als "mensen zijn wolven voor elkaar" (met excuses aan de wolven), dan is het inderdaad aangewezen om de waarheid van zinnen niet compositioneel vast te leggen.

[30] De betekenis van zinnen, en dus ook hun al dan niet waar zijn, hangt immers ook af van hun onderlinge samenhang.

4.3.3 'Eenduidigheid'

Er is geen positieve test voor 'eenduidigheid'. Sommige klassieke logici beweren dat het gebruik van een logica perfecte NLC (niet-logische constanten) vooronderstelt, en impliciet of expliciet denken ze hierbij aan een context-onafhankelijke, unieke betekenis. Mij is het helemaal niet duidelijk hoe NLC een unieke betekenis zouden kunnen krijgen als men geen rekening houdt met de context waarin die NLC gebruikt worden.[31]

We stellen echter vast dat wetenschappers die een niet-mathematische taal hanteren, niet wachten totdat zij over een perfecte eenduidige taal beschikken vooraleer zij effectief gebruik maken van de klassieke logica.

Wij kunnen er echter in de logica al rekening mee houden dat onze taal niet zo perfect is als nodig om **CL** te gebruiken.[32]

4.3.4 Eens besloten, voor goed besloten

De consistentie-eis brengt een statische beeld van verworven kennis met zich mee.

> The consistency-condition which demands that new hypotheses agree with accepted theories is unreasonable because it preserves the older theory and not the better.[33]

De consistentie-eis gaat bovendien gepaard met een vrees om een theorie uit te breiden of op te bouwen aan de hand van tentatieve of voorlopige beweringen. Men probeert uitspraken te formuleren die voor eens en altijd geldig zijn. Vergissingen en inaccuraatheden zijn uit den boze, wat mijns inziens een vertragend effect heeft op de ontwikkeling van wetenschappelijke theorieën. Het minste wat we kunnen zeggen is dat de wetenschapsgeschiedenis ons leert dat al heel wat wetenschappelijke uitspraken herzien werden, en dat de klassieke logica dus niet *de* logica is voor wetenschappen in wording.

Maar de klassieke logica kunnen we de facto ook zelden gebruiken om 'voltooide theorieën' te formuleren. Wanneer een wetenschappelijke theorie gepresenteerd wordt, probeert men ze weliswaar consistent te formuleren, maar op veel momenten in de geschiedenis van de wetenschappelijke output zijn er desalniettemin opvallende en minder opvallende inconsistenties aanwezig geweest.[34] Als we de wetenschapsgeschiedenis bekijken, dan is het minste wat we kunnen zeggen dat de ontdekking van een inconsistentie in een theorie er nooit iemand toe aangezet heeft om te besluiten dat alles waar is. Dit wil dus zeggen dat wetenschappers die op een inconsistentie botsen de facto niet klassiek redeneren. We kunnen dus beter op zoek gaan naar een alternatief voor de klassieke

[31] Bekijk de propositionele constanten, en probeer een Nederlandse zin te formuleren die in om het even welke context dezelfde betekenis heeft. En als je zo'n zin gevonden hebt: stel dat wij ze p noemen, en dat wij q definiëren als de negatie van p. Wat is dan de unieke, context-onafhankelijke betekenis van q?

[32] Zie sectie 7.8.

[33] [Feyerabend:1975/88], p.25.

[34] Het is steeds een waar genoegen om de Poolse wetenschapsfilosoof en natuurkundige verhalen te horen vertellen over inconsistenties in de geschiedenis van de fysica; alsof men Conan Doyle zelf hoort vertellen. Enkele titels van voordrachten: "The discovery of the law of gravitation as a challenge to paraconsistent logicians" (Universiteit Gent, 28 april 2000) "How inconsistency was introduced into Maxwell's equations and then removed" (Universiteit Gent, 11 april 2001).

logica. Een perfecte theorie kan misschien van de vorm $\langle \Gamma, \mathbf{CL} \rangle$ zijn, maar van onze theorieën, die eigenlijk steeds theorieën in wording zijn, kunnen we nooit zeker zijn of ze wel voldoen aan de normen van de klassieke logica. Als we een theorie willen construeren over aspecten van de wereld die onderhevig zijn aan veranderingen, en waarvoor er nog geen specifieke wetenschappelijke taal bestaat, dan kunnen we het best op zoek gaan naar een logica die overweg kan met inconsistenties.[35] Uit werken zoals [Meheus:2002] leren we dat wetenschappers uit de voorbije eeuwen gelukkig niet gewacht hebben tot ze over absolute zekerheden beschikten.

Inconsistenties worden inderdaad zelden geïnterpreteerd als een reden om dan maar te besluiten dat alles waar is, noch als een reden om de betreffende theorie te verwerpen. Inconsistenties spelen veeleer de rol van motor voor innovatie en evolutie van theorieën. Wetenschappers geven er wel degelijk blijk van te kunnen leven met inconsistenties en er positief mee om te gaan.[36] Hoe inconsistenties (of andere abnormaliteiten ten opzichte van de klassieke logica) positief aangewend kunnen worden bij de ontwikkeling van theorieën komt aan bod in deel II. Het is niet alleen zo dat het rationeel is om inconsistenties (tijdelijk) te aanvaarden in onze beste theorieën, het is zelfs zo dat de rationaliteit gebiedt creatief om te gaan met inconsistenties.

[35] Zie hoofdstukken 6 en 7.

[36] Zie bijvoorbeeld het boek *"Inconsistency in science"* [Meheus:2002].

Hoofdstuk 5

De wereld van de klassieke logica

5.1 Inleiding

In dit hoofdstuk wil ik even stilstaan bij de vraag welke invloed het gebruik van de klassieke logica heeft op ons wereldbeeld en op onze opvattingen omtrent welke aspecten van de wereld in aanmerking komen voor wetenschappelijk onderzoek. Ik maak daarbij een onderscheid tussen het gebruik van de predicatieve taal van de klassieke logica, en het hanteren van de typische klassieke normen.

Wat de taal als dusdanig betreft, vertel ik meteen de voorspelbare clou van het verhaal. Er hoeft helemaal geen verband te zijn tussen de taal die we gebruiken en het wereldbeeld dat we erop nahouden. En mits enige creativiteit kunnen we met de predicatieve taal van de klassieke logica heel veel doen. Dit instrument is inderdaad veel flexibeler dan sommige van zijn gebruikers, en uit de geschiedenis van de wetenschappen leren we dat heel wat flexibele mensen er heel creatief mee omgegaan zijn.

Laat ons meteen ook al even kijken naar de invloed van de normen van de klassieke logica. De eis dat niet-logische constanten een eenduidige betekenis hebben —de eis dat we die constanten altijd en overal op een consistente manier gebruiken— brengt met zich mee dat individuen (de elementen van het domein) in principe niet mogen veranderen. Met "niet mogen veranderen" bedoel ik dat een individu dat op een bepaald moment een bepaalde eigenschap heeft, op een ander moment geen eigenschap mag hebben die de eerste eigenschap tegenspreekt.[1] Bekijk inderdaad eens het domein van alle mensen: als wij bijvoorbeeld werken met de individuele constante "Jan", en zeggen dat Jan ziek is, dan suggereert de semantiek van **CL** dat Jan voor eens en altijd ziek is. Bovendien lijken individuen een tijdloos bestaan te leiden. In de taal van de klassieke logica kunnen we uitdrukken dat Jan en Julius Caesar geen tijdgenoten zijn, maar dit suggereert dat beide individuen tot het bestudeerde domein behoren, en een gelijktijdig bestaan toegemeten krijgen. **CL** lijkt ons dus het Platonische beeld op te dringen dat individuen (*i*) eeuwig bestaan, en (*ii*) bestaan los van hun eigenschappen. Op het eerste gezicht is de klassieke

[1] Een bepaalde boom kan op een bepaald moment bijvoorbeeld de eigenschap hebben van 525 centimeter hoog te zijn, en op een ander moment de eigenschap 526 centimeter hoog te zijn, en wat 525 centimeter is, is geen 526 centimeter.

logica dus niet geschikt om toegepast te worden op een wereld waarin de onderdelen betrokken zijn op de rest van de wereld, want in dit wereldbeeld horen geen individuen thuis die bestaan los van hun eigenschappen.

Een tegemoetkoming aan deze eigenaardigheden kan erin bestaan te werken met een vrije logica.[2] In [Lambert:1984] lezen we "The expression 'free logic' is an abbreviation for the phrase 'free of existence assumptions with respect to its terms, general and singular'."[3] Als we alle ontologische vooronderstellingen weg willen werken uit de logica, moeten we zonder individuele constanten werken, zonder existentiële kwantoren, zonder negaties van universeel gekwantificeerde formules. Zonder individuele constanten werken is zeker niet genoeg is om onlogische ontologische vooronderstellingen te weren. Aangezien in alle klassieke modellen M $\mathsf{v_M}(A(x)) = 1$ of $\mathsf{v_M}(\sim A(x)) = 1$, weten we ook dat in alle modellen $\mathsf{v_M}((\exists x)A(x)) = 1$ of $\mathsf{v_M}((\exists x)\sim A(x)) = 1$, en dus ook $\mathsf{v_M}((\exists x)A(x) \vee (\exists x)\sim A(x)) = 1$. Met andere woorden: voor om het even welke open formule geldt dat die formule of haar negatie toepasbaar is op tenminste één ding in het domein. Misschien zijn we beter af met een logica die vrij is van ontologische vooronderstellingen, maar de vraag is of de prijs die we daarvoor moeten betalen niet te hoog is. We kunnen misschien het best er blijvend rekening mee houden dat de taal van de logica een communicatiemiddel is,[4] en geschikt is als de communicatie vlot verloopt, en niet ongeschikt is omdat er vreemde ontologische vooronderstelling mee gepaard gaan.[5]

De bevindingen in sectie 4.3 laten toe te besluiten dat klassieke logica niet geschikt is om theorieën te construeren in een mensentaal over een veranderende wereld. We moeten

[2] Zie bijvoorbeeld [Meyer/Lambert:1968].

[3] [Lambert:1984] p. 104. Voor vrije logica's verwijs ik ook naar [Lambert:1991].

[4] Zie ook [Batens:2002a], p. 188.

[5] Als we de klassieke logica willen aanwenden om te redeneren op basis van uitspraken over individuen die veranderen ten opzichte van bepaalde eigenschappen (zoals bijvoorbeeld "ziek zijn"), kunnen we, zo voor de vuist weg drie kanten op.

(1) We kunnen de aanduiding van individuen tijdsgebonden maken, en dus spreken van, bijvoorbeeld, "Jan op 26 februari 2004", "Jan op 29 februari 2004" (of met een nog preciezere tijdsbepaling als Jan vlugger verandert ten opzichte van bepaalde eigenschappen). We kunnen dan zeggen "Jan-op-26-februari-2004 is ziek" en "Jan-op-29-februari-2004 is niet ziek. Deze aanpak suggereert dat er in het individu Jan geen continuïteit is; het domein kan dan in principe voor iedere tijdsgebonden aanduiding van Jan, een ander element bevatten. Iemand als Descartes zou deze voorstelling van zaken misschien wel appreciëren, want in zijn wereldbeeld schept God de wereld op ieder moment opnieuw; met Descartes' voorstelling van zaken kunnen we een passende interpretatie vinden voor een taal met dergelijke individuele constanten.

(2) We kunnen de predikaten tijdsgebonden maken, en zeggen dat Jan de eigenschap ziek-zijn-op-26-februari-2004 heeft, maar niet de eigenschap "ziek-zijn-op-29-februari-2004". Deze aanpak sluit niet aan bij ons dagelijks taalgebruik: het gemeenschappelijke gebruik van predikaten verandert niet van het ene moment op het andere. Bovendien zitten we met deze aanpak nog uitdrukkelijker met de suggestie dat het individu dat we Jan noemen een bestaan heeft los van zijn eigenschappen.

(3) Wij kunnen de waarheid van zinnen tijdsgebonden maken, en werken met een tijdslogica, en zeggen dat "Jan is ziek" waar is op 26 februari 2004, en vals is op 29 februari 2004. We blijven echter met de indruk zitten dat Jan een eeuwig individu is, en bestaat los van zijn eigenschappen. Voor een helder overzicht van *temporal logics*, zie bijvoorbeeld [Venema:2001].

De drie vermelde aanpakken hebben binnen de klassieke logica echter nog een ander probleem. Bijvoorbeeld: uit "Jan is een jongen op 26 februari" kun je met klassieke middelen niet afleiden "Jan is een jongen op 29 februari". In [Vanackere:2002b] wordt een adaptieve logica voorgesteld, die dit wel toelaat.

echter het kind niet met het badwater weggooien. Het zijn vooral de strenge normen, zoals consistentie en eenduidigheid, die niet deugen (in de volgende hoofdstukken van deel I zal ik dan ook logica's bespreken waarin dergelijke eisen opgegeven worden). De structuur van de taal deugt misschien ook niet, maar we kunnen er niet om heen: het is moeilijk om een taal met een andere structuur tot leven te roepen.

Het gebruik van een predicatieve taal suggereert dat we slechts theorieën kunnen maken over domeinen met een verzamelingen-structuur. Het gebruik van de klassieke logica suggereert dat we bovendien slechts domeinen met onveranderlijke elementen kunnen beschouwen, waarvan we alleen die kenmerken kunnen behandelen die weer te geven zijn in predikaten met een gefixeerde extensie. Daaruit zouden we kunnen besluiten dat de succesvolle wetenschappelijke theorieën tot dusver voldoen aan deze typering. En we zouden meteen ook kunnen besluiten dat de ontologische vooronderstellingen waarvan we 'moeten' uitgaan als we de succesvolle theorieën willen betrekken op onze wereld, incompatibel zijn met het wereldbeeld dat in sectie 2.1 geschetst werd. Niets is minder waar.

Zelfs 'de wereld van de rekenkunde' wordt gekenmerkt door een soort betrokkenheid. Ik denk dat het gerechtvaardigd is te zeggen dat geen enkele wiskundige eigenschap werkelijk een eigenschap van 'een getal-op-zich' is. Eigenschappen die we aan getallen toeschrijven zijn in feite fel vereenvoudigde voorstellingen van relaties die tussen deze getallen en andere getallen bepaald worden. Bovendien stellen we vast dat de manier waarop de Peano-rekenkunde geformuleerd is, al blijk geeft van een creatief gebruik van de klassieke logica. Ik licht deze zaken kort toe in sectie 5.2. Als wij, zoals velen onder ons, de rekenkunde beschouwen als een theorie die exemplarisch is voor andere theorieën, geven deze eenvoudige vaststellingen al te denken over wat we van andere succesvolle theorieën mogen verwachten.

In sectie 5.3 wil ik ingaan tegen de opvatting dat een atomistisch wereldbeeld nodig is om de fysica op onze wereld te kunnen betrekken. Enerzijds kunnen we er niet naast kijken dat de fysica geformuleerd is als een wiskundige theorie en dat 'de wereld van de fysica' dus bestaat uit wiskundige entiteiten—-dit wil zeggen: de vraag naar de structuur van de èchte wereld is irrelevant. Anderzijds vinden we in handboeken fysica *niets* dat een atomistisch wereldbeeld aannemelijk maakt. Ook wat de fysica betreft kunnen we dus zeggen dat men zich niet heeft laten afschrikken door discrepanties tussen de structuur van de predicatieve taal van de klassieke logica en de structuur van onze wereld. Nauwelijks te geloven dat de mysterieuze wereld van krachten en velden weer te geven is in een taalschemaatje als dat wat je vindt in sectie 4.1.1. In sectie 5.3 wil ik terloops ook nog even belichten dat de fysica wel degelijk onze ervaringen in rekening brengt, zij het dan een niet al te wijde fractie van de wijde waaier aan ervaringen die wij hebben, en enige aandacht besteden aan de manier waarop fysische wetten geformuleerd worden.

In sectie 5.4 wil ik kort een voorbeeld geven van een succesvolle theorie over een domein van elementen die de vermetelheid hebben voortdurend te evolueren. Zelfs de meest elementaire predikaten waarmee de elementen van het domein gerepresenteerd worden, hebben geen vaste extensie, meer nog, de voorbeeld-theorie verklaart zelfs waarom deze predikaten geen vaste extensie kunnen hebben.

In sectie 5.5 tenslotte —en het is bijna een anticlimax na alle creativiteit die in secties 5.2, 5.3 en 5.4 belicht wordt— creëer ik een eenvoudige klassieke taal, die toelaat onze ervaringen vrij accuraat in beeld te brengen, en die ambivalente typeringen van onze ervaringen toelaat.

5.2 Rekenkunde

Calvin:	*You know, I don't think math is a science,* *I think it's a religion.*
Hobbes:	*A religion?*
Calvin:	*Yeah, all these equations are like miracles.* *You take two numbers and when you add them,* *they magically become one* ***new*** *number!* *No one can say how it happens.* *You either believe it or you don't.*[6]

Het is niet mijn bedoeling diep in te gaan op 'de wereld van de rekenkunde'. Ik wil slechts twee punten even onder de aandacht brengen. Het eerste is dat de predikaten van rang 1 die in de rekenkunde gebruikt worden, gedefinieerd worden op basis van predikaten van hogere rang. Dit wil zeggen dat 'een eigenschap van getal' in feite geen eigenschap van een getal-op-zich is, maar een eigenschap van een getal-dat-in-verhouding-staat-tot-andere-getallen. We werken met de notie "eigenschappen van getallen" omdat dit onze theorieën overzichtelijker maakt, maar dit betekent geenszins dat er in de wereld, in dit geval in de wereld van de getallen, 'dingen' bestaan die op hun eentje eigenschappen hebben. De dingen in de wereld worden gekenmerkt door de verhoudingen ten opzichte van elkaar.[7] Het tweede punt dat ik onder de aandacht wil brengen, is de creativiteit die aangewend wordt om de magische wereld van de rekenkunde uit te drukken in een predicatieve taal. Er wordt met name heel creatief omgesprongen met 'de identiteit'.

5.2.1 Een getal 'op zich' heeft geen eigenschappen

De predikaten van rang 1 die in de rekenkunde gebruikt worden, zijn gedefinieerde predikaten. Ze zijn afgeleid uit of bepaald op basis van predikaten van een hogere rang. Het predikaat "is oneven" kan bijvoorbeeld als volgt gedefinieerd worden:

$$\mathsf{ONEVEN}(\alpha) =_{\mathsf{df}} (\exists x)(\exists y)(\mathsf{SOM}(y, 1, \alpha) \& \mathsf{PRODUCT}(2, x, y))$$

We zeggen dat 37 een oneven getal is, maar dit betekent dat 37 de opvolger is van een getal dat een veelvoud van twee is. Deze 'eigenschap' van het getal 37 geeft in feite een verhouding weer tussen de getallen 1, 2, 18, 36 en 37.

[6] [Watterson:1992], p. 112. Beklemtoning door Calvin. In het laatste plaatje klapt Calvin zijn wiskundeboek dicht, met de woorden: *"As a math atheist I should be excused from this."*

[7] Dit sluit volledig aan bij het wereldbeeld dat in sectie 2.1 geschetst werd: de 'verschillende dingen' bestaan slechts bij de gratie van de dingen waarvan ze verschillen.

Zelfs de naam 37 —eigenlijk: de 37ste opvolger van 0— is niet iets wat zomaar aan een ding op zich toegekend wordt. Deze naam heeft maar betekenis voor zover de elementen van het domein van de rekenkunde op een rij gezet worden. Namen zijn dus geen individueel bezit, maar worden bepaald op basis van een toevallige constellatie. Deze constellatie is inderdaad toevallig, want niets verplicht ons ertoe de (platonische) verzameling getallen als domein te kiezen, of —als we er toch voor kiezen die verzameling te kiezen— om het Platonisch getal 37 daadwerkelijk te representeren als de 37ste opvolger van 0. We kunnen evengoed een oneindig aantal wasknijpers aan een oneindig lange waslijn hangen, en de eerste wasknijper representeren als 0, en de 38ste wasknijper representeren als de 37ste opvolger van 0.

5.2.2 Identiteit $\neq$ identiteit

Als we het beeld van die wasknijpers even vasthouden, dan komen we tot de bevinding dat de wereld van de rekenkunde inderdaad *magic* is.[8]. Als we (de representaties voor) de 18de en de 38ste wasknijper *bij elkaar optellen*, dan bekomen we (de representatie voor) de 55ste wasknijper. "$17 + 37 = 54$" zeggen we in doordeweekse taal.

Er is inderdaad iets merkwaardigs aan de hand, en dit heeft te maken met de rekenkundige functies. "Is de opvolger van" is een predikaat van rang twee. "x is de opvolger van y" kunnen we weergeven als "Sxy". De extensie van dit predikaat S is de verzameling koppels waarvan het eerste element in de rij waarvan ik in sectie 5.2.1 sprak, onmiddellijk na het tweede element komt. De manier waarop de opvolgersfunctie bepaald is, laat echter toe om uitdrukkingen als "x is de opvolger van y" zo te interpreteren dat "de opvolger van y" een nieuwe naam is voor x, en dit laat toe om —als we "de opvolger van y" schrijven als "$\mathsf{S}y$"— overal waar x stond $\mathsf{S}y$ te schrijven, en overal waar Sy stond nu x te schrijven. Specifieke instanties van predikaten van rang 2 worden dus geïnterpreteerd als formules van de vorm $\alpha = \beta$. Een analoog verhaal kunnen we doen over de optelling en de vermenigvuldiging. We schrijven niet meer $\mathsf{SOM}(17, 37, 54)$ maar $\mathsf{SOM}(17, 37) = 54$. Als we het teken = hierin identificeren met het teken = zoals dat in de klassieke logica gebruikt wordt, dan kunnen we besluiten dat alle (functie-)uitdrukkingen van de vorm $\mathsf{S}x$, $\mathsf{SOM}(x, y)$ en $\mathsf{PRODUCT}(x, y)$ in principe een rechtstreekse toekenning moeten krijgen, namelijk:

$\mathsf{v} : Sx \longrightarrow \mathcal{D}$
$\mathsf{v} : \mathsf{SOM}(\mathsf{x}, \mathsf{y}) \longrightarrow \mathcal{D}$
$\mathsf{v} : \mathsf{PRODUCT}(x, y) \longrightarrow \mathcal{D}$

De variabelen x en y in deze clausules kunnen ingevuld worden met 0, maar ook met $\mathsf{S}0$, $\mathsf{SS}0$, ..., $\mathsf{SOM}(0, 0)$, $\mathsf{SOM}(\mathsf{S}0, 0)$, ... We krijgen dus een recursief bepaalde toekenningsfunctie. Zonder deze rechtstreekse toekenning kunnen we geen "eliminatie van de identiteit" toepassen. Bijvoorbeeld. In de rekenkunde kunnen we uit $a + b{=}c$ en $d \times e{=}a$ besluiten dat $d \times e + b{=}c$. Als we dit vertalen aan de hand van predikaten van rang 3, krijgen we als premissen $\mathsf{SOM}(a, b, c)$ en $\mathsf{PRODUCT}(d, e, a)$. Er is in deze premissen

[8] Zie de woorden van Calvin, die hierboven geciteerd werden.

geen identiteit te bespeuren, en dus kunnen we uit deze premissen geen equivalent voor $d \times e + b{=}c$ afleiden.

Als we dit schrijven als functies van rang 2, dan krijgen we als premissen $\mathsf{SOM}(a,b){=}c$ en $\mathsf{PRODUCT}(d,e){=}a$. En dan kunnen we uit deze premissen besluiten tot $\mathsf{SOM}(\mathsf{PRODUCT}(d,e),b){=}c$. Maar dan moeten we *doen alsof* de identiteitstekens die gebruikt worden om functiewaarden uit te drukken gebruikt kunnen worden zoals het identiteitsteken dat gedefinieerd wordt in de semantiek van de klassieke logica. Dit "doen alsof" kan alleen verantwoord worden door de vermelde rechtstreekse toekenning.[9]

Bewijstheoretisch komt dit erop neer dat een axiomatische formulering van de rekenkunde in feite impliciet de volgende axioma's bevat:

$$(\forall x)(\forall y)(Sxy \supset A \equiv A(x/Sz))$$
$$(\forall x)(\forall y)(\forall z)(\mathsf{SOM}(y,z,x) \supset A \equiv A(x/y+z))$$
$$(\forall x)(\forall y)(\forall z)(\mathsf{PRODUCT}(y,z,x) \supset A \equiv A(x/y \times z))$$

en dat een formule als "$a \times (b+c)$ en $a \times b + a \times c$", waarin a, b en c variabelen zijn, in feite een korte versie is van:

$$(\forall x_1)(\forall x_2)(\forall x_3)(\forall x_4)(\forall x_5)(\forall x_6)(\forall x_7)((\mathsf{SOM}(x_1,x_2,x_3)\&\mathsf{PRODUCT}(x_3,x_4,x_5)) \supset$$
$$((\mathsf{PRODUCT}(x_1,x_4,x_6)\&\mathsf{PRODUCT}(x_2,x_4,x_7)) \equiv \mathsf{SOM}(x_6,x_7,x_5)))$$

De logheid van de predicatieve taal wordt dus, mits enkele creatieve ingrepen, weg gedefinieerd. Het resultaat is een vlotte taal, waarin equaties de basisvorm zijn.

5.3 Fysica

5.3.1 Inleiding

Rekening houdend met het feit dat de overgang van algebra en meetkunde naar fysica geleidelijk verloopt, ligt het voor de hand aan te nemen dat de wereld van de fysici bestaat uit algebraïsche en meetkundige grootheden. Een voor de hand liggende vraag is hoe deze wiskundige en meetkundige entiteiten van toepassing kunnen zijn op onze wereld.

In de wetenschapsfilosofie wordt het realisme-debat levendig gevoerd. In zijn artikel "Realism about what ?" gaat Roger Jones na hoe fysici zelf tegen de wereld aankijken.[10] De teneur van het artikel wordt weergegeven in de titel: als je als fysicus realist wil zijn, is het helemaal niet duidelijk waarover je realist zou kunnen zijn. Jones gebruikt illustraties uit het academisch onderwijs van de klassieke mechanica,[11] uit de verschillende interpretatieve tradities van de kwantummechanica, en uit de algemene relativiteitstheorie. Ik bespreek enkel het stuk over de klassieke mechanica, als aanloop naar het punt dat ik wil maken: de term "deeltjes" is overbodig in de fysica; een atomistisch wereldbeeld is niet nodig, en in eigenlijk ook niet wenselijk.

[9] Calvin heeft dus gelijk: het is *magic*.
[10] [Jones:1991]
[11] Jones is (of was althans in 1991) verbonden aan de universiteit van Kentucky.

De drie wetten van Newton worden eenvoudigweg voorgesteld als formele veralgemeningen van waarneembaar gedrag van deeltjes. “Deeltjes” worden geïntroduceerd als de eenheid van materie, *“a gritty bit whose size, shape, and internal structure are regarded as negligible”*.[12] Deeltjes hebben een positie op verschillende tijdstippen, en deze laten toe hun snelheid en versnelling te bepalen.[13] De eigenschappen massa en kracht worden in een eerstejaars cursus aanvankelijk operationeel geïntroduceerd. (Om de massa van een lichaam te kennen moet je hem vergelijken met een standaardmassa.[14] Kracht is het product van massa en versnelling.) Alhoewel de eigenschappen kracht en massa operationeel aangebracht worden, worden ze vrij vlug geïdentificeerd met het deeltje.[15] Tegen het einde van het eerste jaar wordt een nieuwe entiteit ingevoerd om gravitatie te beschrijven, namelijk een veld.[16] Newtons wetten kunnen ook op een derde, nog algemener, manier gedefinieerd worden, namelijk aan de hand van *“minimum principles”* (de aanpak van Lagrange en Hamilton).[17] Tenslotte kan de ruimte van de Newtoniaanse klassieke mechanica ook beschouwd worden als gebogen door de nabijheid van materie.[18]

De tweede, derde en vierde aanpak worden telkens voorgesteld als uitbreidingen en verbeteringen van de voorgaande aanpak, zonder te suggereren dat er een nieuwe fysica voorgesteld wordt. Bij de introductie van de uitgebreide aanpakken worden vooral de nieuwe wiskundige mogelijkheden beklemtoond, terwijl het nieuwe van de conceptuele aspecten eerder verdoezeld wordt.[19] In de eerste aanpak wordt de gravitatiekracht geassocieerd met momentane posities en massa’s van (twee) lichamen. In de tweede aanpak wordt gravitatie beschreven in zuivere plaatsbeschrijvende termen, aan de hand van het begrip “potentieel veld”. Dit veld wordt, in de vierde aanpak, geëlimineerd als de fysische ruimte, die tot dusver impliciet als Euclidisch werd beschouwd, verondersteld wordt gebogen te zijn in de nabijheid van massa; maar dan speelt de structuur van de ruimte zelf een rol. In de derde aanpak wordt de beweging van een lichaam bepaald door een eigenschap die enkel geassocieerd word met een pad tussen twee punten in de ruimte. Deze vier aanpakken *“save the same phenomena”*, maar maken gebruik van verschillende verklarende kaders, het is te zeggen, ze hebben andere ontologische aannames.[20]

5.3.2 Een atomistisch wereldbeeld ?

Deze sectie werd reeds aangekondigd in sectie 2.3.4, waarin ik het had over eventuele bezwaren die kunnen rijzen tegen een wereldbeeld dat gekenmerkt wordt door betrokkenheid. Het atomistisch wereldbeeld, waarin de wereld verschijnt als een geheel van op zich bestaande draaiende en botsende deeltjes, is een typisch voorbeeld van een wereldbeeld

[12] [Jones:1991], p. 187.
[13] [Jones:1991], p. 187.
[14] [Alonso/Finn:1], p. 78.
[15] “with particle-nature”, [Jones:1991], p. 187.
[16] “field in space, the gravitational potential”, [Jones:1991], p. 187.
[17] [Jones:1991], p. 188.
[18] Het verschil met de relativiteitstheorie is dat tijd een autonome parameter blijft; [Jones:1991], p. 188.
[19] [Jones:1991], pp. 188-189.
[20] [Jones:1991], p. 190.

dat niet gekenmerkt wordt door betrokkenheid.

In deze sectie wil ik aantonen dat we helemaal geen atomistisch wereldbeeld moeten aanhangen als we willen dat de fysica van toepassing is op onze wereld. We hoeven de begrippen “deeltjes” en “lichamen” die in de fysica gebruikt worden als niets anders dan instrumentele begrippen te beschouwen. We hoeven helemaal geen letterlijk realisme aan te hangen in verband met lichamen en deeltjes. Begrippen als “deeltjes” en “lichamen” en in het algemeen “fysische objecten” bevorderen de communicatie, en maken het voor ons gemakkelijker om ons iets voor te stellen bij de anders vrij abstracte fysische wetten.[21]

Als we de klassieke logica willen gebruiken als onderliggende logica voor een wetenschap, moeten we ons beperken tot predikaten waarvan we het gebruik precies kunnen bepalen. Dit kunnen we het best in verband met predikaten waarvan we het gebruik operationeel kunnen bepalen. Het gebruik van termen als “lichaam”, “deeltje” of “fysisch object” kunnen we niet operationeel vastleggen. Dus zelfs als deeltjes werkelijk zouden bestaan, komen er het best geen predikaten die deeltjes representeren voor in theorieën die maximale gemeenschappelijkheid betrachten. Merk op dat predikaten waarvan het gebruik operationeel bepaald is, per definitie óók uitdrukking geven aan onze ervaringen.

Als we het voor onze beeldvorming nodig hebben, of als de taal die we gebruiken ons ertoe verplicht deze predikaten toe te schrijven aan elementen van een verzameling, dan kiezen we die elementen het best zo dat ze compleet invariant zijn; meetkundige punten zijn de ideale kandidaten.

Van predikaten waarvan het gebruik operationeel bepaald wordt, kunnen we stellen dat ze toegeschreven worden aan ‘verschillende dingen’ (zie sectie 2.1). Het bestaan van deze ‘verschillende dingen’ leiden we natuurlijk af uit de waarneembare verschillen tussen deze ‘dingen’ en hun omgeving. De vraag is nu of er ook ‘dingen’ bestaan waarvan het individu-zijn niet volledig te herleiden is tot verschillen met hun tijd-ruimtelijke omgeving. Het water in een glas water kunnen we onderscheiden van zijn omgeving, maar als we datzelfde water zonder glas overbrengen in een groot vat water, zijn er geen verschillen meer tussen dat glas-water-zonder-glas en zijn omgeving. In het atomistisch wereldbeeld bestaat de wereld essentieel uit ‘dingen’ die nooit ofte nimmer opgaan in hun omgeving. Dit vloekt met het wereldbeeld dat ik in sectie 2.1 geschetst heb.

Samengevat: het feit dat de fysica gebruik maakt van operationeel bepaalde predikaten vooronderstelt het bestaan van onze ervaringen en de betrokkenheid van de fysische entiteiten op onze ervaringen. Desalniettemin staan we voor een soort dilemma: ofwel is de wereld van de fysica niet de wereld die geschetst wordt in sectie 2.1, ofwel komen er geen deeltjes of andere fysische objecten-op-zich voor in de wereld van de fysica.

Proef op de som: neem een klassieke uitgave over de natuurkunde ter hand, en zoek de fysische objecten. Ik heb *“Fundamentele natuurkunde”* van Alonso en Finn gekozen,

[21] Mijn bewering dat we niet moeten geloven in het bestaan van deeltjes om de fysica te betrekken op onze wereld, impliceert natuurlijk niet dat ik vind dat de structuur van onze wereld er helemaal niet toe doet. Het is belangrijk dat wij een standpunt innemen over hoe de wereld ineen zit, en dit vooral omdat ons beeld van hoe de wereld ineen zit, invloed heeft op ons zelfbeeld, wat op zijn beurt weer invloed heeft op de kwaliteit van ons leven. Mijns inziens komt de onderlinge betrokkenheid van de onderscheidbare onderdelen van onze werkelijkheid het best tot uiting als we de wereld zien als een geheel van krachten en bewegingen. Onze ervaringen maken deel uit van diezelfde wereld.

omdat dit werk de naam heeft van dicht aan te sluiten bij de wetenschapsfilosofische strekking van het realisme.

Op zoek naar fysische objecten in de fysica

> Wij zeggen dat een lichaam t.o.v. een ander lichaam in beweging is, als zijn plaats t.o.v. het tweede lichaam met de tijd verandert.[22]

Groot was mijn verrassing doen bleek dat reeds in de eerste zin van dit zesdelig werk over fundamen:tele natuurkunde (een vertaling van *Fundamental University Physics* van Alonso en Finn) de begrippen "lichaam" en "beweging" opduiken. Een definitie van het begrip "lichaam" ontbreekt echter, en in de tweede alinea van het werk, verdwijnt één van de lichamen uit de eerste definitie reeds.

> Om een wiskundige beschrijving van een beweging te kunnen geven vervangen wij het tweede lichaam door een coördinatenstelsel.[23]

Op de tweede bladzijde wordt een schets gemaakt om 'rechtlijnige beweging' voor te stellen. Op die schets komt niet eens een punt voor dat een lichaam voorstelt. De rechtlijnige beweging wordt voorgesteld door een recht lijnstuk. Het tweede lichaam is ook verdwenen.

De eerste formule in dit handboek is de definitie van gemiddelde snelheid. De gemiddelde snelheid (er wordt zelfs niet meer gezegd "de gemiddelde snelheid *van een lichaam*") is het quotiënt van het verschil in afstand ten opzichte van een vast punt (op dezelfde rechte lijn) en het tijdsverloop. Beweging wordt gedefinieerd aan de hand van verandering in ruimte en tijd, zonder een verwijzing naar een lichaam dat beweegt.

Na de verschillende formules voor 'snelheid' (met limieten en integralen) volgen formules voor 'versnelling'.[24] In deze formules wordt helemaal niet naar lichamen verwezen; beweging krijgt alle aandacht, en meer in het bijzonder beweging voor zover die te vatten is in meetbare grootheden, namelijk 'uurwerktijd' en afstand. Van de begrippen die in de eerste zin gebruikt worden, blijven dus alleen "beweging", "tijd" en "plaats" over.

> Het belangrijkste geval van een eenparige versnelde beweging is de vrije verticale beweging onder invloed van de zwaartekracht. ... De waarde van $-\mathbf{g}$ hangt af van de plaats op het aardoppervlak maar ligt in de buurt van $\mathbf{g} = 9,8 m/s^2$. Deze waarde is voor alle lichamen gelijk en kan, zolang wij ons niet te ver van het aardoppervlak verwijderen, als een constante beschouwd worden.[25]

---

[22] [Alonso/Finn:1], p. 11.

[23] [Alonso/Finn:1], p. 11.

[24] Versnelling wordt uitgedrukt in meter per vierkante seconde. Als je het mij vraagt, worden in onze betrouwbaarste kennis eigenaardige concepten gebruikt. Bij "meter" (afgelegde afstand) en "seconde" (bijvoorbeeld het tikken van een klok) kan ik mij iets voorstellen, maar bij "vierkante seconde" kan ik mij niets voor de geest halen. Dit is een eerste indicatie van het feit dat men in de fysica geen bezwaren heeft tegen het hanteren van entiteiten waaraan geen 'objectieve entiteit' beantwoordt. De vraag dringt zich op waarom we in verband met ene begrip als "lichaam" soms wel gedaan wordt alsof er een werkelijk bestaand object aan beantwoordt.

[25] [Alonso/Finn:1], pp. 17- 18.

Het begrip “zwaartekracht” wordt in dit citaat voor het eerst gebruikt. Blijkbaar is zwaartekracht heden te dage iets evidents voor fysici, terwijl hij pas in de zeventiende eeuw bedacht of ontdekt is. Het lijstje ontologische vooronderstellingen wordt dus: (1) verschillen in de ruimte, (2) tijdverschillen, (3) zwaartekracht. Er wordt weliswaar vermeld dat de waarde van $-\mathbf{g}$ voor alle lichamen gelijk is, maar deze opmerking dient alleen om in het vervolg geen rekening meer te moeten houden met lichamen. In een oefening, enkele bladzijden verder, wordt er toch weer een lichaam vermeld:

> Een schijf D met een straal van $0,1\,m$ draait vrij om zijn horizontale as. Een koord is om de omtrek van de schijf gewikkeld en een lichaam A, dat aan het koord bevestigd is, valt onder werking van de zwaartekracht. ...[26]

Als je dit leest, krijg je de indruk dat er toch fysische objecten zijn in de wereld van de fysici, maar in de oplossing van de oefening wordt met het lichaam A helemaal geen rekening gehouden. Er wordt alleen verondersteld dat A zich bij de aanvang in een bepaald punt bevindt.[27] De schijf is vervangen door een abstracte cirkel. Het koord komt niet meer voor. Het ziet er dus naar uit dat ‘objecten’ voor fysici niets anders zijn dan didactisch materiaal.

In hoofdstuk 2 *Relatieve beweging* wordt het begrip “waarnemer” ingevoerd, maar vrij vlug verdwijnt de waarnemer en is er alleen nog sprake van een referentiestelsel voor iedere waarnemer. Zo’n referentiestelsel bestaat uit coördinaatassen. Als wij willen abstractie maken van de individuele aspecten van de verschillende waarnemers, lijkt zo een coördinatenstelsel inderdaad ideaal te zijn. Edoch, het is niet omdat wij de feitelijke toestand vervangen door een ‘ideaalbeeld’ dat wij plots over ‘objectieve gegevens’ beschikken.

> *De versnelling is invariant bij overgang van een coördinatenstels naar een ander dat t.o.v. het eerste een eenparige translatiebeweging heeft.* Dit is de eerste keer dat wij zien dat een fysische grootheid invariant is bij een transformatie.[28]

Waarnemers worden herleid tot coördinatenstelsels, en fysische grootheden blijven invariant bij de overgang van het ene coördinatenstelsel naar het andere. Met andere woorden, het waarnemen wordt beperkt tot een randgeval van waarnemen, maar het wordt wel degelijk in rekening gebracht. De aspecten van de wereld die in aanmerking komen voor deze randgeval-waarnemingen zijn (tot nog toe) de ‘objectieve’ verschillen in tijd en ruimte en de ‘objectieve’ zwaartekracht.

Op bladzijde 66, onder de titel *Gevolgen van de lorentztransformatie*, is er plots sprake van “de lengte van een voorwerp” en “tijdvakken tussen gegeven voorvallen”. De termen “voorwerpen” en “voorvallen” komen uit de lucht gevallen, er wordt enkel gezegd dat een voorwerp twee eindpunten heeft en dat een voorval een gebeurtenis is in een punt van de ruimte op een tijdstip.

[26] [Alonso/Finn:1], p. 32.

[27] Ik probeer mij tevergeefs voor te stellen hoe een lichaam zich in een bepaald dimensieloos punt kan bevinden en toch een bepaalde snelheid heeft.

[28] [Alonso/Finn:1], p. 48; cursivering door Alonso en Finn.

> 1. *Lengtecontractie* (lengtekrimp). De lengte van een voorwerp kan gedefinieerd worden als de afstand tussen zijn twee eindpunten. Als het voorwerp echter t.o.v. de waarnemer beweegt, dan moeten de eindpunten gelijktijdig waargenomen worden. .../... Dus: *bewegende voorwerpen lijken korter.*
>
> 2. *Tijddilatatie* (tijdrek). Een tijdvak kan men definiëren als de tijd die verloopt tussen twee voorvallen. Een voorval is een bepaalde gebeurtenis die in een bepaald punt van de ruimte op een bepaald tijdstip plaatsvindt. .../... Dus: *processen duren langer als zij gebeuren in een lichaam dat t.o.v. de waarnemer beweegt, dan wanneer het lichaam in rust is t.o.v. de waarnemer.*[29]

Er wordt zomaar aangenomen dat de twee eindpunten van een voorwerp gelijktijdig waargenomen kunnen worden. Er wordt ook gesuggereerd dat een waarnemer (die dus terug opgedoken is na zijn kortstondige vervanging door coördinatenstelsels) en een voorwerp in rust kunnen zijn t.o.v. elkaar. Om twee punten waar te nemen, moet je je ogen bewegen, om twee punten gelijktijdig waar te nemen, moet je dus gebruik maken van bijvoorbeeld fotografische apparatuur. Wanneer je gebruik maakt van bijvoorbeeld twee fototoestellen die gelijktijdig ontspannen worden, moet je aannemen dat ze wel degelijk gelijktijdig ontspannen worden, en dan nog duurt de waarneming via de toestellen zo lang als hun sluitertijd. Een duizendste van een seconde is geen tijdstip maar een duur. Je kunt ook een meetapparaat vastmaken aan het ene eindpunt van een voorwerp; dan hoef je slechts één waarneming te doen om de lengte van een voorwerp te kennen, maar dan moet je aannemen dat deze ingreep geen invloed heeft op de lengte van het voorwerp. Als het gaat over een lichaam dat in beweging is t.o.v. de waarnemer, heb je hoe dan ook gespecialiseerde apparatuur nodig om de twee eindpunten gelijktijdig waar te nemen. Mijn grootste bezwaar tegen de aangehaalde veronderstelling is echter dat het eigenaardig is om van de lengte van een voorwerp te spreken, terwijl in alle formules die tot nog toe vermeld werden lichamen gereduceerd worden tot een punt.

En wat moeten we ons voorstellen bij een gebeurtenis die zich afspeelt in een punt in de ruimte op een tijdstip ? Wat op een tijdstip (een meetkundig punt in de tijd) gebeurt, staat stil, en is dus geen gebeurtenis. Stel dat we het over de volgende gebeurtenis hebben: 'Carl Lewis bereikte de eindstreep op 2 augustus 1996 op een tijdstip tussen 14 uur 23 min. 9 sec. en 875 duizendsten, en 14 uur 23 min. 9 sec. en 876 duizendsten (veel nauwkeuriger kunnen we een tijdstip niet aanduiden). Waar bevindt zich dan het wiskundig punt waarin deze gebeurtenis plaats vindt ? Maar laat ons aannemen dat we een tijdstip en een punt in de ruimte kunnen bepalen en dat we bepaalde waarnemingen gelijktijdig kunnen doen. Dan zitten we toch nog met de merkwaardige vaststelling dat noch "een voorwerp" noch "een gebeurtenis die zich voordoet in een bepaald punt van de ruimte op een bepaald tijdstip" hier gedefinieerd worden. Blijkbaar horen deze zaken tot het impliciet veronderstelde wereldbeeld. Wat er gezegd wordt over voorwerpen is enkel en alleen dat er een afstand is tussen de twee eindpunten. Wat er gezegd wordt over voorvallen is dat ze de grenzen van een tijdvak uitmaken. We moeten het dus stellen met de eenvoudige vaststelling dat voorwerpen onderscheidbaar zijn in de ruimte, en dat tijdvakken onderscheidbaar zijn in de tijd. We hoeven dus niets anders aan te nemen, op

[29] [Alonso/Finn:1], pp. 66-67; cursivering door Alonso en Finn.

ontologisch vlak, dan dat er onderscheidbare ‘eigenschappen’ zijn. Wat de achterliggende werkelijkheid van die ‘eigenschappen’ is, doet er helemaal niet toe. Bovendien stellen we vast dat de begrenzing van voorwerpen en tijdvakken bestaat uit abstracte, wiskundige punten. Er is dus geen reden aan te wijzen waarom een voorwerp werkelijk zou bestaan en een tijdvak slechts een abstractie is. Met de veronderstellingen die hier gemaakt werden, kunnen we alleen besluiten dat voorwerpen even abstract zijn als tijdvakken, en dat tijdvakken even werkelijk zijn als voorwerpen.[30]

Hoofdstuk 3 *Dynamica van een deeltje* vangt veel belovend aan voor wie geïnteresseerd is in het onderliggende wereldbeeld, en in het bijzonder voor wie betrokkenheid als een bijzonder kenmerk van onze wereld beschouwt. Die betrokkenheid wordt hier verwoord als “wisselwerking”, en de notie wisselwerking die we kennen uit onze dagelijkse ervaring wordt op geschikte wijze beschreven door het begrip *kracht*.

> Uit onze dagelijkse ervaring weten wij dat veranderingen in de beweging van een lichaam het directe gevolg zijn van de *wisselwerking* met andere lichamen in zijn omgeving. De baan van een projectiel is het gevolg van zijn wisselwerking met de aarde, de beweging van een elektron om een kern is het gevolg van de wisselwerking met de kern en met andere elektronen. Wisselwerkingen kunnen op geschikte wijze beschreven worden door het begrip *kracht*. De dynamica is in wezen het onderzoek van het verband tussen kracht en de verandering van de beweging van een lichaam.[31]

Wat de houding van de auteurs ten opzichte van lichamen betreft, is de trend onmiddellijk gezet: in de didactische voorstelling wordt de term “lichamen” gebruikt, maar wij zullen ons evenwel alleen bezighouden met beweging en krachten.

> Een *vrij* deeltje is een deeltje dat geen wisselwerking met zijn omgeving heeft.[32]

De eerste definitie is niet de definitie van een deeltje, maar van een eigenschap die aan deeltjes kan worden toegeschreven. Wie wil weten of “een deeltje” een puur instrumenteel begrip is, of dat een deeltje een reële entiteit is, wordt niet wijzer. Dat er in fysica met abstracties of idealisaties gewerkt wordt, is wel weer duidelijk. In verband met vrije deeltjes wordt immers vermeld dat de inertiaalstelsels die nodig zijn om vrije deeltjes te kunnen waarnemen, in werkelijkheid ten hoogste bij benadering voorkomen. Maar waar slaat de term “deeltje” dan op ? We kunnen even goed schrijven: “Een vrije god is een god die geen wisselwerking met zijn omgeving heeft. Een situatie waarin we een vrije god zouden kunnen waarnemen, doet zich in werkelijkheid ten hoogste bij benadering voor.” Hiermee wil ik zeggen dat de term “deeltje” eigenlijk irrelevant is, terwijl de term toch wel degelijk iets over de werkelijkheid suggereert. In de formules die zogezegd iets over deeltjes zeggen, komen echter geen deeltjes voor. Mijns inziens kunnen we dus beter zeggen: “Vrije beweging is beweging die geen wisselwerking met haar omgeving heeft.”

[30] Terloops: de hier vermelde bevindingen in verband met lengtecontractie en tijddilatatie roepen een ander beeld op dan dat meetresultaten uit de fysica absoluut zouden zijn. Alonso en Finn (eigenlijk Einstein en Lorentz) tonen hier aan dat zelfs eenvoudige meetresultaten als de lengte van voorwerpen en de duur van processen afhankelijk zijn van de relatieve beweging van waarnemer en het gemetene.

[31] [Alonso/Finn:1], p. 71; cursivering door Alonso en Finn.

[32] [Alonso/Finn:1], p. 71; cursivering door Alonso en Finn.

De wet van de traagheid wordt dan: "Vrije beweging is beweging met constante snelheid." Het is in ieder geval niet nodig te veronderstellen dat er deeltjes 'op zich' bestaan. Het enige wat we moeten aannemen om de dynamica op onze wereld te betrekken, is dat wij beweging kunnen vaststellen.

> De *massa* van een deeltje is een grootheid die karakteristiek is voor het gedrag van dat deeltje als het met andere deeltjes in wisselwerking treedt. .../... Wij zullen .../... voorlopig aannemen dat de massa van een deeltje onafhankelijk van zijn bewegingstoestand is. Wij komen hierop terug in hoofdstuk 7, waarin wij zullen zien dat deze onderstelling een goede benadering levert, zolang de snelheid van het deeltje klein t.o.v. de lichtsnelheid is.[33]

Hoewel er uitdrukkelijk gezegd wordt dat massa een grootheid is die karakteristiek is voor *het gedrag* van een deeltje, dat *in wisselwerking treedt* met andere deeltjes, deden de woorden "onafhankelijk van zijn bewegingstoestand" mij toch even denken dat er dan toch een eigenschap *van* een deeltje-op-zich verondersteld wordt in de fysica, namelijk zijn massa. Maar meteen blijkt dat deze onderstelling slechts een goede benadering oplevert als de snelheid (van de beweging) klein is. Bovendien blijkt dat de grootheid "massa" gebruikt wordt om "impuls" te definiëren, terwijl "impuls" gebruikt wordt om "kracht" te definiëren. De kracht die op een deeltje werkt, is het quotiënt van het verschil in impuls over het verschil in tijd.[34] Er wordt trouwens weer geen inhoudelijke aanduiding gegeven van wat de massa van een deeltje zou kunnen zijn. Er wordt alleen gezegd dat we de massa van een lichaam kunnen kennen door die massa te vergelijken met een lichaam met een standaardmassa. Om te weten wat massa is, moet je dus weten wat massa is; "massa" wordt operationeel bepaald; we kunnen massa niet beschouwen als een eigenschap van een 'deeltje-op-zich'. Ik zie geen reden waarom we "kracht" zouden definiëren op basis van "de massa van een deeltje", waarbij we zouden moeten aannemen dat deeltjes bestaan. We kunnen even goed kracht en beweging beschouwen als basiswerkelijkheden, die we in beeld brengen door de termen "massa" en "impuls van een deeltje" erop te projecteren. Dan moeten we nog steeds niets anders aannemen dan dat er verschillen in tijd en ruimte zijn, en dat er zich krachten voordoen. Alle definities en wetten in verband met kracht en impuls kunnen even goed afgeleid worden. "Kracht is gelijk aan massa maal versnelling als de massa constant is" is gelijkwaardig met "massa is gelijk aan kracht gedeeld door versnelling (als de kracht constant is, is de massa ook constant)". Het lijkt mij veel logischer, als je toch de zwaartekracht als evidentie aanneemt, om massa te definiëren aan de hand van de zwaartekracht, dan omgekeerd. In plaats van "$Z = mg$" kunnen we even goed stellen: "$m = Z/g$". Dan verschijnt "massa" niet als een eigenschap van een deeltje, maar als een functie van zwaartekracht en valversnelling. In het boek *Fundamentele natuurkunde* wordt trouwens onmiddellijk vastgesteld dat de definitie van kracht op basis van eigenschappen van lichamen, in alle gevallen moet gecorrigeerd worden.

Om een kracht didactisch voor te stellen, beschouwen wij lichamen waartussen de kracht zich voordoet.[35]

---

[33] [Alonso/Finn:1], p. 73; cursivering door Alonso en Finn.

[34] [Alonso/Finn:1], p. 78.

[35] Ter vergelijking: in de eerste aanpak van de klassieke mechanica, waarover Roger Jones het heeft in

> Wanneer twee lichamen met elkaar in contact zijn, bijvoorbeeld een boek dat op een tafel ligt, is er een weerstand die de relatieve beweging van de twee lichamen tegenwerkt. Stel bijvoorbeeld dat wij het boek een zekere snelheid geven; als wij het loslaten gaat het langzamer bewegen en komt tot stilstand. Dit impulsverlies is een aanwijzing voor een kracht die de beweging tegenwerkt; deze kracht wordt *glijdende wrijving* genoemd en is het gevolg van de wisselwerking tussen de moleculen van de twee lichamen. Het verschijnsel is nogal ingewikkeld en hangt van vele factoren af.[36]

Mijns inziens is het verschijnsel wrijvingsweerstand nogal ingewikkeld omdat de indeling van de betreffende werkelijkheid in twee afzonderlijke lichamen nogal kunstmatig is.[37] Juister zou zijn: "Twee onderscheidbare concentraties van krachten, die in elkaars nabijheid komen, vormen door de onderlinge aantrekkingskracht in feite één concentratie van krachten."

In hoofdstuk 4 *Arbeid en energie* wordt het begrip "deeltje" enkel nog als een tijdruimtelijke aanduiding gebruikt.

> In dit hoofdstuk zullen we voortgaan met de behandeling van de verschillende aspecten van de dynamica van een deeltje. Wij zullen in dit verband slechts één enkel deeltje beschouwen en zijn wisselwerking met de rest van het heelal reduceren tot een enkele term die wij *kracht* genoemd hebben.[38]

Een leek in de fysica, die niet weet wat een deeltje is, verwacht op zijn minst een definitie van 'een deeltje' vooraleer een heel hoofdstuk aan de dynamica van een deeltje gewijd wordt. Er is in het hoofdstuk trouwens geen enkele formule of schets te vinden waarin een deeltje gerepresenteerd wordt. Is het dan niet veel correcter om te spreken van een kracht die zich voordoet in de ruimte-tijd, of van een kracht die zich met een bepaalde snelheid of versnelling door de ruimte verplaatst, in plaats van te spreken van een kracht die zich voordoet als de wisselwerking tussen een deeltje en de rest van het heelal? Alle formules kunnen krek dezelfde blijven.[39] Arbeid blijkt trouwens een eigenschap van een kracht te zijn, en niet van een deeltje.

---

zijn [Jones:1991], (de aanpak die gebruikt wordt in het onderricht van eerstejaars studenten), wordt de gravitatiekracht als volgt beschreven: "Newton's law of universal gravitation is usually taken to describe the properties of a fundamental gravitation force which has about it a renowned kind of dual nonlocality: the gravitational force is associated with the instantaneous positions and masses of massive bodies in empty space which respond to this force instantaneously and, as they move about, instantaneously change it." (p. 189).

[36] [Alonso/Finn:1], p. 82.

[37] Als we de overgang tussen een fysisch object en zijn omgeving van naderbij bekijken, is het helemaal niet duidelijk waar het object ophoudt en waar de omgeving begint. De grens tussen onze kat en haar omgeving is bijvoorbeeld niet gemakkelijk te bepalen. Om maar iets te zeggen, als zij haar bek opentrekt lijkt haar omgeving wel tot in haar longen en in haar maag of nog verder te reiken. Als we een wolk willen afbakenen, wordt het nog moeilijker. Atoomgeleerden weten ons trouwens te vertellen dat de grens tussen onze ouwe vertrouwde, welomlijnde biljartballen en hun omgeving ook al niet zo duidelijk te trekken is. Al het niets waaruit zij bestaan, gelijkt verduiveld goed op het niets waaruit hun omgeving bestaat. Dit 'niets' hoeft niet werkelijk niets te zijn, wij nemen niets waar en dit dus vermoedelijk omdat we in dit 'niets' geen enkel onderscheid kunnen aanbrengen.

[38] [Alonso/Finn:1], p. 108.

[39] Terloops: door de reductie die hier gemaakt wordt, namelijk van de totale wisselwerking tussen een deeltje met de rest van het heelal tot één enkele kracht, wordt begrijpbaar waarom tijd in de fysica

> De arbeid die door de kracht F gedurende deze verplaatsing verricht wordt, .../... is gelijk aan het product van de verplaatsing en de component van de kracht in de richting van de verplaatsing.[40]

Vermogen is een functie van arbeid en tijd;[41] er is weer geen sprake van een deeltje. Bij het invoeren van de term "kinetische energie" wordt de term "deeltje" wel gebruikt.

> *De op een deeltje verrichte arbeid is gelijk aan de verandering van zijn kinetische energie.*[42]

Maar wederom blijkt dat "deeltje" hier slecht de functie van een aanduiding van een punt in de ruimte-tijd vervult. We moeten er ons geen fysisch object bij voorstellen dat op zich bestaat.

> Arbeid is .../... een *ruimte*-integraal en kan gemakkelijk berekend worden als men de kracht als functie van de plaats kent. Gewoonlijk kennen wij de kracht als functie van de plaats en daarom spelen de begrippen arbeid en energie zo'n belangrijke rol in de fysica.[43]

Wederom blijkt dat wij om de fysica te betrekken op onze wereld, niets anders moeten aannemen dan dat er zich krachten voordoen, en dat er verschillen in tijd en ruimte zijn. De enige wijziging in de formulering van fysische wetten, die deze aanname tot nog toe met zich meebrengt, is dat massa moet bepaald worden aan de hand van zwaartekracht in plaats van omgekeerd. Deze bedenkingen blijven van kracht wanneer de term "potentiële energie" ingevoerd wordt. De noot op het einde van dit hoofdstuk doet vermoeden dat er in de rest van het boek, geen fysische objecten meer opgevoerd zullen worden.

> De lezer dient zich te realiseren dat wij in de resterende hoofdstukken van dit boek de in de natuur waargenomen processen bijna uitsluitend met behulp van de begrippen impuls en energie zullen beschrijven.[44]

Inderdaad: een stelsel van deeltjes wordt herleid tot een massamiddelpunt (p. 143vv); er wordt zelfs een term "gereduceerde massa" ingevoerd (p. 151); eenvoudige atomen worden beschreven aan de hand van impulsmomenten (p. 152vv) of kinetische energie (p. 160vv) (waarom moeten we het bestaan van atomen vooronderstellen, als we alleen op de impulsmomenten en de kinetische energie letten ?); van complexe atomen en stelsels van veel deeltjes wordt slechts naar de arbeid (p. 178vv) en de temperatuur (p. 180vv) gekeken (waarom beschouwen we die atomen of stelsels dan niet gewoon als afleidingen van arbeid en temperatuur ?); een "vast lichaam" wordt bepaald als een lichaam waarin

---

niet irreversibel is. Het irreversibele wordt namelijk in deze reductie weggewerkt. We kunnen de totale wisselwerking herleiden tot één kracht (die dan omkeerbaar is), maar uit die ene kracht kunnen we niet de totale wisselwerking reconstrueren.

[40] [Alonso/Finn:1], p. 108-109.

[41] [Alonso/Finn:1], p. 113.

[42] [Alonso/Finn:1], p. 115; cursivering door Alonso en Finn.

[43] [Alonso/Finn:1], p. 115; cursivering door Alonso en Finn.

[44] [Alonso/Finn:1], p. 140.

de afstanden tussen alle deeltjes constant blijven als er een kracht wordt op uitgeoefend (p. 201) (maar wat een lichaam of een deeltje is wordt nergens vermeld, we moeten het stellen met afleidingen van krachten en plaatsaanduidingen).

In hoofdstuk 7 *Relativistische mechanica* wordt de enige eigenschap die eventueel zou kunnen doorgaan als een eigenschap van een deeltje —maar die dus evengoed kan gedefinieerd worden aan de hand van de zwaartekracht— zoals aangekondigd gerelativeerd.

> Wij hebben steeds aangenomen dat deze massa m een onveranderlijke grootheid is voor elk deeltje of stelsel. Zolang wij ons tot kleine snelheden beperken blijkt deze onderstelling juist te zijn, in overeenstemming met onze ervaring. Maar er bestaat een mogelijkheid dat bij het experimenteren met grote snelheden deze onderstelling niet meer correct zal blijken. Inderdaad vindt men afwijkingen als men de **beweging van** zeer energierijke deeltjes bestudeert, zoals elektronen in atomen, deeltjes in de kosmische straling of opgewekt met versnellers.[45]

Overigens is van fysische objecten geen sprake onder de titel *Relativistische mechanica*, behalve dan van weer dezelfde deeltjes en stelsels van deeltjes die eigenlijk niets anders dan plaatsaanduidingen van krachten zijn.

In hoofdstuk 8 wordt de term “trillingen” ingevoerd. Hier stellen wij voor het eerst vast dat eigenschappen niet meer beschouwd worden als eigenschappen fysische objecten. In de definities en formules in dit hoofdstuk zijn ‘de deeltjes’ eens te meer opvallend afwezig.

Samenvattend kunnen we stellen dat de begrippen “deeltje” en “lichaam” in dit deel 1 van *Fundamentele natuurkunde* opgevoerd worden als didactisch materiaal. De begrippen “deeltje” en “lichaam” maken het gemakkelijker om *beweging* en *kracht* in beeld te brengen, maar deze aanschouwelijke voorstelling zegt ons niets over hoe onze wereld ineen zit.

In deel 1 wordt impulsmoment geïntroduceerd als een eigenschap van een deeltje. In deel 3 blijkt dat we een impulsmoment evengoed kunnen introduceren als een eigenschap van een baan, zijnde waarneembare beweging. Het begrip “deeltje” is met andere woorden compleet overbodig. Als we “een deeltje” beschouwen als een puur instrumenteel begrip, gebruikt om vat te krijgen op de waarneming van een fysische gebeurtenis, krijgen we onder de titel *“Fotonen”* een hint over wat die gebeurtenis is.

> a. de verstrooiing van elektromagnetische straling door een vrij elektron kan worden beschouwd als een botsing tussen het elektron en een deeltje waarvan de rustmassa nul is;
> b. elektromagnetische straling speelt de rol van het deeltje met een rustmassa nul dat wij een foton noemen;
> c. energie en impuls van het foton staan in verband met de frequentie en de golflengte van de elektromagnetische straling.../...
> Wij kunnen dus zeggen, dat fotonen ‘quanta’ van elektromagnetische energie en

[45] [Alonso/Finn:1], p. 235, mijn vet. Ik zet “beweging van” in het vet om er de lezer attent op te maken dat het niet de zogezegde deeltjes zijn die bestudeerd worden, maar beweging.

> impuls zijn die door een geladen deeltje bij een enkelvoudig proces geabsorbeerd of uitgezonden worden. Ze zijn volledig bepaald door de frequentie van de straling. Fotonen kunnen worden geabsorbeerd of geëmitteerd bij de wisselwerking tussen elektromagnetische straling en geladen deeltjes; ze komen voor bij alle processen waarbij elektromagnetische straling met materie in wisselwerking treedt, niet alleen met vrije elektronen. Wij kunnen dus stellen:
>
> *als een elektromagnetische golf in wisselwerking treedt met een geladen deeltje, zijn de hoeveelheden energie en impuls die uitgewisseld kunnen worden gelijk aan die van een foton.*[46]

In plaats van elektromagnetische straling te beschouwen als iets dat de rol speelt van een deeltje met rustmassa nul, kunnen we beter een deeltje met rustmassa nul, namelijk een foton, beschouwen als een theoretische afleiding ten behoeve van onze beeldvorming over elektromagnetische straling. De eigenschappen elektromagnetische energie en impuls, die zelf respectievelijk afgeleid zijn van de kwantitatieve eigenschappen frequentie en golflengte, en die zich voortzetten op een baan, geven aanleiding tot de theoretische afleiding "deeltje met rustmassa nul ofte foton".[47]

We kunnen besluiten dat we op geen gegronde reden gestoten zijn om te beweren dat je moet een atomistische wereldbeeld hebben om de fysica op onze wereld te betrekken. Een ontologie waarin krachten en beweging de basisentiteiten uitmaken, blijkt meer voor de hand te liggen, en beter aan te sluiten bij een wereldbeeld dat gekenmerkt wordt door betrokkenheid.

Scheiding van subject en object ?

Als we ook nog de kwantummechanica naderbij bekijken, krijgen we niet alleen een bevestiging van de stelling dat de aanname van het bestaan van deeltjes problematisch is —het minste wat wij kunnen zeggen is dat het concept "kwantumdeeltje" niet beantwoordt aan het klassieke concept van "fysische objecten"— maar krijgen wij ook een bevestiging van de stelling dat de scheiding van subject en object onhoudbaar is. Observatie beïnvloedt de fenomenen, of met andere woorden, het object en het subject zijn onlosmakelijk met elkaar verbonden.

> First of all, the most interesting aspect is the idea of the uncertainty principle; making an observation affects the phenomenon. It has always been known that

[46] [Alonso/Finn:3], pp. 98-99; cursivering door Alonso en Finn.

[47] In ['T Hooft:1996], op pagina 38, lezen we: "[We zeggen] dat het foton een rustmassa nul heeft. Hiermee bedoelen we niet dat de werkelijke massa van het foton nul is, maar dat het foton nooit in rust kan verkeren." Beweging blijkt dus een basiskenmerk 'van een foton' te zijn. De 'deeltjes' die we fotonen noemen, blijken trouwens niets anders dan energie in beweging te zijn. "Wat Planck voorstelde was niets anders dan dat de straling in pakketjes van vaste grootte wordt afgegeven. De grootte van zo'n energiepakketje, of *kwantum*, is omgekeerd evenredig met de golflengte, ofwel evenredig met de frequentie van het uitgezonden licht. In formule: $E = h \times v$, waarin E de energie is, v de frequentie, en h de constante van Planck. .../... Het kwantum dat bij de lichtstralen hoort, vatten we nu op als één van de vele soorten elementaire deeltjes: het *foton*. Bij alle andere soorten deeltjes horen andere soorten golven of krachtvelden." ['T Hooft:1996], p. 21–22. Men spreekt niet eens van de energie 'van een kwantum'. Met de vermelde frequentie en constante zitten we trouwens heel ver verwijderd van een klassiek atomistisch wereldbeeld.

> making observations affects a phenomenon, but the point is that the effect cannot be disregarded or minimized or decresed arbitrarily by rearranging the apparatus.[48]

Zelfs als de werkelijkheid zou bestaan uit subjecten en objecten, moeten we aanvaarden dat het vergaren van kennis zelf invloed heeft op de eigenschappen van de objecten. Het waargenomene staat niet los van de waarnemer. De voorzichtigste conclusie die we kunnen trekken, is dat een ontologie waarin subject en object gescheiden zijn, niet houdbaar is als vooronderstelling voor onze kennis. Bovendien zijn er, behalve didactische overwegingen, geen redenen om aan te nemen dat de eigenschappen die in de fysica bestudeerd worden, eigenschappen *van objecten* zijn. “Objecten” hoeven inderdaad niets meer te zijn dan louter begrippen die de beeldvorming dienen, en waarmee we concentraties van krachten en bewegingen aanduiden. Concentraties van krachten en bewegingen zijn geen losstaande entiteiten, ze vormen een onlosmakelijk geheel met de rest van de objectieve werkelijkheid, waartoe ook die gebeurtenissen behoren die in het klassieke beeld disposities van subjecten genoemd worden, namelijk onze ervaringen. “Subjecten” hoeven ook niets meer te zijn dan begrippen, die de beeldvorming dienen en waarmee we concentraties van ervaringen aanduiden. De stelling die ik wil verdedigen is dat ervaringen van dezelfde orde zijn als de gebeurtenissen die in de fysica bestudeerd worden (zoals krachten en beweging)—zij vormen samen één geheel, waarin niets op zich bestaat. In plaats van een subject en een object af te scheiden van onze ervaringen, kunnen wij ons beter concentreren op de wisselwerking tussen ervaringen en die andere gebeurtenissen die het voorwerp van onze ervaringen kunnen zijn.

5.3.3 *“The adequate mode of statement”*

Waar Whitehead nog reageerde tegen filosofen die kritiek geven op Aristoteles’ notie van ‘substantie’ maar er ondertussen impliciet blijk van geven dat de subject-predikaatvorm van zinnen *“embodies the the finally adequate mode of statement about the actual world”*,[49] stellen we nu vast dat die *adequate mode* voor fysici blijkbaar equaties zijn, zoals “$\delta v = \delta t/\delta s$” en “$e = mc^2$”. Deze formules zijn vertaalbaar in de taal van de predikatenlogica; bijvoorbeeld:

$$(\forall x_1)(\forall x_2)(\forall x_3)((Tx_1 \& Sx_2 \& Vx_3) \supset Qx_1x_2x_3) \tag{5.1}$$

waarin Tx_1, Sx_2, Vx_3 en $Qx_1x_2x_3$ respectievelijk staan voor “het tijdsverloop bedraagt x_1 seconden”, “de afgelegde afstand bedraagt x_2 meter”, “de snelheid is x_3 meter per seconde” en “het quotiënt van x_1 en x_2 is x_3”. De elementen van het domein waaraan de individuele variabelen van de fysica worden toegekend zijn dus *getallen*. We kunnen

[48] [Feynman:1965], p. 2-8. Volgens Gerard ’T Hooft is dit verschijnsel niet zo eigenaardig: “Dat de toestand waarin een deeltje verkeert ‘verspringt’ doordat het waargenomen wordt, wordt wel eens voorgesteld alsof het een apart axioma van de kwantummechanica is. In werkelijkheid is dat ‘verspringen’ niets anders dan een sterk vereenvoudigde beschrijving van het ingewikkelde interactieproces dat bij de detectie plaatsvindt. ‘Detectie’ wil zeggen dat afhankelijk van een microscopisch verschijnsel een zeer groot aantal moleculen in de ‘detector’ (zoals in een wijzertje of in de chemische reacties in een fotografische film) in een andere toestand gaan zitten ([’T Hooft:1996], p. 23-24)

[49] Zie het citaat op pagina 12.

deze getallen natuurlijk ook koppelen aan lichamen, als we dat nodig hebben om ons een beeld te vormen:

$$(\forall x_1)(\forall x_2)(\forall x_3)(\forall y)((Ly \& Tyx_1 \& Syx_2 \& Vyx_3) \supset Qx_1x_2x_3) \tag{5.2}$$

waarin Ly, Tyx_1, Syx_2, Vyx_3 en $Qx_1x_2x_3$ respectievelijk staan voor "y is een lichaam", "het tijdsverloop van y is x_1", "de afgelegde afstand van y is x_2", "de snelheid van y is x_3" en "het quotiënt van x_1 en x_2 is x_3". Deze logge schrijfwijze komt het vlot maken van fysische berekeningen echter niet ten goede.

Ondertussen tonen de formules (5.1) en (5.2) ons wel dat de *'adequate mode'* om de wereld van de fysica te beschrijven, eigenlijk belichaamd wordt door (universeel gekwantificeerde) *conditionals*. *Als* er voldaan is aan de conditie, dan klopt de gelijkheid. Het zijn die voorwaarden die ervoor zorgen dat de fysica universele geldigheid kan claimen. Het zijn niet zozeer de equaties die universeel geldig zijn, als wel de voorwaardelijke uitspraken van de vorm (5.2).

Als we de idee "gemeenschappelijke kennis" ernstig nemen, dan kunnen we van een uitspraak $\forall U$, die aanvaard wordt binnen de gemeenschap Σ gedurende de periode Θ, een 'universeel geldige uitspraak' maken door te werken met formules van de volgende vorm:

$$\forall(C_{\langle\Sigma,\Theta\rangle} \supset U) \tag{5.3}$$

Hierin staat $C_{\langle\Sigma,\Theta\rangle}$ voor de voorwaarden die moeten voldaan zijn om U te aanvaarden, namelijk de omstandigheden waarin de leden van Σ tot de uitspraak U gekomen zijn.

5.4 Evolutietheorie

We kunnen 'de mens' (of de mensheid) beschouwen als een element van de verzameling van diersoorten. We kunnen de verzameling mensen beschouwen als een deelverzameling van de verzameling dieren. In beide gevallen moeten we echter vaststellen dat de extensie van de gebruikte term niet vastligt. Dit is het duidelijkst als we grens tussen de mens en de andere diersoorten, of de grens tussen de verzameling mensen en de verzamelingen andere dieren historisch proberen te trekken. Ouders van mensen zijn mensen, maar als we ver genoeg teruggaan in de tijd, komen we op voorouders terecht waarvan we niet meteen zouden zeggen dat het mensen zijn. Ik geef geen bespreking van Darwins evolutietheorie, maar ik wil wel mijn bewondering uitdrukken voor de moed waarmee Darwin is ingegaan tegen de opvatting dat "mens" een predikaat is met een duidelijke extensie.

5.5 Een klassiek domein van ervaringen.

De klassieke predicatieve logica is een instrument dat we naar eigen goeddunken kunnen gebruiken. Niets belet ons om in het domein, dat gebruikt wordt om de semantiek te bepalen, plaats te voorzien voor onze ervaringen. In deze sectie stel ik een eenvoudige woordenschat voor, die onder het klassiek taalschema valt, en die ons toelaat vrij precies onze ervaringen te representeren.

Kunnen we de taal van **CL** gebruiken als we onze ervaringen in beeld willen brengen? Zo ja, dan rijst de vraag of onze ervaringen 'individuen' (elementen van het domein) zijn, waaraan we individuele constanten of variabelen toekennen, of dat onze ervaringen van dien aard zijn dat ze gerepresenteerd moeten worden als propositionele constanten of als complexe formules. Als het mijn ervaring is dat het koud is, bedoel ik dan dat mijn ervaring een bepaalde eigenschap heeft? Of bedoel ik dat deze ervaring een feit is? Ik denk niet dat er één antwoord is op de vraag of een ervaring gerepresenteerd moet worden door middel van een individuele constante of door middel van een propositionele constante of een andere formule. Dit ambivalente ontologische karakter van ervaringen hangt mijns inziens samen met onze talige en metafysische gewoontes. Als deze gewoontes veranderen, kan de ambivalentie verdwijnen.

Taal en kennis staan niet los van de gemeenschap die ze gebruikt. Ik beschouw taal en kennis dan ook per definitie als gemeenschappelijk—gemeenschappelijke kennis is letterlijk: kennis die gedragen wordt door een gemeenschap. In kennis- en andere communicatie-aangelegenheden gebruik ik dan ook het liefst de term "communicatiepartners", want in iedere communicatie-situatie is het een contextuele zekerheid dat er communicatiepartners zijn die communiceren. Er zijn altijd communicatiepartners nodig opdat er van kennis sprake zou kunnen zijn. Neem er desnoods het randgeval bij waarin één individu communiceert met zichzelf, maar in elk geval heb je maar kennis als er sprake is van een groep van (één of meerdere) communicatiepartners.

Als wij tot gemeenschappelijke kennis willen komen, hebben wij een taal nodig die duidelijk genoeg is. Ik ga ervan uit dat mijn Nederlands geen Chinees is voor u. Ons dagdagelijks gebruik van het Nederlands is misschien te intuïtief of te individueel om met grote precisie over bepaalde aspecten van onze werkelijkheid te communiceren. Het kan dus vruchtbaar zijn om na te gaan of we ons communicatie-taal niet kunnen uitbreiden met een preciezere formele taal. Om het gebruik van de woordenschat van die formele taal vast te leggen, moet ik vanzelfsprekend gebruik maken van ons dagdagelijks Nederlands.

Communicatiepartners

Wij beschouwen elkaar als communicatiepartners. Zelfs al zouden de woorden "wij" en "communicatiepartners" slechts verwijzen naar imaginaire entiteiten, toch zijn het nuttige begrippen. Als wij niet werken met de notie "verschillende communicatiepartners" heeft het geen zin te streven naar duidelijkheid, eensgezindheid, of gemeenschappelijke kennis. "Σ" gebruik ik als een naam voor een gemeenschap, bijvoorbeeld als naam voor de gemeenschap van iedereen die met mij wil communiceren via deze tekst. Wanneer wij het hebben over een gemeenschap van communicatiepartners, is een hamvraag natuurlijk de vraag naar de extensie van Σ. Als de schrijver van deze tekst voorgesteld wordt door "σ_o", en als deze tekst behalve σ_o geen enkele lezer heeft, dan moet ik helaas stellen dat $\Sigma = \{\sigma_o\}$. Als u, die deze tekst leest, de enige lezer bent, en als wij u voorstellen door

σ_u, dan is $\Sigma = \{\sigma_o, \sigma_u\}$. Wij kunnen alvast daarmee beginnen.

Wij kunnen enerzijds in iedere communicatie-situatie een nieuwe verzameling communicatiepartners beschouwen, en telkens weer tot nieuwe, gemeenschappelijke kennis proberen te komen. Anderzijds kunnen wij ook streven naar kennis die in al onze communicatie-situaties als gemeenschappelijke kennis beschouwd wordt. De eerste benadering zouden wij contextueel kunnen noemen, en de tweede universeel. Mij lijkt het dat die kennis die wij "wetenschappelijk" noemen voor veel mensen in intentie tot de universele benadering behoort, terwijl de praktijk toch vaak blijk geeft van een contextuele benadering. Ik denk dat wij inderdaad 'praktisch moeten zijn' (en dus contextueel te werk gaan) en 'goede bedoelingen moeten hebben' (en dus open staan voor het verruimen van onze gemeenschap). Wij kunnen zelden of nooit wachten op de instemming van iedereen, en vanuit ons eigen perspectief kunnen wij moeilijk uitmaken —en zeker niet in het algemeen— met welke uitspraken 'in principe iedereen' het eens moet zijn. Toch kan een specifieke communicatie-gemeenschap de eigen eenzijdigheid maar overwinnen voor zover zij openstaat voor opvattingen van leden die niet tot de specifieke gemeenschap behoren.

Tijd

Ik gebruik de notie tijd in de eerste plaats om onze communicatie en onze beeldvorming te bevorderen, en laat de vraag naar de werkelijkheid van de tijd buiten beschouwing. Ik neem aan dat het kleinste element van de tijd ook nog een duur heeft. Dimensieloze punten, zoals die in de fysica gebruikt worden, zijn misschien wel nuttige instrumentele begrippen, maar als wij stukken van de werkelijkheid willen vatten, mogen wij het zo voorstellen dat alles een minimale duur heeft. Een (meetkundig) punt in de tijd is een abstractie, heeft geen duur en doet zich dan ook niet voor. Ook 'nu' heeft een duur. Wij kunnen de verzameling Θ^ω invoeren van de kortste periodes die wij in de gegeven omstandigheden willen beschouwen.

Definitie 13 $\Theta^\omega =_{\mathsf{df}}$ *een geordende verzameling van periodes, met een minimale duur, die afhankelijk is van de contextuele behoeften;* Θ^ω *heeft geen beginpunt en geen eindpunt.*

Werken met hele korte periodes in plaats van met dimensieloze tijdstippen, laat ons toe een bijectie B te beschouwen van Θ^ω op $\mathbb{Z}$, de verzameling van de gehele getallen, die de volgende eigenschap heeft. Laat $\theta, \theta' \in \Theta^\omega$; als θ in de tijd voor θ' komt, dan $B(\theta) < B(\theta')$, en omgekeerd. Met andere woorden: in Θ^ω kunnen wij de orde-relatie "$<^\omega$" bepalen, die structuurgelijk is met "$<$" in $\mathbb{Z}$. Een onmiddellijk gevolg hiervan is dat Θ een aftelbare, oneindige verzameling is. Omdat noch onszelf noch de gemeenschappen waartoe wij behoren een eeuwig leven beschoren is, hoeven wij zelden met een oneindige periode te werken. In wat volgt zullen wij de naam Θ gebruiken voor een eindige periode die al onze ervaringen omspant. Wij zullen ook kortere periodes beschouwen, namelijk deelverzamelingen van Θ, die 'geen gaten vertonen' en die een begin en einde hebben. Een laatste definitie in verband met tijd is de verzameling van eindige periodes.

Definitie 14 $[i, j] =_{\mathsf{df}} \{x \mid i, j \in \Theta, i \leq x \leq j\}$.

Definitie 15 $[\Theta] =_{\mathsf{df}} \{[i, j] \mid i, j \in \Theta\}$.

Representatie en typering van ervaringen

Als wij onze werkelijkheid willlen representeren, kunnen wij gebruik maken van het feit dat we elkaar als communicatiepartners kunnen aanduiden, en van een indeling van de voortschrijdende tijd. Dit levert een zeer bruikbaar alternatief voor de drie- en vierdimensionale ruimtes die wij van Descartes en Einstein geërfd hebben. Als wij ieder van ons als een communicatiepartner beschouwen en aan ieder van ons ervaringen toeschrijven, en als wij het eens geraken over een tijdsindeling, dan bereikt de uitdrukking "de ervaring die communicatiepartner σ tijdens de periode θ heeft" een eenduidigheid die weinig te wensen over laat—ook al zijn wij het niet eens over de werkelijkheid van communicatiepartners en van periodes.

Definitie 16 *Voor $\sigma \in \Sigma$, $\theta \in \Theta$: $E_\sigma^\theta =_{\mathsf{df}}$ de ervaring die σ heeft op θ.*

Een ervaring doet zich voor in de tijd en dit wordt weergegeven door θ. Ik beweer niet dat iedere ervaring precies de duur heeft van de tijdseenheid van Θ. Mijn enige bedoeling is een vrij precieze representatie van ervaringen te hebben. Als θ_j onmiddellijk komt na θ_i (als $B(\theta_j) = B(\theta_i) + 1$ dus), dan is het goed mogelijk dat $E_\sigma^{\theta_i}$ en $E_\sigma^{\theta_j}$ één en dezelfde ervaring zijn. Wij hebben ons nog niet uitgesproken over hoe lang een ervaring duurt. Wij gaan er gewoon van uit dat een ervaring een duur heeft, en als θ_i en θ_j zich beide voordoen tijdens die duur, dan representeren $E_\sigma^{\theta_i}$ en $E_\sigma^{\theta_j}$ dezelfde ervaring. Gebruik makend van onze gemeenschappelijke taal kunnen wij nu ook typeringen voor deze gerepresenteerde ervaringen invoeren.

Definitie 17 $\mathcal{T}_\Sigma =_{\mathsf{df}}$ *de verzameling van typeringen van ervaringen.*

Definitie 18 *Voor $\sigma \in \Sigma$, $\theta \in \Theta$, $T \in \mathcal{T}_\Sigma$: $E_\sigma^\theta : T =_{\mathsf{df}}$ de ervaring die σ heeft gedurende θ kan getypeerd worden met T.*

Als wij het ons zo voorstellen dat een ervaring een subject en een object heeft, en zich voordoet 'in de tijd', dan wordt de tijd gerepresenteerd door de θ in E_σ^θ, wordt het subject gerepresenteerd door de σ, en kan het object van de ervaring weergegeven worden met behulp van de typering T. Deze typering kan gewoonweg een adjectief zijn, of kan bestaan in een uitdrukking in de infinitiefvorm.[50] Dit sluit aan bij het ambiguë ontologische karakter van ervaringen: enerzijds kunnen wij ervaringen beschouwen als objecten, en anderzijds als gebeurtenissen of processen. Als ik ("o") bijvoorbeeld een boek ("B") aan het lezen ben ("Lx" = "het lezen van x"), en als dit een aangename ("A") ervaring is, dan kunnen we de ervaring in kwestie op twee manieren typeren, bijvoorbeeld: "$E_s^o : A$" en "$(\exists x)Bx \& E_s^o : Lx$".

Ik bespreek een heel eenvoudig voorbeeld. Bekijken wij even de uitspraak "er ligt een kat op de mat". Wij kunnen deze uitspraak beschouwen als een weergave van een

[50] Deze infinitief kan ook een of meerdere voorwerpen hebben.

'objectieve toestand'. Daarbuiten in de wereld vertoeven onderscheidbare entiteiten — verschillende dingen— waarvan één kan geclassificeerd worden als een kat en een ander aangeduid wordt als "de mat". Deze verschillende dingen bevinden zich in een specifieke constellatie: het verschillend ding dat "een kat" genoemd wordt, *ligt op* het verschillend ding dat "de mat" genoemd wordt.[51] Wij kunnen het ons zelfs zo voorstellen dat de kat ook op de mat ligt als er niemand is die er weet van heeft, of als er helemaal niemand is die weet kan hebben van iets. Als er niemand was die kent, was er echter ook geen uitspraak als "er ligt een kat op de mat". Het feit dat die uitspraak er is, betekent op zijn minst dat iemand die uitspraak gedaan heeft. Laat ons aannemen dat degene die deze woorden spreekt, effectief een kat op de mat ziet liggen. Aldus wordt de uitspraak "er ligt een kat op de mat" een gebalde weergave van "iemand ziet dat er een kat op de mat ligt". Of nog: "iemands ervaring kan getypeerd worden als het zien van een kat die op de mat ligt".

Ter herinnering: als we met een 'klassiek' domein werken in de klassieke logica, dan wordt "er ligt een kat op de mat" gewoonlijk als volgt klassiek geformaliseerd:[52]

$$(\exists x)(Kx \& Lxm) \tag{5.4}$$

Om tot een geschikte formalisering te komen voor de alternatieve interpretatie van deze uitspraak, representeer ik ervaringen met behulp van uitdrukkingen van de vorm "E^{θ}_{σ}". Wij bekomen dan een domein $\mathcal{D}$, waarvan de verzameling van de ervaringen van de leden van Σ gedurende Θ een deelverzameling is. De verschillende dingen, die wij waarnemen of die wij ons voorstellen, kunnen eventueel ook tot het domein van $\mathcal{D}$ behoren. Om de taal zo rijk mogelijk te maken, stel ik voor om met variabelen van de vorm E^x_y te werken. Dit laat ons toe om met 'half-variabelen' als E^{θ}_x en E^x_{σ} te werken. Om terug te komen op het voorbeeld "er ligt een kat op de mat": als wij de typering "$P(F)$" lezen als "het waarnemen dat F", dan bekomen wij de volgende formalisering:

$$(\exists E^x_y)(\exists z)E^x_y : P(Kz \& Lzm) \tag{5.5}$$

Wij zien meteen dat dit niet zomaar een ingreep is die de boel complexer maakt:

— Wij kunnen gerust de gebalde uitspraak "er ligt een kat op de mat" blijven gebruiken, en deze zien als een weergave van een ervaring in plaats van (louter) als een beschrijving van de werkelijkheid.

— De ontologische vooronderstellingen achter (5.5) zijn niet zo eenzijdig als de vooronderstellingen achter (5.4). Zij komen in ieder geval beter overeen met de schets van onze werkelijkheid die in sectie 2.1 gemaakt werd. (5.4) wekt de indruk dat de werkelijkheid louter uit individuele objecten (verschillende dingen) bestaat, die geclassificeerd kunnen worden, en waartussen wij relaties kunnen bepalen. De nieuwe vorm van formaliseren sluit perfect aan bij een werkelijheidsbeeld waarin alles op elkaar betrokken is. Met deze manier van formaliseren wordt het onmogelijk om dingen voor te stellen alsof zij op zichzelf zouden bestaan. Een uitspraak als "er bestaat een aap", die in de klassieke

[51] Of alternatief: we zien één verschillend 'ding' dat we verwoorden als: "er ligt een kat op de mat".

[52] "m" staat voor "de mat", "Kx" voor "x is een kat", en "Lxy" voor "x ligt op y".

manier geformaliseerd wordt als "$(\exists x)Ax$", wordt nu: "$(\exists^x_y)(\exists z)E^x_y : W(Az)$" waarin "$W(F)$" staat voor "het weet hebben van het feit dat F". Die aap wordt niet meer los gezien van de communicatiepartner die hem waarneemt of die zich deze aap voorstelt. Je kunt geen aap meer zijn als niemand je als aap bestempelt.

— Waar (5.4) de indruk wekt dat de objectieve werkelijkheid de ultieme scheidsrechter is wanneer moet uitgemaakt worden of een dergelijke uitspraak al dan niet opgenomen kan worden in ons gemeenschappelijk kennis-arsenaal, is het wat (5.5) betreft duidelijk dat deze 'objectieve werkelijkheid' *een* scheidsrechter *kan* zijn, voor zover die het voorwerp van de ervaringen van de leden van Σ wordt. Het is vooral de verstandhouding tussen de communicatiepartner die een kat op de mat gezien heeft, en de andere leden van Σ die bepalend is om "er ligt een kat op de mat" op te nemen in het gemeenschappelijk kennisbestand.

— Ook algemene regels, zoals "ervaringen die zich voordoen in omstandigheden T kunnen getypeerd worden als centrale, waardevolle ervaringen" kunnen wij 'nieuw' formaliseren:

$$(\forall E^x_y)(E^x_y : T \supset E^x_y : \mho) \tag{5.6}$$

— De nieuwe formele taal die ik hier voorstel,[53] legt ook de vinger op specifieke problemen in verband met algemene regels. Om van een of meerdere uitspraken als "$(\exists x)(E^i_s : O(Wx) \& E^j_s : B(Zx))$" ($s$ heeft op i een walvis onderzocht, en op j besloten dat het een zoogdier is) te komen tot een uitspraak als "walvissen zijn zoogdieren", is veel meer nodig dan alleen maar inductie. Er moet niet alleen veralgemeend worden van één walvis naar alle walvissen, maar ook van enkele ervaringen van individuen naar veel feitelijke en mogelijke ervaringen van alle leden van een specifieke gemeenschap. In hoofdstuk 11.4 pak ik dit probleem aan met behulp van een specifieke adaptieve logica. Als we ons beperken tot individuele ervaringen die kunnen getypeerd worden als het kennen van A, het weten dat A, het waarnemen of het zich voorstellen dat A, ... , waarin A een welgevormde zin is uit de klassieke logica, kunnen we gemakkelijk klassieke theorieën incorporeren in de nieuwe taal. Laat ons even aannemen dat wij dergelijke typeringen noteren als $\Xi(A)$. Waar men klassiek bijvoorbeeld schreef A en $A \supset B$, waaruit men vervolgens B kon afleiden, kunnen wij in de hier gepresenteerde taal schrijven $E^i_s : \Xi(A)$ en $E^j_{s'} : \Xi(A \supset B)$. Als wij ons in een context bevinden waarin wij alleen werken met typeringen van de vorm $\Xi(A)$, kunnen wij de schrijfwijze ook vereenvoudigen tot respectievelijk $A^{\langle s,i\rangle}$ en $A \supset B^{\langle s',j\rangle}$. Hoe en onder welke voorwaarden wij hieruit kunnen besluiten tot $B^{\langle \Sigma,\Theta\rangle}$, leest u in hoofdstuk 11.4.

— Ik geef ook nog een andere illustratie van de rijkdom van de nieuwe formele taal. Bekijk eens de uitspraak: "Jan is ziek (op θ)". Klassiek wordt dit "Zj". In de nieuwe manier van formaliseren, zijn er twee mogelijkheden, die relevant verschillend zijn, namelijk respectievelijk "$(\exists E^\theta_z)E^\theta_z : W(Zj)$", wanneer een willekeurige communicatiepartner de ervaring heeft dat Jan ziek is, en $E^\theta_j : Z'$, als Jan zelf de ervaring heeft ziek te zijn. Wij hebben dus respectievelijk te maken met een ervaring die wij kunnen

[53] Of beter gezegd: het nieuwe gebruik van het taalschema van de klassieke logica dat ik introduceer.

typeren als het waarnemen van of het simpelweg weet hebben van het feit dat Jan ziek is, en met een ervaring die wij kunnen typeren als een lichamelijke gewaarwording.

— Wij hoeven ons niet te beperken tot het typeren van een specifiek soort ervaringen, zoals 'observaties onder laboratorium-omstandigheden'. Wij kunnen het geheel van onze ervaringen ernstig nemen. Wij zijn vooral geïnteresseerd in die $T \in \mathcal{T}_\Sigma$ waarvoor uitspraken opgaan als (5.6) en:[54]

$$(\forall E_y^x)(E_y^x : T \supset {\sim} E_y^x : \mho) \tag{5.7}$$

Ik beëindig deze sectie met een illustratie van het feit dat deze 'nieuwe formele taal' onder het taalschema van de klassieke logica valt.

Een variabele als "E_y^x" kan geschreven worden als twee variabelen; een kwantor over "E_y^x" kunnen we schrijven als de combinatie van een kwantor over x en universele kwantor over y; een open formule als "$E_y^x : T$" kunnen we schrijven als "$(\Theta x \& \Sigma y) \& Txy$", waarin "$\Sigma x$" staat voor "$x$ is lid van Σ" (of voor "x is een communicatiepartner"), en "Θx" staat voor "x is een tijdstip". Een formule als (5.6) kunnen we schrijven als:

$$(\forall x)(\forall y)(((\Theta x \& \Sigma y) \& Txy) \supset \mho xy) \tag{5.8}$$

Voor een typering van een ervaring als "$(\exists x)E_s^i : W(Ax)$", krijgen we in de klassieke schrijfwijze:

$$(\exists x)((\Sigma s \& \Theta i) \& WAisx) \text{ of } (\exists x)WAisx \tag{5.9}$$

waarin "WA" functioneert als een predikaat van rang 3. 'Half-variabelen' als "E_x^i" en "E_s^x" kunnen wij ook gemakkelijk klassiek schrijven.

[54] "$E_y^x : \mho$" staat voor "een ervaring die getypeerd wordt als een centrale waardevolle ervaring".

Hoofdstuk 6

Paraconsistentie

6.1 Inleiding

De eerste keer dat ik Graham Priest zag —ik was toen nog student filosofie— had ik werkelijk het gevoel dat er een taboe doorbroken werd. Die man verdedigde de opvatting dat inconsistenties waar kunnen zijn; een goeie logica moet inconsistenties tolereren.[1] Nu ben ik haast even geschokt wanneer ik nog filosofen of logici ontmoet die nog niet van paraconsistente logica's gehoord hebben of die er niets van moeten weten. Als we gebruik maken van een logica om theorieën te construeren, en zolang we met theorieën werken die niet perfect zijn, ligt het in de lijn van de verwachtingen dat er inconsistenties zullen opduiken, en dan resulteert een niet-paraconsistente aanpak in trivialiteit. Paraconsistentie is echter niet alleen een middel om trivialiteit te vermijden, werken met paraconsistente logica's heeft ook 'positieve' voordelen. "Even without restoring inconsistency, an inconsistent system can still contain useful information," schrijft Magnani. "We may conclude by assering that contradiction, far from damaging a system, helps to indicate regions in which it can be changed (and improved)."[2]

Priest komt bij de motivering voor zijn *logic of paradox* steeds terug op de leugenaarszin en aanverwante paradoxen. In Priests publicatielijst vinden we veel filosofische beschouwingen omtrent deze paradoxen, maar hoe interessant ik deze beschouwingen ook vind, en hoe belangrijk dergelijke paradoxen ook geweest zijn voor de ontwikkeling van de wetenschapsfilosofie in de twintigste eeuw, toch vind ik in het bestaan van deze paradoxen niet het geschikte argument voor paraconsistentie. Deze paradoxen vertellen ons immers wel iets over het medium waarmee wij communiceren, maar staan ver van echte communicatie en van pogingen om tot gemeenschappelijke kennis te komen over specifieke aspecten van de waarneembare wereld.[3] Paraconsistente logica's zijn vooral nuttig omdat ze ons —in tegenstelling tot de klassieke logica— toelaten om theorieën die nog niet perfect zijn op een niet-triviale en coherente manier te formuleren. Inconsistentie leidt immers maar tot trivialiteit als we eisen dat de verzamelingen premissen waarmee

[1] Priest heeft het zelf over *de* universele logica. Zijn "*logic of paradox*" wordt voorgesteld in [Priest:1979].

[2] [Magnani:2001], p. 128.

[3] In de appendix over zelfverwijzing, kom ik nog even terug op deze paradoxen (zie hoofdstuk 13.)

we werken een consistent (klassiek) model hebben. Als deze eis als gevolg heeft dat er geen enkele dergelijke verzameling een consistent model heeft—en dat dus elke theorie triviaal wordt—kunnen we de zaak beter omdraaien: als een groep mensen zich uitslooft om een theorie te construeren, kunnen we van een goeie logica beter eisen dat ze zodanig geformuleerd is dat de aangebrachte verzameling gegevens of axioma's een model *moet* hebben. Dit is een typering die ik graag geef: een paraconsistente logica is een logica waarin elke verzameling welgevormde formules een model heeft, en die er aldus voor zorgt dat redeneren uit deze gegevens zinvol is.[4] Een goeie logica moet natuurlijk eisen opleggen aan haar modellen, want we willen ook niet belanden in een situatie waarin niets meer afleidbaar is uit een verzameling zinnige premissen.

Om de eis dat niet alles waar mag zijn te kunnen uitdrukken in de objecttaal, blijven we het best werken met de propositionele constante $\perp$, die gekenmerkt wordt door het feit dat ze niet afleidbaar mag zijn in een zinnige theorie.

6.2 CLuN

De eenvoudigste manier om tot een paraconsistente logica te komen is de consistentie-eis weglaten in de semantiek van de klassieke logica. We nemen $\mathbf{CL}^{+\perp}$,[5] en voegen de eis toe dat A waar is of $\sim A$ waar is. Met andere woorden, we eisen niet dat er van A en $\sim A$ tenminste één vals is. Aldus bekomen we de armste paraconsistente, negatie-volledige uitbreiding van $\mathbf{CL}^{+\perp}$, namelijk de logica **CLuN**. Ter informatie geef ik de semantiek en de bewijstheorie van **CLuN**:[6]

S0.1	$v : \mathcal{C} \cup \mathcal{V} \longrightarrow \mathcal{D}$
S0.2	$\mathsf{v} : \mathcal{P}^n \longrightarrow \mathbf{P}(\mathcal{D}^n)$.
S0.3	$\mathsf{v} : \mathcal{Z} \longrightarrow \{0,1\}$
S0.3′	$\mathsf{v}(\perp) = 0$
S0.4	$\mathsf{v} : \{\sim A \mid A \in \mathcal{F}\} \longrightarrow \{0,1\}$

Net zoals propositionele constanten kunnen formules van de vorm $\sim A$ een rechtstreekse toekenning krijgen. Naar deze rechtstreekse toekenning wordt wel eens verwezen met de naam *"skyhooks"*: als de rechtstreekse toekenning aan deze formules de waarde 1 geeft, dan is de valuatie van deze formules ook 1, en is ze dus niet meer afhankelijk van de waarde van de opbouwende onderdelen van deze formule; de waarheid van deze formules wordt als het ware 'vanuit de hemel op deze formules neergelaten'. Deze *skyhook*-toekenning wordt gebruikt om de valuatie van formules van de vorm $\sim A$ te bepalen (zie S1.5).

Een valuatiefunctie $\mathsf{v_M}$ bepaald door een model M, is een functie die voldoet aan de volgende voorwaarden:

[4] "Alle verzamelingen" is misschien wat te veel gezegd; een verzameling die zowel A als $A \supset \perp$ bevat hoeft niet per se een model te hebben.

[5] Zie sectie 4.1.5.

[6] De logica **CLuN** wordt gepresenteerd in [Batens:1998a], het 'oerartikel' over inconsistentie-adaptieve logica's, dat reeds lang voor 1998 ontworpen was, maar helaas gedurende lange jaren in de *print-pipeline* heeft vastgezeten.

S1.1	$\mathsf{v_M} : \mathcal{F} \longrightarrow \{0,1\}$
S1.2	voor $A \in \mathcal{Z}$, $\mathsf{v_M}(A) = v(A)$
S1.3	$\mathsf{v_M}(\pi\alpha_1...\alpha_n) = 1$ asa $\langle v(\alpha_1), ..., v(\alpha_n)\rangle \in v(\pi)$
S1.4	$\mathsf{v_M}(\alpha = \beta) = 1$ asa $v(\alpha) = v(\beta)$
S1.5	$\mathsf{v_M}(\sim A) = 1$ asa $\mathsf{v_M}(A) = 0$ of $\mathsf{v}(\sim A) = 1$
S1.6	$\mathsf{v_M}(A \supset B) = 1$ asa $\mathsf{v_M}(A) = 0$ of $\mathsf{v_M}(B) = 1$
S1.7	$\mathsf{v_M}(A\&B) = 1$ asa $\mathsf{v_M}(A) = 1$ en $\mathsf{v_M}(B) = 1$
S1.8	$\mathsf{v_M}(A \vee B) = 1$ asa $\mathsf{v_M}(A) = 1$ of $\mathsf{v_M}(B) = 1$
S1.9	$\mathsf{v_M}(A \equiv B) = 1$ asa $\mathsf{v_M}(A) = \mathsf{v_M}(B)$
S1.10	$\mathsf{v_M}((\forall\alpha)A)) = 1$ asa $\mathsf{v_M}(A(\beta/\alpha)) = 1$ voor alle $\beta \in \mathcal{C} \cup \mathcal{V}$
S1.11	$\mathsf{v_M}((\exists\alpha)A) = 1$ asa $\mathsf{v_M}(A(\beta/\alpha)) = 1$ voor een $\beta \in \mathcal{C} \cup \mathcal{V}$

Voor de bewijstheorie van **CLuN** nemen we $\mathbf{CL}^{+\perp}$ plus het axioma-schema:

AS∼ $(A \supset \sim A) \supset \sim A$.

Axioma-schema AS=2 (eliminatie van de identiteit) moet echter vervangen worden door:

AS=2 $\alpha = \beta \supset (A \supset B)$ waarin B bekomen wordt door α in A te vervangen door β, op voorwaarde dat α niet binnen het bereik van een negatie staat.

6.3 CLuNs

De logica **CLuN** is de armste negatie-volledige uitbreiding van $\mathbf{CL}^{+\perp}$ en is in vele gevallen te arm. Geen enkele klassieke afleidingsregel die gebruik maakt van de consistentie-eis is nog van toepassing. Wie er de voorkeur aan geeft monotoon te redeneren, is dan ook beter af met de paraconsistente logica **CLuNs**, de predicatieve uitbreiding van de logica $\mathbf{\Phi_v}$, ontwikkeld door Schütte.[7] Dit is namelijk de rijkste monotone paraconsistente logica tussen **CLuN** en **CL**. De bewijstheorie van **CLuNs** wordt bepaald door specifieke negatie-axioma's toe te voegen aan **CLuN**, met name:[8]

AS∼∼1	$\sim\sim A \supset A$
AS∼∼2	$A \supset \sim\sim A$
AS∼ ⊃1	$\sim(A \supset B) \supset (A\&\sim B)$
AS∼ ⊃2	$(A\&\sim B) \supset \sim(A \supset B)$
AS∼&1	$\sim(A\&B) \supset (\sim A \vee \sim B)$
AS∼&2	$(\sim A \vee \sim B) \supset \sim(A\&B)$
AS∼∨1	$\sim(A \vee B) \supset (\sim A\&\sim B)$
AS∼∨2	$(\sim A\&\sim B) \supset \sim(A \vee B)$

De aanpassingen in de semantiek zijn analoog.[9] De rechtstreekse toekenning van formules van de vorm $\sim A$ wordt beperkt tot primitieve formules ($\mathcal{F}^{\mathsf{p}}$).

[7] Zie [Schütte:1960].
[8] Ik verwijs naar [Batens/De Clercq].
[9] Er bestaat ook een drie-waardige semantiek voor **CLuNs**.

S0.4 $\mathsf{v} : \{\sim A \mid A \in \mathcal{F}^{\mathsf{p}}\} \longrightarrow \{0, 1\}$

C2.5a $\mathsf{v}_{\mathsf{M}}(\sim A) = 1$ asa $\mathsf{v}_{\mathsf{M}}(A) = 0$ of $\mathsf{v}(\sim A) = 1$, voor A primitief.
C2.5b $\mathsf{v}_{\mathsf{M}}(\sim A) = 1$ asa $\mathsf{v}_{\mathsf{M}}(A) = 0$, voor A niet primitief
C2.5c $\mathsf{v}_{\mathsf{M}}(\sim\sim A) = \mathsf{v}_{\mathsf{M}}(A)$
C2.5d $\mathsf{v}_{\mathsf{M}}(\sim(A \supset B)) = \mathsf{v}_{\mathsf{M}}(A\&\sim B)$
C2.5e $\mathsf{v}_{\mathsf{M}}(\sim(A\&B)) = \mathsf{v}_{\mathsf{M}}(\sim A \vee \sim B)$
C2.5f $\mathsf{v}_{\mathsf{M}}(\sim(A \vee B)) = \mathsf{v}_{\mathsf{M}}(\sim A\&\sim B)$

De inconsistentie-adaptieve logica's $\mathbf{ACLuN^r}$ en $\mathbf{ACLuN^m}$ 'bevinden zich ook tussen' **CLuN** en **CL**, het is te zeggen: de twee volgende beweringen gelden voor zowel $\mathbf{ACLuN^r}$ als $\mathbf{ACLuN^m}$:[10]

$$\text{Als } \Gamma \vdash_{\mathbf{CLuN}} A, \text{ dan } \Gamma \vdash_{\mathbf{ACLuN}} A \tag{6.1}$$

$$\text{Als } \Gamma \vdash_{\mathbf{ACLuN}} A, \text{ dan } \Gamma \vdash_{\mathbf{CL}} A \tag{6.2}$$

In tegenstelling tot **CLuN**, **CLuNs** en **CL** zijn dit echter geen monotone logica's. Ik verwijs naar hoofdstuk 7 voor een bespreking van adaptieve logica's, en naar sectie 7.4 voor deze inconsistentie-adaptieve logica's.

6.4 Een benadering van het standaardmodel vanuit een te rijke axiomatisering. §1

Laat ons de naam "standaardmodel" voorbehouden voor een model van een theorie die af is, een model van een perfecte theorie, een model van (de bestudeerde aspecten van) de wereld, bij wijze van spreken. Ik gebruik de naam $\mathsf{M}^\sharp$. Een theorie kunnen we beschouwen als een koppel $\langle\Gamma, \mathbf{L}\rangle$, en als we te maken hebben met een theorie die af is, dan kunnen we deze voorstelling van een theorie zien als een axiomatisering van het standaardmodel. Als $\langle\Gamma^1, \mathbf{L^1}\rangle$ en $\langle\Gamma^2, \mathbf{L^2}\rangle$ beide axiomatiseringen van het standaardmodel zijn, dan hebben we te maken met equivalente theorieën, en weten we dat $A \in \langle\Gamma^1, \mathbf{L^1}\rangle$ als en slechts als $A \in \langle\Gamma^2, \mathbf{L^2}\rangle$.[11] Onze theorieën kunnen we beschouwen als theorieën in wording, en dus zal het zelden gebeuren dat $\langle\Gamma, \mathbf{L}\rangle$ een volledige axiomatisering is van het standaardmodel; bepaalde formules die waar zullen of zouden zijn in het standaardmodel, zijn (nog) niet bewijsbaar aan de hand van de regels van $\mathbf{L}$ uit de leden van Γ.

Laat ons nu aannemen dat de taal van een perfecte theorie slechts één negatie bevat, en dat die negatie klassiek is. Als we er rekening mee houden dat onze theorieën $\langle\Gamma, \mathbf{L}\rangle$ allemaal theorieën in wording zijn, hebben we nu (tenminste) twee opties. De eerste optie is te kiezen voor klassieke logica en dan noodzakelijkerwijze op veilig spelen. Dit 'op veilig spelen' komt er op neer dat we steeds zorgen dat aan de volgende voorwaarde voldaan is:

$$\text{Als } A \in \langle\Gamma, \mathbf{CL}\rangle, \text{ dan } \mathsf{v}_{\mathsf{M}^\sharp}(A) = 1 \tag{6.3}$$

[10] In wat volgt gebruik ik de naam **ACLuN** om naar zowel $\mathbf{ACLuN^r}$ als $\mathbf{ACLuN^m}$ te verwijzen.
[11] Ter herinnering: $A \in \langle\Gamma, \mathbf{L}\rangle$ asa $\Gamma \vdash_{\mathbf{L}} A$.

Dit brengt met zich mee dat Γ geen tentatieve premissen mag bevatten, geen regels met uitzonderingen, geen uitspraken in een vage taal, ... Dit betekent dan ook dat we slechts over een gering aspect van het beoogde domein uitspraken kunnen doen. Theorieën die ons dagelijks leven betreffen, en die willen voldoen aan de voorwaarde (6.3), zullen ons dikwijls in de kou laten staan. We kunnen echter ons dagelijks leven niet uitstellen tot onze theorie $\langle\Gamma, \mathbf{CL}\rangle$ er ons wel iets over zegt, laat staan totdat we over een axiomatisering van $\mathsf{M}^\sharp$ beschikken. We kunnen beter tentatief te werk gaan en voorlopige beslissingen nemen dan helemaal niets doen. Dit brengt ons bij de tweede optie.

Waar de eerste optie een onder-determinatie van het standaardmodel of een arme benadering van de voltooide theorie kan genoemd worden, bestaat de tweede optie erin te werken met een benadering die (gedeeltelijk) te rijk is.[12] Dit komt erop neer dat we ook formules toelaten die vals kunnen zijn in het standaardmodel. Als we dit toelaten, is het heel waarschijnlijk dat $\langle\Gamma, \mathbf{L}\rangle$ inconsistent wordt, maar dit hoeft geen probleem te zijn als we een paraconsistente logica kiezen voor $\mathbf{L}$.

Op veilig spelen kunnen we altijd. In het slechtste geval werken met een theorie $\langle\emptyset, \mathbf{CL}\rangle$. Met een theorie werken waarin alle formules A afleidbaar zijn waarvoor $\mathsf{v}_{\mathsf{M}^\sharp}(A) = 1$, kunnen we ook altijd. We nemen aan dat een perfecte theorie geformuleerd is in de taal van $\mathbf{CL}$, en dat $\perp$ er niet in voorkomt. We nemen ook aan dat een perfecte theorie effectief *kan* genoteerd worden, en dus gebruik maakt van een eindig aantal lettertekens en een eindig aantal formules.[13] Stel dat $\mathcal{L}^\sharp$ het fragment van de taal is waarin de perfecte theorie geformuleerd wordt, en dat $\mathcal{W}^\sharp$ de verzameling is van alle welgevormde formules in die taal.[14] Vanzelfsprekend is $\langle\mathcal{W}^\sharp, \mathbf{CLuN}\rangle$ dan een theorie die voldoet aan de volgende 'conditie':

$$\text{Als } \mathsf{v}_{\mathsf{M}^\sharp}(A) = 1, \text{ dan } A \in \langle\mathcal{W}^\sharp, \mathbf{CLuN}\rangle \tag{6.4}$$

Aldus weten we dat de gezochte axiomatisering van het standaardmodel zich bevindt tussen $\langle\emptyset, \mathbf{CL}\rangle$ en $\langle\mathcal{W}^\sharp, \mathbf{CLuN}\rangle$. Nu kunnen we deze insluiting van het standaardmodel nauwer toetrekken. We herdopen eerst $\langle\emptyset, \mathbf{CL}\rangle$ tot $\langle\Gamma_0, \mathbf{CL}\rangle$, en $\langle\mathcal{W}^\sharp, \mathbf{CLuN}\rangle$ tot $\langle\Gamma_\infty, \mathbf{CLuN}\rangle$, en we plaatsen de leden van $\mathcal{W}^\sharp$ in een bepaalde volgorde $A_1, A_2, \ldots$. We onderzoeken vervolgens voor iedere formule A_n of ze al dan niet waargemaakt wordt in het standaardmodel. Er zijn telkens drie mogelijkheden.[15]

1. $\mathsf{v}_{\mathsf{M}^\sharp}(A_n) = 1$. Dan bepalen we $\langle\Gamma_n, \mathbf{CL}\rangle$ en $\langle\Gamma_{\infty-n}, \mathbf{CLuN}\rangle$ als volgt:
   - $\langle\Gamma_n, \mathbf{CL}\rangle = \langle\Gamma_{n-1} \cup \{A_n\}, \mathbf{CL}\rangle$
   - $\langle\Gamma_{\infty-n}, \mathbf{CLuN}\rangle = \langle\Gamma_{\infty-(n-1)} \setminus \mathsf{Cn}_{\mathbf{CL}}(\{A_n\}), \mathbf{CLuN}\rangle$
2. $\mathsf{v}_{\mathsf{M}^\sharp}(A_n) = 0$. Dan bepalen we $\langle\Gamma_n, \mathbf{CL}\rangle$ en $\langle\Gamma_{\infty-n}, \mathbf{CLuN}\rangle$ als volgt:

[12] Deze benadering blijft natuurlijk ook onder-determinerend zolang er uitspraken zijn die waargemaakt worden in $\mathsf{v}_{\mathsf{M}^\sharp}$ maar niet afleidbaar zijn in de theorie.

[13] Het is dan wel mogelijk dat er een oneindig aantal formules kan afgeleid worden in de theorie.

[14] $\mathcal{W}^\sharp$ bevat natuurlijk wel een oneindig aantal formules.

[15] $\mathsf{Cn}_{\mathbf{CL}}(\Delta) =_{\mathsf{df}} \{\Delta \mid A \vdash_{\mathbf{CL}} B\}$, de $\mathbf{CL}$-gevolgenverzameling van Δ.

- $\langle \Gamma_n, \mathbf{CL} \rangle = \langle \Gamma_{n-1} \cup \{\sim A_n\}, \mathbf{CL} \rangle$
- $\langle \Gamma_{\infty-n}, \mathbf{CLuN} \rangle = \langle \Gamma_{\infty-(n-1)} \setminus \mathsf{Cn}_{\mathbf{CL}}(\{\sim A_n\}), \mathbf{CLuN} \rangle$

3. We kunnen $\mathsf{v}_{\mathsf{M}}(A_n)$ niet bepalen. Dan bepalen we $\langle \Gamma_n, \mathbf{CL} \rangle$ en $\langle \Gamma_{\infty-n}, \mathbf{CLuN} \rangle$ als volgt:

   - $\langle \Gamma_n, \mathbf{CL} \rangle = \langle \Gamma_{n-1} \}, \mathbf{CL} \rangle$
   - $\langle \Gamma_{\infty-n}, \mathbf{CLuN} \rangle = \langle \Gamma_{\infty-(n-1)}, \mathbf{CLuN} \rangle$

Het spreekt voor zich dat we de volgorde van de leden van $\mathcal{W}^\sharp$ laten afhangen van het domein en de middelen die ter beschikking zijn. Als we van slechts een beperkt aantal formules de waarde in het standaardmodel kunnen bepalen, kunnen we ook overschakelen op een tweede aanpak. Op een bepaald moment beschikken we over een theorie $\langle \Gamma_n, \mathbf{CL} \rangle$ waarvan we voldoende zeker zijn dat ze consistent is. Van de formules waarvan we de waarde in het standaardmodel niet met voldoende zekerheid kunnen bepalen, zullen er ook een aantal zijn waarvan we toch goede redenen hebben om aan te nemen dat ze waar zijn. Deze goede redenen hangen natuurlijk ook af van het domein, en van de behoefte om een theorie te construeren die het hele domein omvat.[16] Laat ons de verzameling van deze formules de naam Γ^P geven. We kunnen dan de volgende goeie voorlopige theorie bepalen:[17]

$$\langle \langle \Gamma_n, \mathbf{CL} \rangle \cup \Gamma^P, \mathbf{CLuN} \rangle \tag{6.6}$$

Als we de verzameling $\Gamma_n \cup \Gamma^P$ beschouwen, weten we dat Γ_n een consistente kern is van deze verzameling. Tenzij $\Gamma^P = \emptyset$ kunnen we deze consistente kern uitbreiden met leden van Γ^P. Gewoonlijk kunnen we dat op verschillende manieren. Als bijvoorbeeld $B, \sim B \in \Gamma^P$, dan zijn zowel $\Gamma_n \cup \{B\}$ als $\Gamma_n \cup \{\sim B\}$ consistente kernen van $\Gamma_n \cup \Gamma^P$. Het is een idee van Nicolas Rescher om te werken met maximaal-consistente deelverzamelingen van verzamelingen die mogelijk inconsistent zijn, en te kijken naar de klassieke gevolgen van deze maximaal-consistente deelverzamelingen.[18] In veel gevallen is het bepalen van maximaal-consistente deelverzamelingen echter zelf een groot probleem. Dit probleem kunnen we echter met een gerust geweten links laten liggen, omdat we nu over adaptieve logica's beschikken, en in het bijzonder over inconsistentie-adaptieve logica's. Bij het gebruik van een inconsistentie-adaptieve logica hoeven we noch de maximaal consistente

[16] Ik verwijs al naar sectie 11.3.

[17] Voortbouwend op werk van Stanislaw Jaskowski, Joke Meheus en Marek Nasieniewski, (zie [Jaskowsi:1948], [Meheus:200x] en [Nasieniewski:200x]), en mits enige (over)simplificatie, kunnen we een interessant alternatief voor (6.6) formuleren. We bepalen de verzameling $\Gamma^J = \Gamma_n \cup \{\Diamond A \mid A \in \Gamma^P\}$, en we bepalen de afleidingsrelatie **JL** als volgt:

$$\Gamma_n \cup \Gamma^P \vdash_{\mathbf{JL}} A^o \text{ asa } \Gamma^J \vdash_{\mathbf{S5}} A \tag{6.5}$$

waarin A^o de formule is die we bekomen door in A alle modale logische constanten weg te laten. Dieper ingaan op de mogelijkheden van een modale aanpak, valt echter buiten het bestek van dit werk.

[18] Zie bijvoorbeeld [Manor/Rescher:1970].

deelverzamelingen noch de harde consistente kern van de verzameling premissen waarmee we willen werken, op voorhand te bepalen; het mechanisme van adaptieve logica's zorgt er zelf voor dat die verzameling zo consistent mogelijk geïnterpreteerd wordt. Om een verzameling Γ zo consistent mogelijk te interpreteren, wordt dan zelfs niet enkel gekeken naar de premissen, maar ook naar subformules van de premissen. Een eenvoudig voorbeeld. Als $\Gamma = \{r\&{\sim}p, q\&p\}$, dan heeft Γ geen consistente kern als we onze selecte enkel baseren op leden van Γ. Als we ons baseren op de consistentie van subformules, dan is $\{r, q\}$ een harde consistente kern van Γ en dan zijn zowel $\{r, q, p\}$ als $\{r, q, {\sim}p\}$ maximaal consistente kernen.[19]

6.5 Skyhooks in de objecttaal

In deze sectie doe ik een voorstel over hoe we de rechtstreekse valuatie van formules van de vorm ${\sim}A$, die gebruikt wordt in **CLuN** kunnen uitdrukken in de objecttaal.

Newton A.C. da Costa gebruikte de notatie A° als afkorting voor ${\sim}(A\&{\sim}A)$.[20] De bedoeling was in de objecttaal uit te drukken dat A zich consistent gedraagt. Door A° te definiëren als ${\sim}(A\&{\sim}A)$, kan echter niet uitgesloten worden dat ${\sim}(A\&{\sim}A)$ en $A\&{\sim}A$ beide waar zijn, want de ${\sim}$-negatie is een paraconsistente negatie, zodat "A gedraagt zich consistent" eigenlijk geen zuivere interpretatie van A° is. Om die zuivere interpretatie te kunnen maken zou A° moeten staan voor $\neg(A\&{\sim}A)$, waarin "$\neg$" de klassieke negatie is. Voortgaand op de resultaten van [Batens/De Clercq/Kurtonina:1999],[21] stel ik voor om $\delta_{\sim A}$ te gebruiken om de inconsistentie van A weer te geven in de objecttaal. We zouden $\delta_{\sim A}$ als volgt kunnen definiëren:

$$\delta_{\sim A} =_{\mathsf{df}} A\&{\sim}A \tag{6.7}$$

Ik stel echter voor om 'de logica te veranderen', en een semantische en bewijstheoretische bepaling te gebruiken. We bepalen de logica $\mathbf{CLuN}^\delta$ als een extensie van **CLuN**. We breiden de taal uit met formules van de vorm $\delta_{\sim A}$. Een tekenreeks van de vorm $\delta_{\sim A}$ beschouw ik als een formule die welgevormd is als er in A geen variabelen vrij voorkomen. Als bijvoorbeeld de variabelen α_1 en α_2 vrij voorkomen in A, dan zijn $(\exists\alpha_1)(\forall\alpha_2)\delta_{\sim A}$ en $(\exists\alpha_2)(\delta_{\sim A}(\beta/\alpha_1))$ wel welgevormde formules. In de rest van dit schrijven gebruik ik de notatie $\exists A$, zoals die gebruikt wordt in [Batens:1998a]. Tekenreeksen van deze vorm staan voor de existentiële kwantificering over de variabelen die vrij voorkomen in A. $\exists{\sim}(Pax \vee Qy)$ staat dus voor $(\exists x)(\exists y){\sim}(Pax \vee Qy)$. $\exists{\sim}p$ staat voor ${\sim}p$. "$\forall A$" wordt analoog bepaald. Waar bijvoorbeeld δ_{Px} geen welgevormde formule is, is $\exists\delta_{Px}$ dat wel.

[19] In [Batens:2003c] wordt het voorbeeld aangeven van Freges verzamelingenleer. De Rescher-Manor aanpak leidt er dan toe dat het abstractie-axioma simpelweg geschrapt wordt uit de theorie. Dit brengt met zich mee dat ook *alle* gevolgen van dit axioma uit de theorie verdwijnen.

[20] Zie [da Costa:1974].

[21] In dit artikel wordt de propositionele constante $p_{\sim A}$ gebruikt om het propositioneel gedeelte van **CLuN** te in te bedden in **CL**.

Om de taal niet onnodig complex te maken, mogen tekenreeksen $\sim\delta_{\sim A}$ of $\delta_{\sim\delta_{\sim A}}$ niet voorkomen in welgevormde formules.[22]

Nu ga ik over tot de semantische bepaling van $\mathbf{CLuN}^{\delta}$. Deze is heel eenvoudig te bekomen door de semantiek van **CLuN** uit te breiden met:

S1.12 $\quad \mathsf{v_M}(\delta_{\sim A}) = 1$ asa $\mathsf{v}(\sim A) = 1$

Rekening houdend met de clausule S0.4, die de toekenning van formules van de vorm $\sim A$ vastlegt, en de clausule S1.5, waarin de valuatie van $\sim A$ bepaald wordt, namelijk

S0.4 $\quad \mathsf{v} : \{\sim A \mid A \in \mathcal{F}\} \longrightarrow \{0, 1\}$
S1.5 $\quad \mathsf{v_M}(\sim A) = 1$ asa $\mathsf{v_M}(A) = 0$ of $\mathsf{v}(\sim A) = 1$

weten we dan dat:

$$\text{Als } \mathsf{v_M}(\sim A) = 1 \text{ dan } \mathsf{v_M}(\delta_{\sim A}) = 1 \text{ of } \mathsf{v_M}(A) = 0 \tag{6.8}$$

$$\text{Als } \mathsf{v_M}(\sim A) = 0 \text{ dan } \mathsf{v_M}(\delta_{\sim A}) = 0 \text{ en } \mathsf{v_M}(A) = 1 \tag{6.9}$$

$$\text{Als } \mathsf{v_M}(\delta_{\sim A}) = 1, \text{ dan } \mathsf{v_M}(\sim A) = 1 \tag{6.10}$$

$$\text{Als } \mathsf{v_M}(\delta_{\sim A}) = 0, \text{ dan } \mathsf{v_M}(\sim A) \neq \mathsf{v_M}(A) \tag{6.11}$$

$(*)$ Als $\mathsf{v_M}((\exists\alpha)\sim A) = 1$, dan is $\mathsf{v_M}(\sim A(\beta/\alpha)) = 1$ voor een $\beta \in \mathcal{C} \cup \mathcal{V}$ (wegens S1.11), en dan is $\mathsf{v_M}(A(\beta/\alpha)) = 0$ of $\mathsf{v}(\sim A(\beta/\alpha)) = 1$ voor een $\beta \in \mathcal{C} \cup \mathcal{V}$ (wegens S1.5).

Als $\mathsf{v}(\sim A(\beta/\alpha)) = 1$, dan $\mathsf{v_M}((\delta_{\sim A(\beta/\alpha)}) = 1$ (wegens S1.12), en dus ook $\mathsf{v_M}(\exists\delta_{\sim A}) = 1$ (wegens S1.11). Als $\mathsf{v_M}(A(\beta/\alpha)) = 0$ voor een $\beta \in \mathcal{C} \cup \mathcal{V}$, dan $\mathsf{v_M}((\forall\alpha)A) = 0$ voor een $\beta \in \mathcal{C} \cup \mathcal{V}$ (wegens S1.10), en dus $\mathsf{v_M}((\forall\alpha)A) = 0$.

Samenvattend: Als $\mathsf{v_M}((\exists\alpha)\sim A) = 1$, dan $\mathsf{v_M}((\forall\alpha)A) = 0$ of $\mathsf{v_M}(\exists\delta_{\sim A}) = 1$. ($\delta 1$)

$(*)$ Als $\mathsf{v_M}(\exists\delta_{\sim A}) = 1$, dan $\mathsf{v_M}(\delta_{\sim A(\beta/\alpha}) = 1$ voor een $\beta \in \mathcal{C} \cup \mathcal{V}$ (wegens S1.11), en dan $\mathsf{v}(\sim A(\beta/\alpha) = 1$ voor een $\beta \in \mathcal{C} \cup \mathcal{V}$ (wegens S1.12), en dan $\mathsf{v_M}(\sim A(\beta/\alpha) = 1$ voor een $\beta \in \mathcal{C} \cup \mathcal{V}$ (wegens S1.5), en dus $\mathsf{v_M}((\exists\alpha)\sim A) = 1$ (wegens S1.11). ($\delta 2$)

Natuurlijk is het ook het geval dat $\mathsf{v_M}(\exists\delta_{\sim Px}) = 1$ als $\mathsf{v_M}(\delta_{\sim Pa}) = 1$, ook als $\mathsf{v_M}(\delta_{\sim Px}) = 0$.[23]

Bewijstheoretisch wordt $\mathbf{CLuN}^{\delta}$ bepaald door de bewijstheorie van **CLuN** uit te breiden met:

ASδ1 $\quad \delta_{\sim A} \supset \sim A$
ASδ2 $\quad \sim A \supset (A \supset \delta_{\sim A})$

[22] De bewijstheorie en de semantiek dragen er ook zorg voor dat er geen dergelijke formules afgeleid kunnen worden.

[23] Net zoals $\mathsf{v_M}((\exists x)Px) = 1$ als $\mathsf{v_M}(\sim Pa) = 1$, ook als $\mathsf{v_M}(Px) = 0$.

De verhouding tussen de paraconsistente en de klassieke negatie kunnen we nu typeren aan de hand van de volgende (afleidbare) afleidingsregels:

$$\sim A \ / \ \neg A \vee \delta_{\sim A} \tag{6.12}$$

$$\neg A / \sim A \tag{6.13}$$

De conclusie van (6.12) is te lezen als "$\sim A$ gedraagt zich klassiek, of $\sim A$ gedraagt zich abnormaal".

Het invoeren van formules van de vorm $\delta_{\sim A}$ beantwoordt alleszins aan de vuistregel om de semantiek binnen te brengen in de objecttaal.[24] $\delta_{\sim A}$ is immers niet anders dan de uitdrukking in de objecttaal van het feit dat $\sim A$ een rechtstreekse valuatie krijgt. Deze uitbreiding van de objecttaal zal handig van pas komen om Socratische bewijzen voor **CLuN** te maken,[25] die op hun beurt nuttig zijn om de minimaal-inconsistente modellen van een inconsistente verzameling te berekenen.[26]

6.6 Socratische bewijzen

Het uitdrukken van de semantische *skyhooks* in de objecttaal laat ons nu toe om vrij gemakkelijk de Socratische bewijzen voor **CL** om te vormen tot Socratische bewijzen voor **CLuN**. Het systeem dat ik hier voorstel heet **SCLuN$^{\mathbf{o}}$**. Ten opzichte van **SCL** moeten we de volgende aanpassingen doorvoeren.

(1) Alle $\sim$-negaties in de bepaling van **SCL$^{\mathbf{o}}$** worden vervangen door de gedefinieerde klassieke negatie $\neg$, zowel in de inferentie-regels als in de bepaling van SAL1, SAL2 en SAL3. Het is overduidelijk dat we in de semantiek van **CLuN** de volgende clausule kunnen bewijzen:

S$\neg$: $\mathsf{v_M}(\neg A) = 1$ asa $\mathsf{v_M}(A) = 0$

(2) De bepaling van $\neg$LL, $\neg$LR, $\neg$RL en $\neg$RR krijgen dezelfde voorwaarde die ook opgelegd wordt aan AS=2, namelijk: de vervanging van identieke constanten mag enkel gebeuren als de te vervangen constante niet binnen het bereik van een $\sim$-negatie staat.

(3) Ook de bepaling van $*A$ (het complement van A) moet aangepast worden. Als A van de vorm $\neg B$ is, dan staat $*A$ voor B; in alle andere gevallen staat $*A$ voor $\neg A$. $*\sim A$ staat dus voor $\neg\sim A$.

(4) We moeten de eliminatie-regels bepalen voor formules van de vorm $\sim A$ en $\neg\sim A$.

Ziehier de resultaten. De regel voor de eliminatie van de formules van de vorm $\sim A$ en $\neg\sim A$ vermeld ik apart onderaan.

- Lijnen die een Socratisch axioma representeren zijn van een van de volgende vormen:

[24] Zie pagina 70.
[25] Zie sectie 6.6.
[26] Zie sectie 7.4.1.

SAL1	(i)	A, Φ	(regel)	A, Δ
SAL2	(j)	A, $\neg A$, Φ	(regel)	Δ
SAL3	(k)	Φ	(regel)	A, $\neg A$, Δ

(a) De structurele regels.

GOAL:

(0)	—	GOAL	G

PREM: Waar $(i.j_1), \ldots, (i.j_n)$ de nummers zijn van de nog niet afgevlagde of afgeblokte lijnen, waarvan de reeksen formules $\Phi_1, \ldots, \Phi_n$ en $\Delta_1 \ldots, \Delta_n$ de respectievelijke tweede en laatste elementen zijn, en waar $A_j \in \Gamma$ de eerste nog niet gebruikte premisse is, mag je de volgende lijnen toevoegen aan een bewijs:

$(i+1.j_1)$	A_i, Φ_1	PREM	Δ_1
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$(i+1.j_n)$	A_i, Φ_n	PREM	Δ_n

(b) Inferentie-schema's voor regels die formules in het tweede element van een lijn analyseren (de **L**-regels).

$\supset$L:	(i)	$A \supset B$, Φ	(regel)	Δ
	$(i.1)$	$*A$, Φ	$\supset$L	Δ
	$(i.2)$	B, Φ	$\supset$L	Δ
$\vee$L:	(i)	$A \vee B$, Φ	(regel)	Δ
	$(i.1)$	A, Φ	$\vee$L	Δ
	$(i.2)$	B, Φ	$\vee$L	Δ
&L	(i)	$A \& B$, Φ	(regel)	Δ
	(i^{+1})	A, B, Φ	&L	Δ
$\equiv$L	(i)	$A \equiv B$, Φ	(regel)	Δ
	$(i.1)$	A, B, Φ	$\equiv$L	Δ
	$(i.2)$	$*A$, $*B$, Φ	$\equiv$L	Δ
$\neg\neg$L	(i)	$\neg\neg A$, Φ	(regel)	Δ
	(i^{+1})	A, Φ	i; $\neg\neg$L	Δ
$\neg\supset$L	(i)	$\neg(A \supset B)$, Φ	(regel)	Δ
	(i^{+1})	A, $*B$, Φ	$\neg\supset$L	Δ
$\neg\vee$L	(i)	$\neg(A \vee B)$, Φ	(regel)	Δ
	(i^{+1})	$*A$, $*B$, Φ	i; $\neg\vee$L	Δ
$\neg$&L	(i)	$\neg(A \& B)$, Φ	(regel)	Δ
	$(i.1)$	$*A$, Φ	$\neg$&L	Δ
	$(i.2)$	$*B$, Φ	$\neg$&L	Δ

$\neg{\equiv}$L	(i)	$\neg(A \equiv B)$, Φ	(regel)	Δ
	$(i.1)$	A, $*B$, Φ	$\neg{\equiv}$L	Δ
	$(i.2)$	$*A$, B, Φ	$\neg{\equiv}$L	Δ

$\forall$L	(i)	$(\forall\alpha)A_{\{\beta_1...\beta_n\}}$, Φ	(regel)	Δ
	(i^{+1})	$A(\beta/\alpha)$, $(\forall\alpha)A_{\{\beta\beta_1...\beta_n\}}$, Φ	$\forall$L	Δ

waarin β een constante is die reeds voorkomt in lijn (i), maar niet in $\{\beta_1...\beta_n\}$, of, wanneer er geen enkele constante voorkomt in lijn (i) nadat alle leden van Γ ingevoerd zijn, dan $\beta = a$.

$\exists$L	(i)	$(\exists\alpha)A$, Φ	(regel)	Δ
	(i^{+1})	$A(\psi /\!\!/ \alpha)$, Φ	$\exists$L	Δ

$\neg\forall$L	(i)	$\neg(\forall\alpha)A$, Φ	(regel)	Δ
	(i^{+1})	$\neg A(\psi /\!\!/ \alpha)$, Φ	$\neg\forall$L	Δ

$\neg\exists$L	(i)	$\neg(\exists\alpha)A$, Φ	(regel)	Δ
	(i^{+1})	$\neg A(\beta/\alpha)$, $*(\exists\alpha)A_{\{\beta\beta_1...\beta_n\}}$, Φ	$\neg\exists$L	Δ

waarin β een constante is die reeds voorkomt in lijn (i), maar niet in $\{\beta_1...\beta_n\}$, of, wanneer er geen enkele constante voorkomt in lijn (i) nadat alle leden van Γ ingevoerd zijn, dan $\beta = a$.

$\neg{=}$L	(i)	$\neg\beta = \beta$, Φ	(regel)	Δ
	(i^{+1})	$\beta = \beta$, $\neg\beta = \beta$, Φ	$\neg{=}$L	Δ

(c) Inferentie-schema's voor regels die formules in het laatste element van een lijn analyseren (de **R**-regels):

$\supset$R	(i)	Φ	(regel)	$A \supset B$, Δ
	(i^{+1})	Φ	$\supset$R	$*A$, B, Δ

$\vee$R	(i)	Φ	(regel)	$A \vee B$, Δ
	(i^{+1})	Φ	$\vee$R	A, B, Δ

&R	(i)	Φ	(regel)	$A\&B$, Δ
	$(i.1)$	Φ	&R	A, Δ
	$(i.2)$	Φ	&R	B, Δ

$\equiv$R	(i)	Φ	(regel)	$A \equiv B$, Δ
	$(i.1)$	Φ	$\equiv$R	A, $*B$, Δ
	$(i.2)$	Φ	$\equiv$R	$*A$, B, Δ

$\neg\neg$R	(i)	Φ	(regel)	$\neg\neg A$, Δ
	(i^{+1})	Φ	$\neg\neg$R	A, Δ

$\neg\supset$R	(i)	Φ	(regel)	$\neg(A \supset B)$, Δ
	$(i.1)$	Φ	$\neg\supset$r	A, Δ
	$(i.2)$	Φ	$\neg\supset$r	$*B$, Δ

$\neg\vee$R	(i)	Φ	(regel)	$\neg(A \vee B)$, Δ

	$(i.1)$	Φ	$\neg\vee$R	$*A$, Δ
	$(i.2)$	Φ	$\neg\vee$R	$*B$, Δ

$\neg\&$R	(i)	Φ	(regel)	$\neg(A\&B)$, Δ
	(i^{+1})	Φ	$\neg\&$R	$*A$, $*B$, Δ

$\neg\equiv$R	(i)	Φ	(regel)	$\neg(A \equiv B)$, Δ
	$(i.1)$	Φ	$\neg\equiv$R	A, B, Δ
	$(i.2)$	Φ	$\neg\equiv$R	$*A$, $*B$, Δ

$\forall$R	(i)	Φ	(regel)	$(\forall\alpha)A$, Δ
	(i^{+1})	Φ	$\forall$R	$A(\psi /\!\!/ \alpha)$, Δ

$\exists$R	(i)	Φ	(regel)	$(\exists\alpha)A_{\{\beta_1...\beta_n\}}$, Δ
	(i^{+1})	Φ	$\exists$R	$A(\beta/\alpha)$, $(\exists\alpha)A_{\{\beta\beta_1...\beta_n\}}$, Δ

waarin β een constante is die reeds voorkomt in lijn (i), maar niet in $\{\beta_1...\beta_n\}$, of of, wanneer er geen enkele constante voorkomt lijn (i) nadat alle leden van Γ ingevoerd zijn, dan $\beta = a$.

$\neg\forall$R	(i)	Φ	(regel)	$\neg(\forall\alpha)A$, Δ
	(i^{+1})	Φ	$\neg\forall$R	$*A(\beta/\alpha)$, $\neg(\forall\alpha)A_{\{\beta\beta_1...\beta_n\}}$, Δ

waarin β een constante is die reeds voorkomt in lijn (i), maar niet in $\{\beta_1...\beta_n\}$, of of, wanneer er geen enkele constante voorkomt lijn (i) nadat alle leden van Γ ingevoerd zijn, dan $\beta = a$.

$\neg\exists$R	(i)	Φ	(regel)	$\neg(\exists\alpha)A$, Δ
	(i^{+1})	Φ	$\neg\exists$R	$\neg A(\psi /\!\!/ \alpha)$, Δ

=R	(i)	Φ	(regel)	$\beta = \beta$, Δ
	(i^{+1})	Φ	i; =R	$\beta = \beta$, $\neg\beta = \beta$, $\Delta(\gamma/\beta)$

(d) Eliminatie van de identiteit.

=LL	(i)	$\beta = \gamma$, A, Φ	(regel)	Δ
	(i^{+1})	$\beta = \gamma$, $A(\gamma/\beta)$, Φ	i; =LL	Δ

=LR	(i)	$\beta = \gamma$, Φ	(regel)	A, Δ
	(i^{+1})	$\beta = \gamma$, Φ	i; =LR	$A(\gamma/\beta)$, Δ

$\neg$=RL	(i)	A, Φ	(regel)	$\neg\beta = \gamma$, Δ
	(i^{+1})	$A(\gamma/\beta)$, Φ	i; $\neg$=RL	$\neg\beta = \gamma$, Δ

$\neg$=RR	(i)	Φ	(regel)	$\neg\beta = \gamma$, A, Δ
	(i^{+1})	Φ	i; =RR	$\neg\beta = \gamma$, $A(\gamma/\beta)$, Δ

Eliminatie van de identiteit is niet toegestaan voor β in de subscript-verzameling in $(\forall\alpha)A_{\{\beta.\beta_1...\beta_n\}}$.
Eliminatie van de identiteit is evenmin toegestaan als β in A voorkomt binnen het bereik van de $\sim$-negatie.

(e) Eliminatie van de $\sim$-negatie.

$\sim$L	(i)	$\sim A$, Φ	(regel)	Δ
	$(i.1)$	$\neg A$, Φ	i; $\sim$L	Δ
	$(i.2)$	$\delta_{\sim A}$, Φ	i; $\sim$L	Δ
$\neg\sim$L	(i)	$\neg\sim A$, Φ	(regel)	Δ
	(i^{+1})	A, $\neg\delta_{\sim A}$, Φ	i; $\neg\sim$L	Δ
$\sim$R	(i)	Φ	(regel)	$\sim A$, Δ
	(i^{+1})	Φ	i; $\sim$R	$\neg A$, $\delta_{\sim A}$, Δ
$\neg\sim$R	(i)	Φ	(regel)	$\neg\sim A$, Δ
	$(i.1)$	Φ	i; $\neg\sim$R	A, Δ
	$(i.2)$	Φ	i; $\neg\sim$R	$\neg\delta_{\sim A}$, Δ

De formules van de vorm $\delta_{\sim A}$ en $\neg\delta_{\sim A}$ zijn niet verder analyseerbaar; dit wil zeggen dat er geen regels van toepassing zijn op formules van deze vorm. Formules van de vorm $\sim\delta_{\sim A}$ of $\delta_{\sim\delta_{\sim A}}$ zijn niet welgevormd.

Als ik nu aantoon dat de specifieke $\mathbf{SCLuN^0}$-regels ook de eigenschap hebben dat een $\mathbf{CLuN}^\delta$-model M een model is van de premisse-lijn asa het een model is van de conclusie-lijn (of van beide conclusie-lijnen als het er twee zijn), dan kunnen alle stellingen over $\mathbf{SCL^o}$ gewoonweg overgenomen worden voor $\mathbf{SCLuN^o}$.

$\sim$L:	$\mathsf{v_M}((\sim A) = 0$	asa (S1.5)	$\mathsf{v_M}(A) = 1$ en $\mathsf{v}(\sim A) = 0$
		asa (S1.12)	$\mathsf{v_M}(A) = 1$ en $\mathsf{v_M}(\delta_{\sim A}) = 0$
		asa (S$\neg$)	$\mathsf{v_M}(\neg A) = 0$ en $\mathsf{v_M}(\delta_{\sim A}) = 0$
$\neg\sim$L:	$\mathsf{v_M}((\neg\sim A) = 0$	asa (S$\neg$)	$\mathsf{v_M}((\sim A) = 1$
		asa (S1.5)	$\mathsf{v_M}(A) = 0$ of $\mathsf{v}(\sim A) = 1$
		asa (S1.12)	$\mathsf{v_M}(A) = 0$ of $\mathsf{v_M}(\delta_{\sim A}) = 1$
		asa (S$\neg$)	$\mathsf{v_M}(A) = 0$ of $\mathsf{v_M}(\neg\delta_{\sim A}) = 0$
$\sim$R:	$\mathsf{v_M}((\sim A) = 1$	asa (S1.5)	$\mathsf{v_M}(A) = 0$ of $\mathsf{v}(\sim A) = 1$
		asa (S1.12)	$\mathsf{v_M}(A) = 0$ of $\mathsf{v_M}(\delta_{\sim A}) = 1$
		asa (S$\neg$)	$\mathsf{v_M}(\neg A) = 1$ of $\mathsf{v_M}(\delta_{\sim A}) = 1$
$\neg\sim$R:	$\mathsf{v_M}((\neg\sim A) = 1$	asa (S$\neg$)	$\mathsf{v_M}((\sim A) = 0$
		asa (S1.5)	$\mathsf{v_M}(A) = 1$ en $\mathsf{v}(\sim A) = 0$
		asa (S1.12)	$\mathsf{v_M}(A) = 1$ en $\mathsf{v_M}(\delta_{\sim A}) = 0$
		asa (S$\neg$)	$\mathsf{v_M}(A) = 1$ en $\mathsf{v_M}(\neg\delta_{\sim A}) = 1$

Corollarium 4 *Als een trivialiteitsbewijs voor* Γ *stopt zonder te sluiten, en als daarin de lijnen* $(i_1)\ldots(i_n)$ *afgevlagd noch afgeblokt zijn, dan* (1) *heeft elke lijn* (i_j) *een links* $\mathbf{CLuN}^\delta$*-model, dan* (2) *is elk links* $\mathbf{CLuN}^\delta$*-model van elke lijn* (i_j) *een model van* Γ*, en dan* (3) *is elk* $\mathbf{CLuN}^\delta$*-model van* Γ *een links model van een lijn* (i_j)*.*

Corollarium 5 *Een trivialiteitsbewijs voor* Γ *sluit, asa* Γ *triviaal is.*

Corollarium 6 $\Gamma \models_{\mathbf{CLuN}^\delta} A$ *asa* $\Gamma \vdash_{\mathbf{SCLuN^o}} A$*.*

Aangezien formules van de vorm $\delta_{\sim A}$ niet voorkomen in de taal van **CLuN**, kunnen we meteen ook besluiten dat:

Corollarium 7 $\Gamma \models_{\mathbf{CLuN}} A$ *asa* $\Gamma \vdash_{\mathbf{SCLuN^o}} A$.

Tot slot van deze sectie nog enkele voorbeelden van **SCLuN$^{\mathbf{o}}$**-bewijzen.

- $?\{(\exists x)(Px\&{\sim}Px) \vdash A\}$

Prem
$\surd$ 1 $(\exists x)(Px\&{\sim}Px) \vdash A$
$\exists$L
$\surd$ 1^1 $Pa\&{\sim}Pa \vdash A$
&L
$\surd$ 1^2 $Pa, {\sim}Pa \vdash A$
$\sim L$
$\boxed{1.1}$ $Pa, \neg Pa \vdash A$
1.2 $Pa, \delta_{\sim Pa} \vdash A$

A is dus een gevolg van $(\exists x)(Px\&{\sim}Px)$. De formule $\delta_{\sim Pa}$ in de open lijn 1.2 wijst erop (zie corollarium 4) dat $\{(\exists x)(Px\&{\sim}Px)\}$ alleen inconsistente modellen heeft.

- $?\{\vdash (\exists x)(Px \vee {\sim}Px)\}$

Prem
$\surd$ 1 $\vdash (\exists x)(Px\&{\sim}Px)$
$\exists$R
$\surd$ 1^1 $\vdash Pa \vee {\sim}Pa, (\exists x)(Px\&{\sim}Px)_{\{a\}}$
$\vee$R
$\surd$ 1^2 $\vdash Pa, {\sim}Pa, (\exists x)(Px\&{\sim}Px)_{\{a\}}$
$\sim$R
$\boxed{1.1}$ $Pa, \neg Pa, \delta_{\sim Pa}, (\exists x)(Px\&{\sim}Px)_{\{a\}}$
$\blacksquare$

$(\exists x)(Px \vee {\sim}Px)$ is dus wel degelijk bewijsbaar.

Hieronder geef ik twee keer een bewijs voor $\{{\sim}p, {\sim}p \supset q\} \vdash q$, waarmee ik wil illustreren dat een heuristiek enerzijds niet strikt nodig is (wat betreft het propositioneel gedeelte van **SCLuN$^{\mathbf{o}}$**), maar anderzijds toch wel gewenst is om bewijzen efficiënter te laten verlopen.

- $?\{{\sim}p, {\sim}p \supset q \vdash q\}$

Prem
$\surd$ 2 ${\sim}p, {\sim}p \supset q \vdash q$
$\sim$L
$\surd$ 2.1 $\neg p, {\sim}p \supset q \vdash q$
$\surd$ 2.2 $\delta_{\sim p}, {\sim}p \supset q \vdash q$

$\supset$L
$\surd$ 2.1.1 $\neg p, \neg{\sim}p \vdash q$
$\boxed{2.1.2}$ $\neg p, q \vdash q$
$\neg{\sim}$R
$\boxed{2.1.1^1}$ $\neg p, p, \neg\delta_{\sim p} \vdash q$
$\supset$L
$\surd$ 2.2.1 $\delta_{\sim p}, \neg{\sim}p \vdash q$
$\boxed{2.2}$ $\delta_{\sim p}, q \vdash q$
$\neg{\sim}$L
$\boxed{2.2.1^1}$ $\delta_{\sim p}, p, \neg\delta_{\sim p} \vdash q$
■

Prem
$\surd$ 2 ${\sim}p, {\sim}p \supset q \vdash q$
$\supset$L
$\boxed{2.1}$ ${\sim}p, \neg{\sim}p \vdash q$
$\boxed{2.2}$ ${\sim}p, q \vdash q$
■

- $?\{{\sim}Pa \vdash (\forall x)Px \supset (\exists x)(Px\&{\sim}Px)\}$

$\surd$ 1 ${\sim}Pa \vdash (\forall x)Px \supset (\exists x)(Px\&{\sim}Px)$
$\supset$R
$\surd$ 1^1 ${\sim}Pa \vdash \neg(\forall x)Px, (\exists x)(Px\&{\sim}Px)$
$\neg\forall$R
$\surd$ 1^2 ${\sim}Pa \vdash \neg Pa, \neg(\forall x)Px_{\{a\}}, (\exists x)(Px\&{\sim}Px)$
$\exists$R
$\surd$ 1^3 ${\sim}Pa \vdash \neg Pa, \neg(\forall x)Px_{\{a\}}, Pa\&{\sim}Pa, (\exists x)(Px\&{\sim}Px)_{\{a\}}$
&R
$\boxed{1.1}$ ${\sim}Pa \vdash \neg Pa, \neg(\forall x)Px_{\{a\}}, Pa, (\exists x)(Px\&{\sim}Px)_{\{a\}}$
$\boxed{1.2}$ ${\sim}Pa \vdash \neg Pa, \neg(\forall x)Px_{\{a\}}, {\sim}Pa, (\exists x)(Px\&{\sim}Px)_{\{a\}}$
■

Voor interessante toepassingen, gebaseerd op corollarium 4, verwijs ik naar sectie 7.4.1.

6.7 Paravolledigheid

In **CluN** wordt "$\sim A$" niet gelezen als "A is vals", en is het mogelijk dat $\mathsf{v}_\mathsf{M}(A) = \mathsf{v}_\mathsf{M}(\sim A) = 1$ in een **CLuN**-model M. Als "$\sim A$" niet meer staat voor "A is vals", dan kunnen we bijvoorbeeld "$A \supset \bot$" gebruiken om uit te drukken dat A vals is, of als we "$\neg A$" en als volgt definiëren,

Definitie 19 $\neg A =_{\mathsf{df}} A \supset \bot$

dan kunnen we "$\neg A$" gebruiken om in de objecttaal uit te drukken dat A vals is. Als we de taal aldus uitbreiden, wordt het mogelijk dat een verzameling premissen zowel $\neg A$ als $\neg\sim A$ bevat. In zo'n geval kunnen we de $\sim$-negatie niet gebruiken zoals ze in **CLuN** gebruikt wordt, want als $\mathsf{v}_\mathsf{M}(\neg A) = \mathsf{v}_\mathsf{M}(\neg\sim A) = 1$, dan $\mathsf{v}_\mathsf{M}(A) = \mathsf{v}_\mathsf{M}(\sim A) = 0$. Met andere woorden, in zo'n geval moeten we negatie-onvolledigheid toelaten voor de $\sim$-negatie. De $\sim$-negatie moet dan een paravolledige interpretatie krijgen. De vraag die zich dan stelt is welke interpretaties er in aanmerking komen. En andere vraag die zich stelt is wanneer we ooit met gegevens te maken hebben die toelaten $\neg(A \vee \sim A)$ af te leiden.

Een eerste paravolledige interpretatie zou erin kunnen bestaan "$\sim A$" te lezen als "A is niet waar", en aannemen dat "niet waar zijn" en "vals zijn" een verschillende betekenis hebben. Dan kunnen we werken met formules die vals zijn en waarvan het tegelijk vals is dat ze niet waar zijn. Hoe stel je echter ooit vast dat het vals is dat A niet waar is? En wat is dan het verschil met "A is waar"?

Een interessante lezing van "$\sim A$" vinden we in de intuïtionistische logica.[27] Het neerschrijven van een formule A in een bewijs, interpreteren de intuïtionisten als "A is bewijsbaar", en het neerschrijven van een formule van de vorm $\sim A$ interpreteren zij als "A is weerlegbaar".[28] Omdat niet elke formule bewijsbaar of weerlegbaar is, is $A \vee \sim A$ geen stelling in de intuïtionistische logica. De vraag is echter of er formules A zijn waarvan we uitdrukkelijk kunnen zeggen dat $A \vee \sim A$ vals is, en dus dat $\neg(A \vee \sim A)$ waar is. Welnu, Gödel heeft natuurlijk aangetoond dat *zijn* formule en haar negatie beide niet bewijsbaar zijn in de Peano-axiomatisering van de rekenkunde, maar is dat een reden om negatie-onvolledigheid te aanvaarden in een theorie over de wereld?

In de klassenleer vinden we een beter argument om met negatie-onvolledigheid te werken. Stel dat a een naam is die naar geen enkel element verwijst, en dat we werken met de klasse P. CP is het complement van P. We kunnen in zo'n geval inderdaad stellen dat $a \notin P$ en $a \notin CP$. In de taal van de predikatenlogica kunnen we dit uitdrukken als $\neg Pa \& \neg\sim Pa$. De $\sim$-negatie is dan enkel van toepassing op predikaten, en de reden waarom negatie-onvolledigheid toegestaan wordt, is dan enkel en alleen te vinden in het feit dat we werken met namen van individuen die niet bestaan. Als we in de predikatenlogica werken met een naam a die geen toekenning heeft, moeten we de logica die we gebruiken niet alleen aanpassen op het vlak van de negatie. We moeten ook

[27] Voor een vlugge typering van de intuïtionistische logica, zie [Batens:2002a], p. 129.

[28] Zij hebben dan ook vooral de bedoeling wiskundige waarheden zoals $0 = 0$ af te leiden uit wiskundige axioma's.

een middel vinden om $\mathsf{v}_\mathsf{M}(Pa)$ te bepalen als a geen toekenning heeft. We kunnen dan bijvoorbeeld met een logica als de drie-waardige logica van Łucasiewicz werken,[29] waarin $\mathsf{v}_\mathsf{M}(Pa)$ dan de tussen-waarde "onbepaald" krijgt.

Als we om deze reden ervoor kiezen met een paravolledige logica te werken, dan moeten we er ook van uitgaan dat negatie-onvolledigheid de enige te verwachten afwijking van de klassieke normen is; het is te zeggen: dan moeten we de garantie hebben dat er geen formules van de vorm $A\&{\sim}A$ afleidbaar zijn uit de premissen waarmee we werken, of we zitten toch weer opgescheept met trivialiteit. Als we paraconsistent werken in plaats van paravolledig, dan kunnen we alle gevallen van negatie-onvolledigheid toch aan, en hoeven we geen garantie te hebben dat onze premissen niet inconsistent zijn om een andere reden. De negatie-onvolledigheid van Pa uit zich dan in het afleiden van de formule ${\sim}(Pa \vee {\sim}Pa)$ of de formule ${\sim}Pa\&{\sim}{\sim}Pa$. Als we met **CLuN** werken, dan weten we dat een inconsistentie niet uit een andere inconsistentie kan afgeleid zijn; als we een formule van de vorm ${\sim}Pa\&{\sim}{\sim}Pa$ afleiden, dan weten we dat er iets loos is met ${\sim}Pa$,[30] en een voor de hand liggende invulling is dan dat a vermoedelijk niet verwijst naar een bestaand ding.

Nemen we echter ooit gevallen van negatie-onvolledigheid waar? Als we een zak bolletjes uitstorten in een trechter met twee afvoerpijpen L en R, dan verwachten we dat de bolletjes die niet door R gaan, door L gaan. L kunnen we dus definiëren als ${\sim}R$. Voor elk bolletje a weten we dan dat $Ra \vee {\sim}Ra$ het geval is. In de kwantummechanica heeft men echter ontdekt dat bepaalde bolletjes noch in R noch in ${\sim}R$ te zien zijn. Formeel: $Ma \supset \neg(Ra \vee {\sim}Ra)$. Ik zie in deze vaststelling echter veeleer een reden om fragmenten van de theorie in vraag te stellen, dan om de logica in vraag te stellen.

Ik zeg dat alles niet om me niet te moeten bezighouden met een paravolledige logica, want in de lade van mijn bureau ligt al sinds 1997 een preprint, die Diderik Batens en ik samen geschreven hebben, met als titel *"Incompleteness adaptive logics"*. Het artikel wacht op een geschikte toepassing om van onder het stof gehaald te worden.

De semantiek van de logica **CLaN** is, net zoals de semantiek van de paraconsistente logica **CLuN** twee-waardig, en maakt gebruik van *skyhooks.* In de literatuur worden paravolledige logica's ook voorgesteld als logica's die *truth-value gaps* toelaten.[31] Formules die noch waar noch vals zijn, krijgen dan een derde waarde toegemeten, bijvoorbeeld "onbepaald".[32] Een dergelijke drie-waardige aanpak van de semantiek is echter technisch gesproken gelijkwaardig met de twee-waardige aanpak die gebruikt wordt voor **CLaN**.[33]

Gegeven dezelfde *skyhook*-toekenning S0.4 als voor **CLuN**, wordt **CLaN** getypeerd door:

[29] Een formule kan niet alleen waar of vals zijn, maar ook onbepaald. Voor een vlugge typering van deze logica, zie [Batens:2002a], p. 127.

[30] Het afleiden van ${\sim}{\sim}A\&{\sim}A$ wijst inderdaad op een ander euvel dan het afleiden van ${\sim}A\&A$.

[31] Zie bijvoorbeeld [van Fraassen:1966].

[32] Bijvoorbeeld de drie-waardige logica van Łucasiewicz.

[33] Dit werd reeds aangetoond in [Suszko:1976]. Gewoonlijk is de vertaling tussen de drie-waardige en de twee-waardige logica heel eenvoudig (zie [Batens:1982]): als T, I en F de waarden zijn van de drie-waardige semantiek, en 0 en 1 de waarden van de twee-waardige semantiek, dan stem $\mathsf{v}_\mathsf{M}(A) = T$ overeen met $\mathsf{v}_\mathsf{M}(A) = 1$ en $\mathsf{v}_\mathsf{M}({\sim}A) = 0$; dan stemt $\mathsf{v}_\mathsf{M}(A) = F$ overeen met $\mathsf{v}_\mathsf{M}(A) = 0$ en $\mathsf{v}_\mathsf{M}({\sim}A) = 1$; en dan stemt $\mathsf{v}_\mathsf{M}(A) = I$ overeen met $\mathsf{v}_\mathsf{M}(A) = \mathsf{v}_\mathsf{M}({\sim}A) = 0$.

S1.5 $\mathsf{v_M}(\sim A) = 1$ asa $\mathsf{v_M}(A) = 0$ en $\mathsf{v}(\sim A) = 1$.

Deze clausule is gelijkwaardig met: $\mathsf{v_M}(\sim A) = 0$ asa $\mathsf{v_M}(A) = 1$ of $\mathsf{v}(\sim A) = 0$. In deze formulering is de analogie met de clausule voor de negatie in **CLuN** misschien duidelijker.

Voor de bewijstheorie van **CLaN** nemen we de bewijstheorie van **CLuN** waarin we het axioma-schema AS$\sim$ vervangen door:

AS$\sim$ $A \supset (\sim A \supset B)$.

Ten opzichte van **CL** zitten we ook met de volgende aanpassing aan het tweede axioma-schema betreffende de identiteit:

AS=2 $\alpha = \beta \supset (A \supset B)$ waarin B bekomen wordt door α in A te vervangen door β, op voorwaarde dat α niet binnen het bereik van een negatie staat.

Hoofdstuk 7

Adaptieve logica's

Humans do not postpone judgement indefinitely, not even in logical matters. Humans decide on provisional and fallible insights, even in logical matters.[1]

7.1 Inleiding

Een argument dat Diderik Batens[2] aanbrengt om het gebruik en de ontwikkeling van adaptieve logica's te motiveren, is dat veel redeneerprocessen een externe en interne dynamiek vertonen. De externe dynamiek wordt veroorzaakt door het aanbrengen van nieuwe premissen, wat inderdaad dikwijls resulteert in een herziening van vroegere conclusies; dergelijke redeneerprocessen noemen we "niet-motonoon". De interne dynamiek wordt veroorzaakt door de evolutie van het inzicht in de premissen. De gegevens waarmee wij werken kunnen niet alleen te talrijk zijn, maar ook te complex om ineens alle gevolgen te overzien. Verdere analyse van de gegevens kan ons tot nieuwe inzichten brengen. Deze externe en interne dynamiek is kenmerkend voor adaptieve logica's. Wij kunnen het maken van een logisch bewijs beschouwen als een onderdeel van een denkproces, of als een reconstructie ervan. De dynamische bewijzen van adaptieve logica's zijn een goede weergave van het feit dat nieuwe stappen in een denkproces tot een herziening van eerder gezette stappen kunnen leiden.

In veel redeneerprocessen moeten we het stellen zonder een beslissingsmethode en zonder een positieve test voor de conclusies die we kunnen of willen trekken. Soms moeten we beslissingen nemen zonder dat we over een duidelijk criterium beschikken,[3] maar dit hoeft niet te betekenen dat dergelijke beslissingen irrationeel zouden moeten gebeuren. De dynamische bewijzen van adaptieve logica's vertonen een mooie analogie met het nemen van beslissingen op basis van wat je op een bepaald moment weet.[4]

[1] [Batens:2003a], p. 64.
[2] Zie bijvoorbeeld [Batens:2004].
[3] Wat betreft het inrichten van ons leven in functie van het realiseren van onze centrale waarden, is dit dikwijls maar al te waar.
[4] Wij zijn niet alwetend en zullen het ook nooit worden, en kunnen dus niet wachten tot wij inzicht hebben in alle gegevens in al hun rijkdom.

De klassieke logica is een deductieve logica, en is heel geschikt voor het formuleren, evalueren, en gebruiken van perfecte theorieën. Er zijn adaptieve logica's (correctieve adaptieve logica's) die heel geschikt zijn voor het formuleren, evalueren, en gebruiken van theorieën die al dan niet perfect zijn.[5] Een correctieve adaptieve logica interpreteert de verzameling Γ waarmee een theorie bepaald wordt, 'zo perfect mogelijk'. Voor zover er inderdaad een 'perfecte interpretatie' is voor de verzameling Γ leidt het gebruik van een correctieve adaptieve logica dus tot dezelfde resultaten als het gebruik van de klassieke logica. Er zijn ook adaptieve logica's die niet-deductieve inferenties toelaten (ampliatieve adaptieve logica's), en overigens even formeel correct zijn als de klassieke logica. De normen van de klassieke logica vormen inderdaad niet de bovengrens van het formeel correct redeneren. Beschouw bijvoorbeeld het domein van de ervaringen van diegenen met wie we ons verbonden weten, en neem aan dat we een aantal keer (neem het aantal n) vaststellen dat ervaringen in omstandigheden T niet als waardevolle ervaringen beleefd worden, en dat we geen enkele keer vastgesteld hebben dat die ervaringen wel als waardevolle ervaringen beleefd werden. We beschikken dan over n premissen van de vorm $E^i_s : T \& {\sim} E^i_s : \mho$. De regels van de klassieke logica laten niet toe om uit deze gegevens te besluiten tot $(\forall E^x_y)(E^x_y : T \supset {\sim} E^x_y : \mho)$, en laten evenmin toe om van een specifieke $E^{i'}_{s'}$ die zich in omstandigheden T voordoet, te voorspellen dat ze niet als een waardevolle ervaring zal beleefd worden. De adaptieve logica's voor inductie en specifieke voorspellingen, ontwikkeld door Diderik Batens en Lieven Haesaert,[6] laten dit wel toe. Op basis van de voorlopige gegevens (n gevallen van de vorm $E^i_s : T \& {\sim} E^i_s : \mho$) is het veel rationeler om wel te besluiten tot ${\sim} E^{i'}_{s'} : \mho$ als $E^{i'}_{s'} : T$ gegeven is, dan om deze beslissing niet te nemen. Dit (voorlopig) besluit wordt ook gemaakt door de vermelde adaptieve logica's.

In de rest van sectie 7.1 probeer ik in het kort adaptieve logica's te typeren.[7] In sectie 7.2 vermeld ik de algemene semantische en bewijstheoretische bepalingen van adaptieve logica's, daarna bekijk ik enkele specifieke adaptieve logica's.

7.1.1 Typering van adaptieve logica's

Ik gaf al aan dat een inconsistentie-adaptieve logica een verzameling premissen zo consistent mogelijk interpreteert. De paraconsistente logica **CLuN** zorgt ervoor dat elke verzameling premissen (waarin alleen de $\sim$-negatie gebruikt wordt) een model heeft, maar laat aldus te veel modellen toe. De inconsistentie-adaptieve logica's $\mathbf{ACLuN^r}$ en $\mathbf{ACLuN^m}$ selecteren onder de **CLuN**-modellen van een specifieke verzameling premissen die modellen die een minimum aantal inconsistenties waar maken. Om dit minimum aantal inconsistenties te bepalen, gebruiken de logica's $\mathbf{ACLuN^r}$ en $\mathbf{ACLuN^m}$ een verschillende strategie, respectievelijk de betrouwbaarheidsstrategie, en de minimale-abnormaliteitsstrategie. De twee verschillende logica's worden daarom ook aangeduid

[5] Dus ook voor theorieën die in volle groei zijn.

[6] [Batens/Haesaert:2003], [Haesaert:2002] en [Batens:b].

[7] Voor meer informatie over adaptieve logica's, beveel ik de websites `logica.ugent.be/adlog` en `logica.ugent.be/centrum/writings` aan. Het artikel [Batens:2003a] geeft een algemene karakterisering van adaptieve logica's.

met respectievelijk **r** (voor ***r**eliability*), en **m** (voor ***m**inimal abnormality*).

Met deze twee strategieën kunnen we telkens twee adaptieve logica's bepalen wanneer voldaan is aan de volgende twee voorwaarden:

(*i*) We hebben een idee van wat we zouden willen doen op het vlak van logische inferenties, maar tevens een idee van wat er zou kunnen misgaan als we deze inferenties altijd en overal zouden toestaan. Kortom, we hebben goeie redenen om aan te nemen dat er afwijkingen van de gewenste logische normen kunnen opduiken. Het kan inderdaad gebeuren dat in iedere zinvolle interpretatie van de verzameling premissen waarmee we willen of moeten werken, een aantal formules van een bepaalde vorm waar gemaakt worden, terwijl ze niet waar mogen zijn als we de logica gebruiken die we zouden willen gebruiken. Deze formules van deze vorm, noemen we *abnormaliteiten.* Het eerste wat we nodig hebben om een adaptieve logica te bepalen is dan ook een bepaling van de abnormaliteiten. Adaptieve logica's staan toe dat bepaalde abnormaliteiten waar zijn, en zorgen er meteen ook voor dat er niet meer abnormaliteiten waar gemaakt worden dan nodig is om de premissen zinvol te kunnen interpreteren.

Voor inconsistentie-adaptieve logica's is de situatie als volgt: we zouden alle inferenties van de klassieke logica willen toepassen, maar verwachten dat er inconsistenties afgeleid kunnen worden uit de premissen. En dus staan we toe dat sommige inconsistenties waar zijn. Als we een zinvolle interpretatie vinden voor de premissen waarmee we werken, waarin alleen $p\&{\sim}p$ waar gemaakt wordt, maar geen interpretatie waarin geen inconsistentie waar gemaakt wordt, dan zullen de adaptieve logica's die interpretaties elimineren waarin zowel $p\&{\sim}p$ als $q\&{\sim}q$ waar gemaakt worden.

(*ii*) We hebben een ondergrenslogica waarop we kunnen terugvallen. In deze ondergrenslogica vertrekken we van het worst-casescenario: alle abnormaliteiten kunnen waar zijn. Voor de inconsistentie-adaptieve logica's is de ondergrenslogica **CLuN**, waarin aangenomen wordt dat alle inconsistenties waar kunnen zijn.

De keuze van een ondergrenslogica, de keuze van abnormaliteiten die getolereerd worden door de ondergrenslogica, en de keuze van een strategie, bepalen samen de keuze van een adaptieve logica. Als we aan de ondergrenslogica de eis toevoegen dat alle abnormaliteiten vals zijn, bekomen we de bovengrenslogica van de adaptieve logica. Voor de inconsistentie-adaptieve logica's $\mathbf{ACLuN^r}$ en $\mathbf{ACLuN^m}$ is de bovengrenslogica **CL**. Als **CL** de bovengrenslogica is van een adaptieve logica, spreken we van een correctieve adaptieve logica, als **CL** de ondergrenslogica is spreken we van een ampliatieve logica. Dit onderscheid heeft lang standgehouden, maar ondertussen werden er ook al adaptieve logica's geconcipieerd waarvan de ondergrenslogica armer is dan **CL**, terwijl de bovengrenslogica rijker is dan **CL**.

Een rode draad doorheen deel I wordt gevormd door het onderzoek naar hoe logische normen onze kennis gestalte geven. Daarbij let ik vooral op de logica die gebruikt wordt om theorieën in een presenteerbare vorm te gieten. We kunnen aannemen dat **CL** *uiteindelijk* de geschikte logica is, om *perfecte* theorieën te formuleren, maar zolang onze theorieën niet perfect zijn, hanteren we beter een logica die **CL** zo dicht mogelijk benadert, maar toch de afwijkingen van de klassieke normen niet sanctioneert met trivialiteit. Correctieve adaptieve logica's passen perfect in dit profiel. In deel I bekijk ik dan ook enkel nog correctieve adaptieve logica's. In deel II ga ik na hoe onze kennis van de wereld gestalte krijgt vanuit onze concrete ervaringen van de wereld, en daar wordt het duidelijk hoe adaptieve logica's een belangrijke rol kunnen spelen bij de ontwikkeling van theorieën, zowel op het vlak van het verrijken van de theorie als op het vlak van het ontwikkelen van een domein-specifieke taal. In deel II komen er dan ook ampliatieve adaptieve logica's aan bod.

Wie vertrouwd geraakt met adaptieve logica's, geraakt er ook van overtuigd dat dynamiek, flexibele betekenis en creativiteit geen taboe zijn voor wie vasthoudt aan de duidelijkheid van formele talen.

7.1.2 De strategieën

De bepaling van het abnormaal gedeelte van een verzameling Γ is afhankelijk van de strategie die we kiezen, en vanzelfsprekend ook van de verzameling Γ. We spreken dan ook van *abnormaliteiten ten opzichte van* een verzameling. De **r**- en **m**-strategie[8] zijn beide zo geconcipieerd dat enkel formules of subformules —of zoals in het geval van ambiguïteiten-adaptieve logica's: niet-logische constanten (NLC)— die in Γ voorkomen, aanleiding kunnen geven tot abnormaliteiten ten opzichte van Γ. We spreken dan ook van formules (of NLC) die zich –al dan niet– abnormaal gedragen ten opzichte van de verzameling premissen Γ.

Als we een idee hebben van wat de vorm is van de abnormaliteiten die kenmerkend zijn voor de twee adaptieve logica's in kwestie, kunnen we een verzameling $\mathcal{A}$ van (alle mogelijke) abnormaliteiten bepalen. Voor de inconsistentie adaptieve logica's $\mathbf{ACLuN^r}$ en $\mathbf{ACLuN^m}$ is dat $\mathcal{A} = \{\exists(A \& {\sim} A) \mid A \in \mathcal{F}\}$.[9]

De adaptieve werkwijze bestaat erin te vertrekken van het worst-casescenario: we houden er rekening mee dat alle leden van $\mathcal{A}$ waar kunnen zijn, maar bij het maken van inferenties vanuit een verzameling Γ, nemen we —voorwaardelijk— aan dat de formules die we nodig hebben om inferenties te maken, zich niet abnormaal gedragen *ten opzichte van* Γ.

De twee strategieën bepalen op louter formele gronden of de betreffende leden van $\mathcal{A}$ die als voorwaarde fungeren, zich al dan niet abnormaal gedragen ten opzichte van Γ. In wat volgt staat "**LLL**" voor de ondergrenslogica; "$\mathbf{AL^m}$" en "$\mathbf{AL^r}$" staan respectievelijk voor de adaptieve logica bepaald aan de hand van de **m**-strategie, en de de adaptieve logica bepaald aan de hand van de **r**-strategie.

De **m**-strategie kunnen we het best semantisch typeren. We nemen eerst de **LLL**-modellen *van* Γ, en bepalen voor elk **LLL**-model M van Γ de verzameling $\mathcal{A}(\mathsf{M})$, namelijk de verzameling van alle abnormaliteiten $A \in \mathcal{A}$ waarvoor $\mathsf{v_M}(A) = 1$. Uit de **LLL**-modellen van Γ selecteren we vervolgens de minimaal abnormale modellen, namelijk die

[8]Ik gebruik voortaan deze afkortingen voor respectievelijk de betrouwbaarheidsstrategie en de minimale-abnormaliteitsstrategie. In [De Clercq K.:2001] worden twee andere, voorzichtiger strategieën voorgesteld, die nuttig zijn voor het gebruik van default-redeneringen. In [Batens:2002d] vind je nog enkele andere die kunnen gebruikt worden om verschillende paraconsistente gevolgrelaties te definiëren.

[9]Voor de bepaling van "$\exists A$", zie pagina 139.

modellen die niet meer abnormaliteiten waar maken dan nodig is om Γ waar te maken.[10] Eenmaal we de modellen bepaald hebben, is de definitie van de semantische gevolgrelatie standaard.

De **r**-strategie kunnen we het best bewijstheoretisch typeren. We beginnen met een **LLL**-bewijs uit Γ. In de ondergrenslogica nemen we aan dat alle abnormaliteiten waar kunnen zijn, en dit geeft aanleiding tot het afleiden van formules van de vorm $A \vee C_1 \vee ... \vee C_n$, waarin $C_1, ..., C_n \in \mathcal{A}$ $(n \geq 0)$. In de paraconsistente logica **CLuN** die de ondergrenslogica is voor de inconsistentie-adaptieve logica $\mathbf{ACLuN^r}$ kunnen we uit $\{p \vee q, {\sim}q\}$ de formule $p \vee (q\&{\sim}q)$ afleiden, waarin $q\&{\sim}q \in \mathcal{A}$. Uit $\{p \vee q, {\sim}p, {\sim}q\}$ kunnen we de formule $(p\&{\sim}p) \vee (q\&{\sim}q)$ afleiden, een disjunctie van abnormaliteiten dus. Aan de hand van dergelijke disjuncties van abnormaliteiten, kunnen we bepalen of een verzameling al dan niet normaal is:

Definitie 20 *Γ is abnormaal asa er $C_1, ..., C_n \in \mathcal{A}$ zijn $(n \geq 1)$, zodat $\Gamma \vdash_{\mathbf{LLL}} C_1 \vee ... \vee C_n$.*

Een dergelijke formule $C_1 \vee ... \vee C_n$ noemen we een DAB-gevolg van Γ.[11] Aldus kunnen we ook de minimale DAB-gevolgen van Γ bepalen, namelijk die DAB-gevolgen van Γ die ofwel maar 1 disjunct bevatten, of die zo zijn dat het schrappen van een disjunct een DAB-formule oplevert die niet afleidbaar is uit Γ. Van de formules of NLC waarmee de disjuncten van een minimaal DAB-gevolg van Γ opgebouwd zijn, zeggen we dat ze zich abnormaal gedragen ten opzichte van Γ. Met de **r**-strategie worden alle formules die zich abnormaal gedragen ten opzichte van Γ als onbetrouwbaar beschouwd. Ondertussen is de gewoonte ontstaan om van de abnormaliteiten zelf te zeggen dat ze zich al dan niet onbetrouwbaar gedragen, met name als ze een disjunct zijn van een minimaal DAB-gevolg van de premissen.[12] De volgende relatie tussen de ondergrenslogica **LLL** en de adaptieve logica $\mathbf{AL^r}$ is kenmerkend voor de **r**-strategie (voor $C_1, ..., C_n \in \mathcal{A}$ $(n \geq 0)$):

> Als $\Gamma \vdash_{\mathbf{LLL}} A \vee C_1 \vee ... \vee C_n$, dan $\Gamma \vdash_{\mathbf{AL^r}} A$ op voorwaarde dat $C_1, ..., C_n$ betrouwbaar zijn ten opzichte van Γ.

7.1.3 Dynamiek

Het feit dat het bepalen van de verzameling formules die zich abnormaal gedragen ten opzichte van een verzameling Γ afhankelijk is van de verzameling Γ, brengt met zich mee dat het mogelijk is dat formules die zich abnormaal gedragen ten opzichte van Γ zich niet abnormaal gedragen ten opzichte van de uitbreiding $\Gamma \cup \Gamma'$, of omgekeerd. Dit brengt de 'externe dynamiek' met zich mee die typerend is voor adaptieve logica's en voor niet-monotone logica's in het algemeen. Voor elke adaptieve logica **AL** zijn er $\Gamma, \Gamma' \subset \mathcal{W}$, en $A \in \mathcal{W}$ zodat $\Gamma \vdash_{\mathbf{AL}} A$ en $\Gamma \cup \Gamma' \nvdash_{\mathbf{AL}} A$.[13]

[10]Zie definitie 27.

[11]"DAB" staat voor "disjunctie van abnormaliteiten".

[12]We kunnen dan ook in verband met NLC spreken van *formules* die zich al dan niet abnormaal gedragen.

[13]Voorzichtigheid is altijd geboden wanneer je algemene uitspraken doet: er is een inconsistentie-adaptieve logica, die gebruik maakt van *the normal selection strategy*, die wel monotoon is: zie

Er is echter ook een interne dynamiek, en die vormt een heel specifiek kenmerk van adaptieve logica's. Als we modeltheoretisch en beschouwelijk bezig zijn, dan kunnen we wel een abstracte definitie geven van adaptieve modellen, maar om die modellen concreet te bepalen, moeten we zicht krijgen op de minimale DAB-gevolgen van Γ. Daartoe moeten we rekenen. In de beperkte tijd waarover we altijd beschikken, kunnen we echter slechts een beperkt aantal formules opnemen in onze berekening, en bovendien kunnen we niet alle behandelde formules ineens analyseren. Dit brengt met zich mee dat we van formules waarvan we in een vroeg stadium berekend hebben (op basis van een voorlopig inzicht in een beperkt aantal formules) dat ze zich abnormaal gedragen ten opzichte van Γ, in een later stadium tot de bevinding kunnen komen dat ze zich niet abnormaal gedragen. Verdere berekeningen kunnen weer tot een gewijzigd inzicht leiden.

Deze dubbele dynamiek is enerzijds geen probleem. (1a) Er is een goeie bewijstheorie voor, en er kan ook een dynamische semantiek geformuleerd worden.[14] (1b) Bovendien leidt iedere dynamische berekening uiteindelijk tot hetzelfde resultaat. "$\Gamma \vdash_{\mathbf{AL}} A$" is een goed gedefinieerde notie voor elke adaptieve logica **AL**. (1c) En bovendien kunnen we een heuristiek toevoegen aan de bewijstheorie, die overtollige dynamiek vermijdt. Anderzijds sluit deze dynamiek aan bij het menselijk karakter van kennis. (2a) Wij zijn beperkte wezens en moeten beslissingen nemen, en kunnen dus niet anders dan beslissingen nemen op basis van voorlopige inzichten. Op basis van (ons zicht op) de huidige stand van onze kennis, besluiten we tot A, terwijl we goed weten dat toekomstige kennis aanleiding kan geven tot andere besluiten. (2b) Kennis is nooit absoluut zeker. We kunnen dus niet werken met premissen waarvan we absoluut zeker zijn, (en we moeten zeker niet wachten tot we premissen hebben waarvan we absoluut zeker zijn). Er kan dan ook geen logica bestaan die *uit* deze premissen absoluut zekere gevolgen afleidt. De betekenis van onze gegevens kan wijzigen in het licht van nieuwe bevindingen, en gegevens kunnen fouten bevatten of uitgaan van achterhaalde veronderstellingen.[15]

7.2 Algemene definities voor adaptieve logica's die gebruik maken van de betrouwbaarheids- of de minimale-abnormaliteitsstrategie.

Vooraf dient gezegd dat ik in deze tekst geprioriteerde adaptieve logica's buiten beschouwing laat. Dit zijn adaptieve logica's waarbij rekening gehouden wordt met een prioriteit tussen de premissen of een prioriteit tussen de toegestane abnormaliteiten. Ik bekijk ook enkel adaptieve logica's met een **LLL**-semantiek waarin 1 de toegekende waarde is. Deze sectie is gebaseerd op [Batens:2003a].

[Batens:2002d], sectie 4.5. Voor zover ik weet zijn alle adaptieve logica's die gebruik maken van de **r**- of de **m**-strategie niet-monotoon.

[14] Zie [Batens:1997a].

[15] Het spreekt voor zich dat de noties 'fouten' en 'achterhaalde veronderstellingen' relatief zijn; er is niets absoluut fout, er zijn wel fouten ten opzichte van onze huidige beste inzichten.

7.2.1 Semantiek

Definitie 21 $\mathcal{A}(\mathsf{M}) =_{\mathsf{df}} \{A \in \mathcal{A} \mid \mathsf{v}_{\mathsf{M}}(A) = 1\}$

Zoals reeds gezegd is $\mathcal{A}$ een verzameling van formules van een bepaalde vorm, die we abnormaliteiten noemen. $\mathcal{A}(\mathsf{M})$ is dan de verzamelingen van abnormaliteiten die waar gemaakt worden in het model M.

Definitie 22 *$C_1 \vee \ldots \vee C_m$, notatie $\mathsf{DAB}\{C_1, \ldots, C_m\}$, is een DAB-gevolg van Γ asa $\{C_1, \ldots, C_m\} \subset \mathcal{A}$ en $\Gamma \models_{\mathbf{LLL}} C_1 \vee \ldots \vee C_m$.*

Definitie 23 *$\mathsf{DAB}(\Delta)$ is een minimaal DAB-gevolg van Γ asa het een DAB-gevolg van Γ is, en als er geen Δ' is zodat $\mathsf{DAB}(\Delta')$ een DAB-gevolg is van Γ en $\Delta' \subset \Delta$.*

Definitie 24 *Als $\mathsf{DAB}(\Delta_1)$, $\mathsf{DAB}(\Delta_2)$, ... de minimale DAB-gevolgen zijn van Γ, dan is $\mathsf{U}(\Gamma) = \Delta_1 \cup \Delta_2 \cup \ldots$ de verzameling formules die onbetrouwbaar zijn ten opzichte van Γ.*

Definitie 25 *Een **LLL**-model M van Γ is betrouwbaar (ten opzichte van Γ) asa $\mathcal{A}(\mathsf{M}) \subseteq \mathsf{U}(\Gamma)$.*

Een betrouwbaar **LLL**-model van Γ maakt dus geen abnormaliteiten waar die geen disjuncten van minimale DAB-gevolgen van Γ zijn.

Definitie 26 *$\Gamma \models_{\mathbf{AL^r}} A$ asa $\mathsf{v}_{\mathsf{M}}(A) = 1$ in alle betrouwbare modellen van Γ.*

Definitie 27 *Een **LLL**-model M van Γ is minimaal abnormaal, asa er geen enkel **LLL**-model M' van Γ is zodat $\mathcal{A}(\mathsf{M}') \subset \mathcal{A}(\mathsf{M})$.*

Minimaal abnormale modellen van Γ maken dus echt niet meer abnormaliteiten waar dan nodig om een model van Γ te kunnen zijn.

Definitie 28 *$\Gamma \models_{\mathbf{AL^m}} A$ asa $\mathsf{v}_{\mathsf{M}}(A) = 1$ in alle minimaal abnormale modellen van Γ.*

7.2.2 De dynamische bewijstheorie

Ieder lijn in een adaptief bewijs bestaat uit vijf elementen: (*i*) een lijnnummer, (*ii*) een afgeleide formule, (*iii*) de vermelding van de nummers van de lijnen die gebruikt werden om deze lijn af te leiden, (*iv*) de verantwoording (de inferentie-regel) voor het neerschrijven van deze lijn, en (*v*) een voorwaarde. Het vijfde element is een eindige deelverzameling van $\mathcal{A}$ of een verzameling die een deelverzameling representeert.[16] De formule in het tweede element van de lijn wordt als afgeleid beschouwd op voorwaarde

[16]In plaats van bijvoorbeeld een inconsistentie $\exists(A \& {\sim} A)$ voluit te schrijven, kunnen we ook alleen A schrijven.

dat de formules in het vijfde element als vals geïnterpreteerd kunnen worden in een betrouwbare of minimaal abnormale interpretatie van de premissen.

Adaptieve bewijzen worden voorts gekenmerkt door een markeer-definitie. Deze bepaalt welke lijnen we wel en welke lijnen we niet (de gemarkeerde) tot het bewijs rekenen. Markeringen worden na iedere uitbreiding van het bewijs herzien. Lijnen met de lege verzameling als vijfde element kunnen niet gemarkeerd worden, en behoren dus altijd tot het bewijs. De formules in hun tweede element zijn **LLL**-gevolgen van de premissen. Daarom noemen we de ondergrenslogica het stabiele deel van de adaptieve logica. Formules in het tweede element van een niet-gemarkeerde lijn beschouwen we als afgeleid in een bepaald stadium van het bewijs. Ruwweg kunnen we stadium n beschouwen als de toestand van het bewijs na het neerschrijven van de n-de lijn van het bewijs.

Het is natuurlijk ook mogelijk om de notie *finale afleidbaarheid* te bepalen—zie definitie 34. Bekijken we nu eerst de regels voor het neerschrijven van een nieuwe lijn. "(i)" tot en met "(v)" verwijzen naar het eerste tot en met het vijfde element van de lijn.

PREM Als $A \in \Gamma$ mag je een lijn neerschrijven met (i) een aangepaste lijnnummer, (ii) A, (iii) —-, (iv) PREM, en (v) $\emptyset$.

RU Als $A_1, \ldots, A_n \vdash_{\mathbf{LLL}} B$, en A_1 komt voor in een lijn (j_1) met Δ_1 als vijfde element, en ..., en A_n komt voor in een lijn (j_n) met Δ_n als vijfde element, dan mag je een lijn neerschrijven met (i) een aangepast lijnnummer, (ii) B, (iii) $j_1, \ldots, j_n$, (iv) RU en (v) $\Delta_1 \cup \ldots \cup \Delta_n$ (voor $n \geq 0$)

RC Als $A_1, \ldots, A_n \vdash_{\mathbf{LLL}} B \vee \mathsf{DAB}(\Theta)$, en A_1 komt voor in een lijn (j_1) met Δ_1 als vijfde element, en ..., en A_n komt voor in een lijn (j_n) met Δ_n als vijfde element, dan mag je een lijn neerschrijven met (i) een aangepast lijnnummer, (ii) B, (iii) $j_1, \ldots, j_n$, (iv) RC en (v) $\Delta_1 \cup \ldots \cup \Delta_n \cup \Theta$ (voor $n \geq 1$).

Als $A_1, \ldots, A_n \vdash_{\mathbf{LLL}} B \vee \mathsf{DAB}(\Theta)$, en als $A_1, \ldots, A_n$ voorkomen in respectievelijk lijnen $(i_1), \ldots, (i_n)$, allemaal met de lege verzameling als vijfde element, dan kunnen we zowel met RU een lijn neerschrijven met $B \vee \mathsf{DAB}(\Theta)$ als tweede element en $\emptyset$ als vijfde element, als dat we met RC een lijn kunnen neerschrijven met B als tweede element en Θ als vijfde element. In het algemeen is iedere lijn met A in het tweede en Δ in het vijfde element afleidbaar asa een lijn met $A \vee \mathsf{DAB}(\Delta)$ als tweede element en $\emptyset$ als vijfde element afleidbaar is. Als we $\perp$ afleiden in het tweede element van een lijn met Δ als vijfde element, dan weten we dat we ook een lijn kunnen afleiden met $\mathsf{DAB}(\Delta)$ als tweede element en $\emptyset$ als vijfde element ($\mathsf{DAB}(\Delta)$ is dan een DAB-gevolg van de premissen). $A \vee \mathsf{DAB}(\emptyset)$ definiëren we als A.

In adaptieve logica's kunnen we trouwens met het inferentie-schema IDAB werken (introductie van DAB-formules). Uit een lijn met $\perp$ als tweede en Σ als vijfde element, mogen we een lijn afleiden met $\mathsf{DAB}(\Sigma)$ als tweede en $\emptyset$ als vijfde element.

De niet-gemarkeerde lijnen met een niet-leeg vijfde element tonen ons de formules die —in dat stadium van het bewijs— wel afleidbaar zijn in de adaptieve logica, maar niet in de ondergrenslogica. Bekijken we dan nu de markeer-definities. De markeer-definities worden in ieder stadium van een bewijs opnieuw toegepast. De markeringen zijn *de* adaptieve middelen die ervoor zorgen dat adaptieve bewijzen goede parallellen zijn voor de *real life* evolutie van onze kennis. De beslissing of we een uitspraak al dan niet opnemen in ons kennisbestand, wordt bepaald op basis van ons huidig inzicht. Adaptief: het al dan niet markeren van een lijn wordt bepaald op basis van het inzicht in de premissen dat we in een bepaald stadium van een bewijs hebben. Vanzelfsprekend zijn adaptieve bewijzen instrumenten die ons kunnen helpen bij het maken van *real life* beslissingen.

De markeringen kunnen veranderen in een later stadium, maar we weten wel dat de markering in een verder stadium gebaseerd is op een diepere analyse (of bij een totaal inefficiënte toepassing van regels een even diepe analyse) van de premissen. Rekening houdend met het feit dat onze tijd altijd beperkt is, is dit 'inzicht in een bepaald stadium' vaak het beste wat we kunnen bereiken.

Definitie 29 $\mathsf{DAB}(\Delta)$ *is een minimale* DAB*-formule in stadium* (s) *van een bewijs uit* Γ *asa* $\mathsf{DAB}(\Delta)$ *afgeleid is in een lijn met* $\emptyset$ *als vijfde element, en er is geen* $\Delta' \subset \Delta$ *zodat* $\mathsf{DAB}(\Delta')$ *afgeleid is in een lijn met* $\emptyset$ *als vijfde element.*

Definitie 30 *Als* $\mathsf{DAB}(\Delta_1), \ldots, \mathsf{DAB}(\Delta_n)$ *de minimale* DAB*-formules in stadium* (s) *van een bewijs uit* Γ *zijn, dan bepalen we* $\mathsf{U}_s(\Gamma)$ *als volgt:* $\mathsf{U}_s(\Gamma) =_{\mathsf{df}} \Delta_1 \cup \ldots \cup \Delta_n$.

Definitie 31 (Markering voor de betrouwbaarheidsstrategie) *Lijn* (i) *met* Δ *als vijfde element is gemarkeerd in stadium* (s) *asa* $\Delta \cap \mathsf{U}_s(\Gamma) \neq \emptyset$.

Het is meteen duidelijk dat in een bewijs zonder DAB-formules in het tweede element, geen enkele lijn gemarkeerd wordt.

Voor de markering voor de **m**-strategie moeten we eerst enkele verzamelingen bepalen. $\Phi^o_s(\Gamma)$ is de verzameling van alle verzamelingen die één disjunct van iedere minimale DAB-formule in stadium (s) bevatten. $\Phi^*_s(\Gamma)$ is de verzameling van alle verzamelingen $Cn_{\mathbf{LLL}}(\varphi) \cap \mathcal{A}$, voor elke $\varphi \in \Phi^o_s(\Gamma)$. $\Phi_s(\Gamma)$ is de verzameling van die leden van $\Phi^*_s(\Gamma)$ die geen supersets zijn van andere leden van $\Phi^*_s(\Gamma)$. Intuïtief kunnen we $\Phi_s(\Gamma)$ omschrijven als de voorlopige berekening van de minimaal abnormale modellen, namelijk op basis van wat we weten in stadium (s). Als we alle minimale DAB-gevolgen van Γ kennen dan is elke $\varphi \in \Phi(\Gamma)$ gelijk aan een verzameling $\mathcal{A}(\mathsf{M})$.

Definitie 32 (Markering voor de minimale-abnormaliteitsstrategie) *Lijn* (i) *met* A *als tweede en* Δ *als vijfde element is gemarkeerd in stadium* (s) *asa* (1) *er geen enkele* $\varphi \in \Phi_s(\Gamma)$ *is zodat* $\varphi \cap \Delta = \emptyset$, *of* (2) *als er voor een* $\varphi \in \Phi_s(\Gamma)$ *geen enkele lijn is met* A *als tweede en* Δ' *als vijfde element zodat* $\varphi \cap \Delta' = \emptyset$.

Definitie 33 *A is finaal afgeleid uit Γ in lijn (i) in een stadium (s) van een bewijs asa, (1) A is het tweede element is van lijn (i), (2) lijn (i) is niet gemarkeerd in stadium (s), en (3) elke uitbreiding van het bewijs waarin lijn (i) gemarkeerd wordt, kan verder uitgebreid worden op zo'n manier dat lijn (i) weer niet gemarkeerd is.*

Definitie 34 *$\Gamma \vdash_{\mathbf{AL}} A$ (A is finaal $\mathbf{AL}$-afleidbaar uit Γ) asa A finaal afgeleid is in een lijn van een bewijs uit Γ.*

Er is geen algemene positieve test voor finale afleidbaarheid, maar dit ontbreken van een positief test hoeven we niet als een nadeel te zien. "It can be shown that, as a dynamic proof proceeds, the insight in the premises provided by the proof never decreases and may increase. In other words, derivability at at stage provides an estimate for final derivability, and, as the proof proceeds, this estimate may become better, and never become worse."[17] Als we correctieve adaptieve logica's vergelijken met hun bovengrenslogica **CL**, dan moeten we stellen dat de dynamiek in de klassieke bewijzen weliswaar ontbreekt, maar dat iedere abnormale verzameling ons toelaat elke formule finaal af te leiden. Een positieve test voor een dergelijke afleidbaarheid weegt dus helemaal niet op tegen de (voorlopige) afleiding in een bepaald stadium van een bewijs. Bovendien is er voor de **LLL**-gevolgen (die ook adaptieve gevolgen zijn) natuurlijk wel een positieve test. De ruimte die er is tussen het afleiden van te weinig formules met de ondergrenslogica en het afleiden van te veel formules met de bovengrenslogica wordt gepast opgevuld met het afleiden van formules in een stadium van een adaptief bewijs.

Voor sommige adaptieve logica's kan de verzameling minimale DAB-gevolgen van een eindige verzameling voor eens en altijd berekend worden. Na deze berekening weten we dan dat het al dan niet markeren van een lijn in een verder stadium definitief is.[18]

7.3 Correctieve adaptieve logica's

Als we willen werken met de normen van de klassieke logica, maar tolerant zijn tegenover afwijkingen van de normen, dan zijn correctieve adaptieve logica's de aangewezen instrumenten. Een norm wordt dan eerder een aspiratie dan een noodzakelijke voorwaarde. Door toe te laten dat abnormaliteiten waar kunnen zijn, wordt vermeden dat alles waar wordt als toevallig niet voldaan is aan een norm van **CL**. Als een bepaalde verzameling premissen niet voldoet aan de klassieke normen, worden de abnormaliteiten bovendien vrij precies gelokaliseerd.

Het zich al dan niet abnormaal gedragen van een formule is afhankelijk van de verzameling premissen waarmee we werken. Als we met een lege verzameling werken, dan zijn er geen formules die zich abnormaal gedragen. Als er geen abnormaliteiten aan het licht komen bij het redeneren vanuit Γ, dan is voor elke correctieve adaptieve logica **CAL**, $\langle \Gamma, \mathbf{CAL} \rangle = \langle \Gamma, \mathbf{CL} \rangle$.

[17] [Batens:2003a], p. 63.
[18] Zie bijvoorbeeld sectie 7.4.1.

Het feit dat correctieve adaptieve logica's de klassieke normen (of aspiraties) hanteren en tegelijk afwijkingen tolereren, maakt hen uitermate geschikte kandidaten om theorieën van de vorm $\langle \Gamma, \mathbf{L} \rangle$ te formuleren, die nog niet de perfectie bereikt hebben die verondersteld wordt voor het gebruik van **CL**. Correctieve adaptieve logica's vermijden dat interessante afleidingsregels niet meer gebruikt kunnen worden (de regels disjunctief syllogisme, modus tollens, contrapositie, reductio ad absurdum zijn bijvoorbeeld niet geldig in **CLuN**, maar wel voorwaardelijk geldig in $\mathbf{ACLuN^r}$ en $\mathbf{ACLuN^m}$), en vermijden tegelijk trivialiteit.

Onder de correctieve adaptieve logica's spelen de inconsistentie-adaptieve logica's $\mathbf{ACLuN^r}$ en $\mathbf{ACLuN^m}$ een voorname rol, omdat alle abnormaliteiten ten opzichte van **CL** aan de oppervlakte komen onder de vorm van een inconsistentie.[19] In [Smith J.:1988] lezen we dat, alhoewel interne consistentie een gegeerd goed is in onze theorieën, inconsistenties toch vaak voorkomen in prototheorieën. *"When each member of a group of inconsistent statements enjoys some kind of empirical confirmation, simple excision of one or more of these statements to restore consistency might not be the most useful strategy for coming to a consistent and empirically adequate resolution."*[20] We kunnen het best met inconsistenties leren leven. Correctieve adaptieve logica's zijn dan de perfecte instrumenten. Correctieve adaptieve logica's zijn dus zeker goeie kandidaten om prototheorieën te formuleren. Ik denk dat heel wat van onze theorieën eigenlijk altijd prototheorieën blijven.

Stel dat we met een theorie $\langle \Gamma, \mathbf{CL} \rangle$ willen werken. Als na verloop van tijd blijkt dat die theorie een inconsistentie bevat (en dus triviaal wordt), lijkt het op het eerste gezicht voor de hand te liggen dat we **CL** behouden en Γ wijzigen, zodat de theorie weer consistent wordt. Deze oplossing is *de facto* echter niet zo wenselijk, zeker niet als we niet meteen een alternatieve theorie ter beschikking hebben of als we niet meteen zien hoe we Γ kunnen wijzigen.[21] Zoals Joel Smith aangeeft is het vaak niet aangewezen om de helft van een inconsistentie —laat staan beide helften— te schrappen. Een correctieve adaptieve logica maakt de theorie in zo'n geval zo rijk mogelijk.[22] Abnormaliteiten worden geïsoleerd zodat we de zwakke plekken van de theorie gemakkelijk kunnen opsporen, en zodat we klassiek kunnen blijven redeneren waar zich geen abnormaliteiten voordoen.

7.4 De inconsistentie-adaptieve logica's $\mathbf{ACLuN^r}$ en $\mathbf{ACLuN^m}$

De oudste en meest vertrouwde adaptieve logica's zijn de inconsistentie-adaptieve logica's $\mathbf{ACLuN^r}$ en $\mathbf{ACLuN^m}$. Omdat er duizend en een redenen zijn waarom inconsistenties kunnen opduiken in een theorie, is het aangewezen deze logica's te gebruiken wanneer we **CL** zouden willen gebruiken en geen bijzondere reden hebben waarom we 'alle onheil'

[19] Tenminste: als we de niet werken met de formulering $\mathbf{CL}^{+\perp}$; daarin komen abnormaliteiten aan de oppervlakte als het afleiden van $\perp$.

[20] See [Smith J.:1988], p. 429.

[21] [Batens:2002b], p. 129.

[22] "Zo rijk mogelijk" is dan een functie van de verzameling Γ, de toegestane abnormaliteiten, en de gekozen strategie.

van een andere abnormaliteit ten opzichte van **CL** verwachten. Zoals reeds gezegd komen alle abnormaliteiten ten opzichte van **CL** immers aan de oppervlakte als inconsistenties.

Paraconsistente logica's zorgen ervoor dat elke verzameling premissen een model heeft. Daartoe laten zij toe dat een inconsistentie waar kan zijn. Als we toelaten dat inconsistenties waar kunnen zijn, kunnen we geen afleidingen meer maken op basis van reductio ad absurdum, disjunctief syllogisme, modus tollens, of contrapositie. Paraconsistentie redt dus wel het zinvol redeneren, maar ten koste van veel zinnige afleidingen. Waar de paraconsistente logica **CLuN** er garant voor staat dat iedere verzameling premissen een model heeft, en daarom over het algemeen te veel modellen toelaat, maken de inconsistentie-adaptieve logica's selecties onder de **CluN**-modellen van de premissen.

Rekening houdend met alles wat ik tot nog toe over adaptieve logica's in het algemeen en inconsistentie-adaptieve logica's in het bijzonder gezegd heb, kan ik nu gewoonweg de inconsistentie-adaptieve logica's $\mathbf{ACLuN^r}$ en $\mathbf{ACLuN^m}$ volledig bepalen door te zeggen dat **CLuN** de ondergrenslogica is, de abnormaliteiten de formules van de vorm $\exists(A\&{\sim}A)$ zijn, en de respectievelijke strategieën de **r**- en de **m**-strategie zijn.[23]

Het werken met een inconsistentie-adaptieve logica verlost ons van de faalangst waarmee de klassieke logica ons opzadelt. We hoeven niet te wachten totdat we absolute zekerheid hebben omtrent onze premissen. We kunnen een rijke theorie opbouwen aan de hand van de beste verzameling premissen waarover we nu beschikken. Deze theorie wordt niet triviaal als er een inconsistentie opduikt, en zoals we zullen zien in deel II, is het afleiden van abnormaliteiten de motor voor theorie-ontwikkeling. Als onze verzameling premissen toevallig wel consistent blijkt te zijn, dan zijn de theorieën $\langle\Gamma, \mathbf{ACLuN^r}\rangle$ en $\langle\Gamma, \mathbf{ACLuN^m}\rangle$ equivalent met $\langle\Gamma, \mathbf{CL}\rangle$.

We hoeven ons trouwens niet uit te spreken over de mogelijke oorzaken van inconsistenties om de logica $\mathbf{ACLuN^m}$ of $\mathbf{ACLuN^m}$ te gebruiken. Vergissingen, het gebruik van een ambiguë taal bij het formuleren van de premissen, en het afwijkend gedrag van

[23]In de definitie van de markeer-definitie voor $\mathbf{ACLuN^m}$ in [Batens:1998a], p. 465, wordt gebruik gemaakt van *least* DAB-*formulas* en van een integriteitscriterium. Deze definitie is in het licht van de algemene bepaling van de markeer-definitie die in [Batens:2003a] gegeven wordt, te complex, en blijkt trouwens ook niet correct te zijn. Ik geef een eenvoudig voorbeeld dat toont dat met deze bepaling van de markeer-definitie, de juistheidsstelling van $\mathbf{ACLuN^m}$ niet klopt. Bekijken we het volgende bewijs:

1.	$Pa\&{\sim}Pa$	PREM	$\emptyset$
2.	$A \vee (\exists x)(Px\&{\sim}Px)$	PREM	$\emptyset$
3.	A	2; RC	$\{(\exists x)(Px\&{\sim}Px)\}$
4.	$(\exists x)(Px\&{\sim}Px)$	1; EG	$\emptyset$

In stadium (4) zijn zowel $(\exists x)(Px\&{\sim}Px)$ als $Pa\&{\sim}Pa$ minimale DAB-gevolgen. Maar omdat $Pa\&{\sim}Pa \vdash_{\mathbf{CLuN}} (\exists x)(Px\&{\sim}Px)$ wordt $(\exists x)(Px\&{\sim}Px)$ geschrapt in de bepaling van de verzameling $\Phi(\Gamma)$. Lijn (3) voldoet dan wel aan het integriteitscriterium want voor elke $\varphi \in \Phi(\Gamma)$ (en er is er maar één, namelijk $\{Pa\&{\sim}Pa\}$), geldt dan dat $\varphi \cap \{(\exists x)(Px\&{\sim}Px)\} = \emptyset$, en dus is A finaal afgeleid in lijn (3), en zodoende $\{Pa\&{\sim}Pa, A \vee (\exists x)(Px\&{\sim}Px)\} \vdash_{\mathbf{ACLuN^m}} A$.

Als we de zaak semantisch bekijken dan zien we dat alle modellen die $Pa\&{\sim}Pa$ waar maken, ook $(\exists x)(Px\&{\sim}Px)$ waarmaken, en dus dat er minimaal-abnormale van deze premissen zijn die A vals maken, en zodoende: $\{Pa\&{\sim}Pa, A \vee (\exists x)(Px\&{\sim}Px)\} \nvDash_{\mathbf{ACLuN^m}} A$.

Voor de bepaling van een adaptieve logica, gebruik de definities uit [Batens:2003a] !!

logische connectieven, ..., al deze onvolkomenheden kunnen opgevangen worden door het gebruik van een inconsistentie-adaptieve logica.

7.4.1 Socratische versie van $\mathbf{ACLuN^m}$

Dynamische bewijzen zijn voor mijzelf geen eigenaardigheid meer, maar ik heb vastgesteld dat sommige logici niet goed overweg kunnen met een afleidingsrelatie zonder algemene positieve test, met een notie als "afgeleid in een stadium van een bewijs", en met een definitie van de afleidbaarheidsrelatie die gebruik maakt van de noties "uitbreidingen van een bewijs" en "verdere uitbreidingen van een bewijs". Sommige logici geven er inderdaad de voorkeur aan om op zijn minst een positieve test te hebben voor de afleidbaarheid van A uit Γ. We kunnen deze voorkeur eigenaardig vinden, bijvoorbeeld omdat het onzinnig is dat we zekerheid willen over de conclusies die we trekken terwijl we niet eens zekerheid hebben omtrent onze premissen, maar in afwachting van de dag waarop de op zekerheid beluste logici wat wijn in hun water doen, kunnen de adaptieve logici misschien al wat water in hun wijn doen.

In deze sectie presenteer ik dan ook een Socratische versie van $\mathbf{ACLuN^m}$, een systeem waarin interne dynamiek kan vermeden worden als we werken met eindige verzamelingen. De aanpak bestaat erin eerst de abnormaliteiten te berekenen die waar gemaakt worden in de minimaal abnormale modellen. Formules die daarna afgeleid worden, zijn meteen finaal afleidbaar.

De Socratische versie van $\mathbf{ACLuN^m}$ is natuurlijk niet alleen belangrijk als poging om de drempelvrees te counteren die sommige klassieke logici voelen ten aanzien van adaptieve logica's, maar ook en vooral omdat doelgerichtheid en efficiëntie belangrijk worden als we beslissingen nemen op basis van voorlopige inzichten in de gegevens.

Deze Socratische versie, die ik $\mathbf{ASCLuN^m}$ noem, maakt gebruik van de bewijstheorie van $\mathbf{SCLuN^o}$.[24] Deze sectie bevat nog geen metatheorie, maar ik vermoed dat de voorbeelden die ik hier geef overtuigend genoeg zijn als ondersteuning van de volgende uitspraak:

> Als Γ een eindige verzameling premissen is, en er is een $\mathbf{SCLuN^o}$-trivialiteitsbewijs voor $\Gamma \vdash \bot$ dat stopt, dan tonen de lijnen die noch afgevlagd noch afgeblokt zijn, ons de verschillende $\varphi \in \Phi(\Gamma)$ ofte de verschillende verzamelingen $\mathcal{A}(M)$ van de $\mathbf{CLuN}$-modellen van Γ.

De overtuiging dat deze hypothese correct is, is gebaseerd op corollarium 4, dat zegt dat alle $\mathbf{CLuN}^\delta$-modellen van de premissen linkse $\mathbf{CLuN}^\delta$-modellen van een open lijn zijn. Als deze hypothese klopt, dan kunnen we ook voor oneindige verzamelingen een efficiënte werkwijze vastleggen om de verzameling $\Phi_s(\Gamma)$ te bepalen in een stadium (s) van een bewijs.[25]

Ik geef een voorbeeld met een steeds uitbreidende verzameling Γ, waarvan de leden in een bepaalde volgorde gegeven zijn. Ik gebruik de namen Γ_1, Γ_2, ..., Γ_n, ... om de

[24]Zie sectie 6.6.

[25]Voor de definitie van $\Phi_s(\Gamma)$, zie pagina 159.

deelverzamelingen van Γ aan te duiden die respectievelijk alleen de eerste formule van Γ, alleen de twee eerste formules van Γ, ..., alleen de n eerste formules van Γ, ... bevatten. De tekenreeks $\vdash \bot$ schrijf ik telkens onzichtbaar.

- $\Gamma_1 = \{\sim(p \vee \sim q)\}$

Prem		
$\surd$	1	$\sim(p \vee \sim q)$
$\sim$L		
$\surd$	1.1	$\neg(p \vee \sim q)$
	1.2	$\delta_{\sim(p\vee\sim q)}$
$\neg\vee$L		
$\surd$	1.1^1	$\neg p,\ \neg\sim q$
$\neg\sim$L		
	1.1^2	$\neg p,\ q,\ \neg\delta_{\sim q}$

Dit trivialiteitsbewijs uit Γ_1 stopt, en blijft vanzelfsprekend open. De open lijn (1.2) suggereert dat er modellen van Γ_1 zijn die de inconsistentie $(p \vee \sim q)\&\sim(p \vee \sim q)$ waar maken. De open lijn 1.1^2 suggereert dat er modellen van Γ_1 zijn die geen enkele inconsistentie waar maken. Γ_1 heeft dus consistente modellen, en de conclusie is hier dan ook dat $\Gamma_1 \vdash_{\mathbf{ACLuN^m}} A$ asa $\Gamma_1 \vdash_{\mathbf{CL}} A$. Bovendien tonen de formules in lijn 1.1^2 welke de interessante gevolgen zijn van Γ_1. De afleiding van $\neg p$ wijst erop dat $\sim p$ wel en p zeker niet tot de gevolgen van Γ_1 behoort. De afleiding van $\neg\delta_{\sim q}$ wijst erop dat $q\&\sim q$ vals is in de minimaal-inconsistente modellen van Γ_1. We breiden Γ_1 uit tot Γ_2 en doen verder met de open lijnen.

- $\Gamma_2 = \Gamma_1 \cup \{\sim q\}$

$\surd$	1.1^2	$\neg p,\ q,\ \neg\delta_{\sim q}$
$\surd$	1.2	$\delta_{\sim(p\vee\sim q)}$
Prem		
$\surd$	2.1^2	$\sim q,\ \neg p,\ q,\ \neg\delta_{\sim q}$
$\surd$	2.2	$\sim q,\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}$
$\sim$L (op beide lijnen)		
	$\boxed{2.1.1}$	$\neg q,\ \neg p,\ q,\ \neg\delta_{\sim q}$
	$\boxed{2.1.2}$	$\delta_{\sim q},\ \neg p,\ q,\ \neg\delta_{\sim q}$
	2.2.1	$\neg q,\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}$
	2.2.2	$\delta_{\sim q},\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}$

De lijnen (2.1.1) en (2.1.2) zijn afgeblokt omdat de lijnen geen linkse $\mathbf{CLuN}^\delta$-modellen hebben. In het licht van corollarium 4 kunnen we dus besluiten dat alle $\mathbf{CLuN}^\delta$-modellen van Γ_2 modellen van $\{\neg q,\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}\}$ of modellen van $\{\delta_{\sim q},\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}\}$ zijn. Lijn (2.2.2) suggereert dat er modellen zijn waarin zowel $q\&\sim q$ als $(p \vee \sim q)\&\sim(p \vee \sim q)$ waar zijn. Maar lijn (2.2.1) suggereert dat er modellen zijn waarin enkel $(p \vee \sim q)\&\sim(p \vee \sim q)$ waar is (en waarin q duidelijk vals is). De linkse $\mathbf{CluN}^\delta$-modellen van lijn (2.2.1), die geen andere inconsistenties waarmaken dan $(p \vee \sim q)\&\sim(p \vee \sim q)$, zijn dan ook de minimaal inconsistente modellen van Γ_2.

Er zijn dus geen consistente modellen meer van Γ_2. Een klassiek trivialiteitsbewijs uit Γ_2 sluit inderdaad, wat erop wijst dat Γ_2 triviaal is onder **CL**.[26]

Ter vergelijking geef ik een $\mathbf{ACLuN^m}$-bewijs uit Γ_2. $?A$ gebruik als afkorting voor $\exists(A\&{\sim}A)$.

	1.	${\sim}(p \vee {\sim}q)$	PREM	$\emptyset$
	2.	${\sim}q$	PREM	$\emptyset$
$\boxed{6}$	3.	${\sim}p$	1; RC (ND)	$\{?{\sim}(p \vee {\sim}q)\}$
$\boxed{6}$	4.	${\sim}{\sim}q$	1; RC (ND)	$\{?{\sim}(p \vee {\sim}q)\}$
	5.	$p \vee {\sim}q$	2; RU (ADD)	$\emptyset$
	6.	$?{\sim}(p \vee {\sim}q)$	1, 5; RU (CONJ)	$\emptyset$

Lijnen (3) en (4) worden gemarkeerd in stadium 6. Het is interessant op te merken dat we in plaats van respectievelijk ${\sim}p$ en ${\sim}{\sim}q$ ook $\neg p$ en $\neg{\sim}q$ hadden kunnen schrijven in het tweede element van lijnen (3) en (4). Dit zou ons onmiddellijk getoond hebben dat de lijn met $\neg{\sim}q$ als tweede element gemarkeerd zou moeten worden, want ${\sim}q$ vertoeft al onvoorwaardelijk in het bewijs. Merk ook op dat het afleiden van lijn (6) enig kunst- en vliegwerk vereist, want als je je niet het doel stelt om disjuncties van inconsistenties af te leiden, kom je er nooit toe om additie toe te passen in lijn (5).

Vooraleer we verder gaan met het bewijs uit Γ_3, wil ik een *shortcut* regel voor ${\sim}$L introduceren. Als deze regel toepast wordt op ${\sim}A$, terwijl links ook de formule A voorkomt, dan wordt één van de twee conclusie-lijnen onmiddellijk afgeblokt.

${\sim}$L+	(i)	${\sim}A,\ A,\ \Phi$	(regel)	Δ
	(i^{+1})	$\delta_{\sim A},\ A,\ \Phi$	i; ${\sim}$L+	Δ

Omdat $\Gamma_3 = \Gamma_2 \cup \{r\}$, waarop dus geen nieuwe regels van toepassing zijn, ga ik onmiddellijk over tot Γ_4.

- $\Gamma_4 = \Gamma_2 \cup \{q \vee {\sim}r, r\}$

$\surd$ 2.2.1 $\neg q,\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}$
$\surd$ 2.2.2 $\delta_{\sim q},\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}$
PREM
$\surd$ 4.1 $q \vee {\sim}r,\ r,\ \neg q,\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}$
$\surd$ 4.2 $q \vee {\sim}r,\ r,\ \delta_{\sim q},\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}$
$\vee$L (op beide lijnen)
$\boxed{4.1.1}$ $q,\ r,\ \neg q,\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}$
$\surd$ 4.1.2 ${\sim}r,\ r,\ \neg q,\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}$
4.2.1 $q,\ r,\ \delta_{\sim q},\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}$
$\surd$ 4.2.2 ${\sim}r,\ r,\ \delta_{\sim q},\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}$
${\sim}$L+ (op 4.1.2 en 4.2.2)
$4.1.2^1$ $\delta_{\sim r},\ r,\ \neg q,\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}$
$4.2.2^2$ $\delta_{\sim r},\ r,\ \delta_{\sim q},\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}$

[26] Lemma 5, pagina 96.

Dit Socratisch bewijs uit Γ_4 leert ons dat er **CLuN**-modellen van Γ_4 zijn die $?{\sim}q$ en $?{\sim}(p \vee {\sim}q)$ waar maken (4.2.1), andere die $?{\sim}r$ en $?{\sim}(p \vee {\sim}q)$ waar maken ($4.1.2^1$), en nog andere die zowel $?{\sim}q$, $?{\sim}r$ als $?{\sim}(p \vee {\sim}q)$ waar maken ($4.2.2^2$). Deze laatste groep modellen zijn duidelijk niet minimaal inconsistent; de twee andere groepen wel. Alle **ACLuN$^\mathbf{m}$**-gevolgen van Γ_4 moeten waar zijn in beide groepen modellen. Dit wordt interessant als we verder uitbreiden tot Γ_6.

- $\Gamma_6 = \Gamma_4 \cup \{{\sim}s \vee q, s \supset {\sim}r\}$

$\surd$	4.1	$q,\ r,\ \delta_{\sim q},\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}$
$\surd$	4.2	$\delta_{\sim r},\ r,\ \neg q,\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}$
$\surd$	4.3	$\delta_{\sim r},\ r,\ \delta_{\sim q},\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}$
PREM		
$\surd$	6.1	${\sim}s \vee q,\ s \supset {\sim}r,\ q,\ r,\ \delta_{\sim q},\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}$
$\surd$	6.2	${\sim}s \vee q,\ s \supset {\sim}r,\ \delta_{\sim r},\ r,\ \neg q,\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}$
$\surd$	6.3	${\sim}s \vee q,\ s \supset {\sim}r,\ \delta_{\sim r},\ r,\ \delta_{\sim q},\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}$
$\vee$L (op alle lijnen)		
$\surd$	6.1.1	${\sim}s,\ s \supset {\sim}r,\ q,\ r,\ \delta_{\sim q},\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}$
$\surd$	6.1.2	$q,\ s \supset {\sim}r,\ r,\ \delta_{\sim q},\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}$
$\surd$	6.2.1	${\sim}s,\ s \supset {\sim}r,\ \delta_{\sim r},\ r,\ \neg q,\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}$
	$\boxed{6.2.2}$	$q,\ s \supset {\sim}r,\ \delta_{\sim r},\ r,\ \neg q,\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}$
$\surd$	6.3.1	${\sim}s,\ s \supset {\sim}r,\ \delta_{\sim r},\ r,\ \delta_{\sim q},\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}$
$\surd$	6.3.2	$q,\ s \supset {\sim}r,\ \delta_{\sim r},\ r,\ \delta_{\sim q},\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}$
$\supset$L (op alle lijnen)		
	6.1.1.1	${\sim}s,\ \neg s,\ q,\ r,\ \delta_{\sim q},\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}$
$\surd$	6.1.1.2	${\sim}s,\ {\sim}r,\ q,\ r,\ \delta_{\sim q},\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}$
	6.1.2.1	$q,\ \neg s,\ r,\ \delta_{\sim q},\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}$
$\surd$	6.1.2.2	$q,\ {\sim}r,\ r,\ \delta_{\sim q},\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}$
	6.2.1.1	${\sim}s,\ \neg s,\ \delta_{\sim r},\ r,\ \neg q,\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}$
$\surd$	6.2.1.2	${\sim}s,\ {\sim}r,\ \delta_{\sim r},\ r,\ \neg q,\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}$
	6.3.1.1	${\sim}s,\ \neg s,\ \delta_{\sim r},\ r,\ \delta_{\sim q},\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}$
$\surd$	6.3.1.2	${\sim}s,\ {\sim}r,\ \delta_{\sim r},\ r,\ \delta_{\sim q},\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}$
	6.3.2.1	$q,\ \neg s,\ \delta_{\sim r},\ r,\ \delta_{\sim q},\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}$
$\surd$	6.3.2.2	$q,\ {\sim}r,\ \delta_{\sim r},\ r,\ \delta_{\sim q},\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}$
${\sim}$L+ (op ${\sim}r$)		
	$6.1.1.2^1$	${\sim}s,\ \delta_{\sim r},\ q,\ r,\ \delta_{\sim q},\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}$
	$6.1.2.2^1$	$q,\ \delta_{\sim r},\ r,\ \delta_{\sim q},\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}$
	$6.2.1.2^1$	${\sim}s,\ \delta_{\sim r},\ r,\ \neg q,\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}$
	$6.3.1.2^1$	${\sim}s,\ \delta_{\sim r},\ r,\ \delta_{\sim q},\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}$
	$6.3.2.2^1$	$q,\ \delta_{\sim r},\ r,\ \delta_{\sim q},\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}$

Zonder ook nog ${\sim}s$ uit te werken zien we al welke lijnen er minimaal inconsistente modellen representeren. Ik kopieer ze even:

6.1.1.1	${\sim}s,\ \neg s,\ q,\ r,\ \delta_{\sim q},\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}$
6.1.2.1	$q,\ \neg s,\ r,\ \delta_{\sim q},\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}$
6.2.1.1	${\sim}s,\ \neg s,\ \delta_{\sim r},\ r,\ \neg q,\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}$
$6.2.1.2^1$	${\sim}s,\ \delta_{\sim r},\ r,\ \neg q,\ \delta_{\sim(p\vee\sim q)}$

Als we $\vdash \sim s$ toevoegen op het einde van elk van deze lijnen,[27] zien we dat elk van deze lijnen aanleiding geeft tot alleen maar afgeblokte lijnen. We kunnen dan ook besluiten dat $\Gamma_6 \vdash_{\mathbf{ACLuN^m}} \sim s$.

Ik probeer nu deze bevindingen in een algemene vorm te gieten.

Als Γ eindig is, en als een trivialiteitsbewijs uit Γ stopt, dan bevat ieder open lijn alleen nog formules waarop geen enkele regel meer van toepassing is. Als Γ **CLuN**-modellen heeft, dan blijven er n lijnen open ($n \geq 1$). Laat ons deze lijnen respectievelijk (1), ... en (n) noemen. De formules van de vorm $\delta_{\sim A}$ laten ons toe de minimaal inconsistente lijnen te bepalen.[28] Als er een open lijn is zonder formules van de vorm $\delta_{\sim A}$, dan heeft Γ klassieke modellen en is $Cn_{\mathbf{ACLuN^m}}(\Gamma) = Cn_{\mathbf{CL}}(\Gamma)$. In het andere geval heeft Γ alleen inconsistente modellen en kunnen we de minimaal inconsistente modellen bepalen op basis van de formules van de vorm $\delta_{\sim A}$ die voorkomen in de open lijnen. Hoe dan ook suggereren de formules in de open lijnen welke formules finaal afleidbaar zijn. We kunnen nu gewoon verder werken met enkel de minimaal inconsistente lijnen, en het onzichtbaar geschreven $\vdash \bot$ vervangen door het zichtbaar geschreven $\vdash A$ voor relevant geachte doelen.

Er blijft ook een ander optie over. Voor elke open lijn i kunnen we nu de verzameling Θ^i van $\mathbf{CL}^{+\bot}$-gevolgen van de formules in die lijn bepalen. We kunnen dan besluiten dat $Cn_{\mathbf{ACLuN^m}}(\Gamma) = \Theta^1 \cap \ldots \cap \Theta^n$.

In het licht van de **SCLuN°**-versie van theorema 3 —het theorema dat zegt dat in elk stadium van een trivialiteitsbewijs uit Γ de linkse modellen van de lijnen die niet afgevlagd of afgeblokt zijn, ofwel geen **CLuN**-modellen zijn ofwel modellen van Γ zijn— kunnen we eigenlijk om het even welk trivialiteitsbewijs in om het even welk stadium stopzetten, om op basis van de formules van de vorm $\delta_{\sim A}$ die op dat moment in de open lijnen staan, de minimaal inconsistente lijnen (in dat stadium) te selecteren. Om zinvol te werken, passen we dan het best, zoals hierboven, een afleiding ineens toe op alle betreffende open lijnen.

Bij het werken met predicatieve formules is er een heel kleine complicatie.[29] Als $\delta_{\sim(A(\psi/\alpha)}$ en $\delta_{\sim(A(\beta/\alpha)}$ beide voorkomen in het tweede element van een lijn, waarin ψ een constante is die ingevoerd is op basis van een toepassing van $\exists$L, $\neg\forall$L, $\forall$R, $\neg\forall$R, en waarin β een gewone constante is, telt $\delta_{\sim(A(\psi/\alpha)}$ niet mee als extra inconsistentie. De reden hiervoor is heel eenvoudig. $\delta_{\sim(A(\psi/\alpha)}$ staat eigenlijk voor een formule van de vorm $\exists\delta_{\sim A}$, en deze laatste formule is hoe dan ook waar als $\delta_{\sim(A(\beta/\alpha)}$ waar is. Ik illustreer dit met een eenvoudig voorbeeld. Dit voorbeeld illustreert meteen ook dat we het afblokken van lijnen op basis van SAL1 het best uitstellen totdat het bewijs stopt, wanneer we wel het doel in rekening brengen. Op het einde moeten we immers een vergelijking maken

[27] Als we het onzichtbaar geschreven $\vdash \bot$ vervangen door $\vdash \sim s$.

[28] Γ heeft geen **CLuN**-modellen als er klassieke inconsistenties afleidbaar zijn uit Γ, maar dan is Γ triviaal onder **CLuN**.

[29] Het is ten andere de worsteling met deze complicatie die met zich meegebracht heeft dat ik de onnauwkeurigheid in de bepaling van de markeer-definitie voor $\mathbf{ACLuN^m}$, zoals die geformuleerd is in [Batens:1998a], p. 465 (zie voetnoot 23, pagina 162), ontdekt heb. Dit verklaart meteen ook de keuze van de twee eerste voorbeelden die ik hieronder geef.

van de niet afgevlagde lijnen èn de lijnen die niet afgeblokt zijn op basis van SAL1.[30]

- $?\{A \vee (\exists x)(Px\&{\sim}Px) \vdash_{\mathbf{ACLuN^m}} A\}$

GOAL, PREM
$\surd$ 1 $A \vee (\exists x)(Px\&{\sim}Px) \vdash A$
$\vee$L
1.1 $A \vdash_{\mathbf{ACLuN^m}} A$
$\surd$ 1.2 $(\exists x)(Px\&{\sim}Px) \vdash A$
$\exists$L
$\surd$ 1.2^1 $Pa\&{\sim}Pa \vdash A$
&L
$\surd$ 1.2^2 $Pa, {\sim}Pa \vdash A$
${\sim}$L+
1.2^3 $Pa, \delta_{\sim Pa} \vdash A$

Van de open gebleven lijnen is er één minimaal inconsistent, namelijk lijn (1.1). Deze kan echter afgeblokt worden op basis van SAL1. Dit laat ons toe te besluiten dat $A \vee (\exists x)(Px\&{\sim}Px) \vdash_{\mathbf{ACLuN^m}} A$ inderdaad het geval is. Bekijken we nu echter wat er gebeurt als we de premissen Pa en ${\sim}Pa$ toevoegen.

- $?\{Pa, {\sim}Pa, A \vee (\exists x)(Px\&{\sim}Px) \vdash_{\mathbf{ACLuN^m}} A\}$

$\surd$ 3 $Pa, {\sim}Pa, A \vee (\exists x)(Px\&{\sim}Px) \vdash A$
${\sim}$L+
$\surd$ 3 $Pa, \delta_{\sim Pa}, A \vee (\exists x)(Px\&{\sim}Px) \vdash A$
$\vee$L
3.1 $Pa, \delta_{\sim Pa}, A \vdash A$
$\surd$ 3.2 $Pa, \delta_{\sim Pa}, (\exists x)(Px\&{\sim}Px) \vdash A$
$\exists$L
$\surd$ 3.2^1 $Pa, \delta_{\sim Pa}, Pb\&{\sim}Pb \vdash A$
&L
$\surd$ 3.2^2 $Pa, \delta_{\sim Pa}, Pb, {\sim}Pb \vdash A$
${\sim}$L+
3.2^3 $Pa, \delta_{\sim Pa}, Pb, \delta_{\sim Pb} \vdash A$

Er zijn weer twee open gebleven lijnen. In (3.1) komt $\delta_{\sim Pa}$ voor, en in (3.2^3) komen $\delta_{\sim Pa}$ en $\delta_{\sim Pb}$ voor. $\delta_{\sim Pb}$ is echter waar als $\delta_{\sim Pa}$ waar is, en dus zijn beide lijnen minimaal inconsistent. En dus is er een minimaal inconsistente lijn die niet afgeblokt wordt op basis van SAL1. En dus kunnen we besluiten dat $Pa, {\sim}Pa, A \vee (\exists x)(Px\&{\sim}Px) \nvdash_{\mathbf{ACLuN^m}} A$.

Als een bewijs stopt en er zijn alleen open lijnen met alleen $\delta_{\sim A(\psi/\alpha)}$, en open lijnen met alleen $\delta_{\sim A(\psi/\alpha)}$ en $\delta_{\sim A(\beta/\alpha)}$, dan zijn alleen de eerste lijnen minimaal inconsistent, vanzelfsprekend. Een eenvoudige illustratie.

[30]De lijnen die afgeblokt zijn op basis van SAL2 of SAL3 moeten immers niet in rekening gebracht worden bij het berekenen van de minimaal inconsistente lijnen. Er zijn immers geen **CLun**-modellen die zowel A als $\neg A$ waar maken (SAL2), en er zijn ook geen **CLun**-modellen die zowel A als $\neg A$ vals maken (SAL3).

- $?\{(\exists x)(Px\&{\sim}Px),\ A \vee (Pa\&{\sim}Pa) \vdash_{\mathbf{ACLuN^m}} A\}$

$\surd$ 2 $(\exists x)(Px\&{\sim}Px),\ A \vee (Pa\&{\sim}Pa) \vdash A$
$\exists$L
$\surd$ 2^1 $Pb\&{\sim}Pb,\ A \vee (Pa\&{\sim}Pa) \vdash A$
&L
$\surd$ 2^2 $Pb,\ {\sim}Pb,\ A \vee (Pa\&{\sim}Pa) \vdash A$
~L+
$\surd$ 2^3 $Pb,\ \delta_{\sim Pb},\ A \vee (Pa\&{\sim}Pa) \vdash A$
$\vee$L
2.1 $Pb,\ \delta_{\sim Pb},\ A \vdash A$
$\surd$ 2.2 $Pb,\ \delta_{\sim Pb},\ Pa\&{\sim}Pa \vdash A$
&L
$\surd$ 2.2^1 $Pb,\ \delta_{\sim Pb},\ Pa,\ {\sim}Pa \vdash A$
~L
2.2^1 $Pb,\ \delta_{\sim Pb},\ Pa,\ \delta_{\sim Pa} \vdash A$

Er zijn twee open lijnen, maar slechts één ervan is minimaal inconsistent, namelijk lijn (2.1); $\exists\delta_{\sim Px}$ (wat equivalent is met $\delta_{\sim Pb}$ kan ook waar zijn zonder dat $\delta_{\sim Pa}$ waar is. En zodoende kunnen we besluiten dat $Pa,\ {\sim}Pa,\ A \vee (\exists x)(Px\&{\sim}Px) \vdash_{\mathbf{ACLuN^m}} A$ inderdaad het geval is.

Ter afronding van het hoofdstuk 'Socratische bewijzen' geef ik nog een predicatief voorbeeld. In de rest van deze tekst kom ik niet meer terug op Socratische bewijzen of andere manieren om finale afleidbaarheid te berekenen. We onthouden vooral dat er manieren zijn om, zonder kunst- en vliegwerk, de minimaal inconsistente modellen van een eindige verzameling premissen te berekenen. Het berekenen van de minimaal inconsistente modellen kan nuttig zijn bij het bijschaven van theorieën. De minimale DAB-gevolgen tonen ons immers wat er nog mankeert aan onze theorie, en we kunnen dan ook experimenten opzetten of nieuwe observaties verrichten om de oorzaak van de waar gemaakte abnormaliteiten te achterhalen. Experimenten kunnen echter duur zijn of belastend voor het milieu; sommige experimenten kunnen ook ethisch onverantwoord zijn. Het is ook niet altijd mogelijk om de gewenste observaties te verrichten. Het is daarom belangrijk dat onze berekening van de minimaal abnormale modellen zo precies mogelijk gebeurt. Als we slechts kunnen werken met minimale DAB-formules in een stadium van een bewijs, dan is de kans groot dat we bij het bijschaven van onze theorie te veel abnormaliteiten gaan testen. Ik verwijs naar deel II, waarin dergelijke problemen aan bod komen.

Het voorbeeld illustreert ten andere ook dat Socratische bewijzen enerzijds geen vindingrijkheid vereisen, maar anderzijds wel veel schrijfwerk vereisen. Dit alles wijst erop dat computers finale afleidbaarheid zouden kunnen berekenen, en dat een efficiënte heuristiek meer dan welkom zou zijn. Ik maak in dit bewijs trouwens weer gebruik van enkele nieuwe shortcuts.

- $\{(\forall x)(Px \supset Qx),\ (\forall x)(Px \supset Rx),\ (\forall x)(Qx \supset {\sim}Rx),\ Pa,\ {\sim}Ra \vdash_{\mathbf{ACLuN^m}} (\forall x){\sim}Px\}$

$\surd$ 3 $(\forall x)(Px \supset Qx),\ (\forall x)(Px \supset Rx),\ (\forall x)(Qx \supset {\sim}Rx) \vdash (\forall x){\sim}Px$

$\forall$R

$\surd$ 3^1 $(\forall x)(Px \supset Qx), (\forall x)(Px \supset Rx), (\forall x)(Qx \supset {\sim}Rx) \vdash {\sim}Pc$

${\sim}$R

$\surd$ 3^1 $(\forall x)(Px \supset Qx), (\forall x)(Px \supset Rx), (\forall x)(Qx \supset {\sim}Rx) \vdash \neg Pc, \delta_{\sim Pc}$

$\forall$L

$\surd$ 3^1 $Pc \supset Qc, Pc \supset Rc, Qc \supset {\sim}Rc, (\forall x)(Px \supset Qx)_{\{c\}}, (\forall x)(Px \supset Rx)_{\{c\}},$
$(\forall x)(Qx \supset {\sim}Rx)_{\{c\}} \vdash \neg Pc, \delta_{\sim Pc}$

$\supset$L

$\surd$ 3.1 $\neg Pc, Pc \supset Rc, Qc \supset {\sim}Rc, (\forall x)(Px \supset Qx)_{\{c\}}, (\forall x)(Px \supset Rx)_{\{c\}},$
$(\forall x)(Qx \supset {\sim}Rx)_{\{c\}} \vdash \neg Pc, \delta_{\sim Pc}$

$\surd$ 3.2 $Qc, Pc \supset Rc, Qc \supset {\sim}Rc, (\forall x)(Px \supset Qx)_{\{c\}}, (\forall x)(Px \supset Rx)_{\{c\}},$
$(\forall x)(Qx \supset {\sim}Rx)_{\{c\}} \vdash \neg Pc, \delta_{\sim Pc}$

$\supset$L (op beide lijnen)

$\surd$ 3.1.1 $\neg Pc, Qc \supset {\sim}Rc, (\forall x)(Px \supset Qx)_{\{c\}}, (\forall x)(Px \supset Rx)_{\{c\}},$
$(\forall x)(Qx \supset {\sim}Rx)_{\{c\}} \vdash \neg Pc, \delta_{\sim Pc}$

$\surd$ 3.1.2 $\neg Pc, Rc, Qc \supset {\sim}Rc, (\forall x)(Px \supset Qx)_{\{c\}}, (\forall x)(Px \supset Rx)_{\{c\}},$
$(\forall x)(Qx \supset {\sim}Rx)_{\{c\}} \vdash \neg Pc, \delta_{\sim Pc}$

$\surd$ 3.2.1 $Qc, \neg Pc, Qc \supset {\sim}Rc, (\forall x)(Px \supset Qx)_{\{c\}}, (\forall x)(Px \supset Rx)_{\{c\}},$
$(\forall x)(Qx \supset {\sim}Rx)_{\{c\}} \vdash \neg Pc, \delta_{\sim Pc}$

$\surd$ 3.2.2 $Qc, Rc, Qc \supset {\sim}Rc, (\forall x)(Px \supset Qx)_{\{c\}}, (\forall x)(Px \supset Rx)_{\{c\}},$
$(\forall x)(Qx \supset {\sim}Rx)_{\{c\}} \vdash \neg Pc, \delta_{\sim Pc}$

$\supset$L (op alle lijnen)

3.1.1.1 $\neg Pc, \neg Qc, (\forall x)(Px \supset Qx)_{\{c\}}, (\forall x)(Px \supset Rx)_{\{c\}},$
$(\forall x)(Qx \supset {\sim}Rx)_{\{c\}} \vdash \neg Pc, \delta_{\sim Pc}$

$\surd$ 3.1.1.2 $\neg Pc, {\sim}Rc, (\forall x)(Px \supset Qx)_{\{c\}}, (\forall x)(Px \supset Rx)_{\{c\}},$
$(\forall x)(Qx \supset {\sim}Rx)_{\{c\}} \vdash \neg Pc, \delta_{\sim Pc}$

3.1.2.1 $\neg Pc, Rc, \neg Qc, (\forall x)(Px \supset Qx)_{\{c\}}, (\forall x)(Px \supset Rx)_{\{c\}},$
$(\forall x)(Qx \supset {\sim}Rx)_{\{c\}} \vdash \neg Pc, \delta_{\sim Pc}$

$\surd$ 3.1.2.2 $\neg Pc, Rc, {\sim}Rc, (\forall x)(Px \supset Qx)_{\{c\}}, (\forall x)(Px \supset Rx)_{\{c\}},$
$(\forall x)(Qx \supset {\sim}Rx)_{\{c\}} \vdash \neg Pc, \delta_{\sim Pc}$

$\boxed{3.2.1.1}$ $Qc, \neg Pc, \neg Qc\ (\forall x)(Px \supset Qx)_{\{c\}}, (\forall x)(Px \supset Rx)_{\{c\}},$
$(\forall x)(Qx \supset {\sim}Rx)_{\{c\}} \vdash \neg Pc, \delta_{\sim Pc}$

$\surd$ 3.2.1.2 $Qc, \neg Pc, {\sim}Rc, (\forall x)(Px \supset Qx)_{\{c\}}, (\forall x)(Px \supset Rx)_{\{c\}},$
$(\forall x)(Qx \supset {\sim}Rx)_{\{c\}} \vdash \neg Pc, \delta_{\sim Pc}$

$\boxed{3.2.2.1}$ $Qc, Rc, \neg Qc, (\forall x)(Px \supset Qx)_{\{c\}}, (\forall x)(Px \supset Rx)_{\{c\}},$
$(\forall x)(Qx \supset {\sim}Rx)_{\{c\}}, \vdash \neg Pc, \delta_{\sim Pc}$

$\surd$ 3.2.2.2 $Qc, Rc, {\sim}Rc, (\forall x)(Px \supset Qx)_{\{c\}}, (\forall x)(Px \supset Rx)_{\{c\}},$
$(\forall x)(Qx \supset {\sim}Rx)_{\{c\}} \vdash \neg Pc, \delta_{\sim Pc}$

${\sim}$L(+)

3.1.1.2.1 $\neg Pc, \neg Rc, (\forall x)(Px \supset Qx)_{\{c\}}, (\forall x)(Px \supset Rx)_{\{c\}},$
$(\forall x)(Qx \supset {\sim}Rx)_{\{c\}}, \vdash \neg Pc, \delta_{\sim Pc}$

3.1.1.2.2 $\neg Pc, (\forall x)(Px \supset Qx)_{\{c\}}, (\forall x)(Px \supset Rx)_{\{c\}},$
$(\forall x)(Qx \supset {\sim}Rx)_{\{c\}}, \delta_{\sim Rc} \vdash \neg Pc, \delta_{\sim Pc}$

$3.1.2.2^1$ $\neg Pc, Rc, (\forall x)(Px \supset Qx)_{\{c\}}, (\forall x)(Px \supset Rx)_{\{c\}},$
$(\forall x)(Qx \supset {\sim}Rx)_{\{c\}}, \delta_{\sim Rc} \vdash \neg Pc, \delta_{\sim Pc}$

3.2.1.2.1 $Qc, \neg Pc, \neg Rc, (\forall x)(Px \supset Qx)_{\{c\}}, (\forall x)(Px \supset Rx)_{\{c\}},$
$(\forall x)(Qx \supset {\sim}Rx)_{\{c\}} \vdash \neg Pc, \delta_{\sim Pc}$

3.2.1.2.2 $Qc, \neg Pc, (\forall x)(Px \supset Qx)_{\{c\}}, (\forall x)(Px \supset Rx)_{\{c\}},$
$(\forall x)(Qx \supset {\sim}Rx)_{\{c\}}, \delta_{\sim Rc} \vdash \neg Pc, \delta_{\sim Pc}$

3.2.2.2[1] Qc, Rc, $(\forall x)(Px \supset Qx)_{\{c\}}$, $(\forall x)(Px \supset Rx)_{\{c\}}$, $(\forall x)(Qx \supset {\sim}Rx)_{\{c\}}$, $\delta_{\sim Rc} \vdash \neg Pc$, $\delta_{\sim Pc}$

In dit stadium van het bewijs zijn er vier minimaal inconsistente open lijnen, namelijk (3.1.2.1), (3.1.2.1), (3.1.1.2.1) en (3.2.1.2.1). In al deze lijnen staat $\neg Pc$ zowel links als rechts van het afleidingsteken. We kunnen dus besluiten dat $(\forall x)(Px \supset Qx), (\forall x)(Px \supset Rx), (\forall x)(Qx \supset {\sim}Rx), Pa, {\sim}Ra \vdash_{\mathbf{ACLuN^m}} (\forall x){\sim}Px$ het geval is. Als we de andere twee premissen in rekening brengen, komt daar echter op drastische wijze verandering in.

PREM

√ 5.1.1.1 Pa, ${\sim}Ra$, $\neg Pc$, $\neg Qc$, $(\forall x)(Px \supset Qx)_{\{c\}}$, $(\forall x)(Px \supset Rx)_{\{c\}}$, $(\forall x)(Qx \supset {\sim}Rx)_{\{c\}} \vdash \neg Pc$, $\delta_{\sim Pc}$

√ 5.1.2.1 Pa, ${\sim}Ra$, $\neg Pc$, Rc, $\neg Qc$, $(\forall x)(Px \supset Qx)_{\{c\}}$, $(\forall x)(Px \supset Rx)_{\{c\}}$, $(\forall x)(Qx \supset {\sim}Rx)_{\{c\}} \vdash \neg Pc$, $\delta_{\sim Pc}$

√ 5.1.1.2.1 Pa, ${\sim}Ra$, $\neg Pc$, $\neg Rc$, $(\forall x)(Px \supset Qx)_{\{c\}}$, $(\forall x)(Px \supset Rx)_{\{c\}}$, $(\forall x)(Qx \supset {\sim}Rx)_{\{c\}}, \vdash \neg Pc$, $\delta_{\sim Pc}$

√ 5.1.1.2.2 Pa, ${\sim}Ra$, $\neg Pc$, $(\forall x)(Px \supset Qx)_{\{c\}}$, $(\forall x)(Px \supset Rx)_{\{c\}}$, $(\forall x)(Qx \supset {\sim}Rx)_{\{c\}}$, $\delta_{\sim Rc} \vdash \neg Pc$, $\delta_{\sim Pc}$

√ 5.1.2.2[1] Pa, ${\sim}Ra$, $\neg Pc$, Rc, $(\forall x)(Px \supset Qx)_{\{c\}}$, $(\forall x)(Px \supset Rx)_{\{c\}}$, $(\forall x)(Qx \supset {\sim}Rx)_{\{c\}}$, $\delta_{\sim Rc} \vdash \neg Pc$, $\delta_{\sim Pc}$

√ 5.2.1.2.1 Pa, ${\sim}Ra$, Qc, $\neg Pc$, $\neg Rc$, $(\forall x)(Px \supset Qx)_{\{c\}}$, $(\forall x)(Px \supset Rx)_{\{c\}}$, $(\forall x)(Qx \supset {\sim}Rx)_{\{c\}} \vdash \neg Pc$, $\delta_{\sim Pc}$

√ 5.2.1.2.2 Pa, ${\sim}Ra$, Qc, $\neg Pc$, $(\forall x)(Px \supset Qx)_{\{c\}}$, $(\forall x)(Px \supset Rx)_{\{c\}}$, $(\forall x)(Qx \supset {\sim}Rx)_{\{c\}}$, $\delta_{\sim Rc} \vdash \neg Pc$, $\delta_{\sim Pc}$

√ 5.2.2.2[1] Pa, ${\sim}Ra$, Qc, Rc, $(\forall x)(Px \supset Qx)_{\{c\}}$, $(\forall x)(Px \supset Rx)_{\{c\}}$, $(\forall x)(Qx \supset {\sim}Rx)_{\{c\}}$, $\delta_{\sim Rc} \vdash \neg Pc$, $\delta_{\sim Pc}$

∀L (op alle lijnen)

√ 5.1.1.1[1] Pa, ${\sim}Ra$, $\neg Pc$, $\neg Qc$, $Pa \supset Qa$, $Pa \supset Ra$, $Qa \supset {\sim}Ra$, $(\forall x)(Px \supset Qx)_{\{a.c\}}$ $(\forall x)(Px \supset Rx)_{\{a.c\}}$, $(\forall x)(Qx \supset {\sim}Rx)_{\{a.c\}} \vdash \neg Pc$, $\delta_{\sim Pc}$

√ 5.1.2.1[1] Pa, ${\sim}Ra$, $\neg Pc$, Rc, $\neg Qc$, $Pa \supset Qa$, $Pa \supset Ra$, $Qa \supset {\sim}Ra$, $(\forall x)(Px \supset Qx)_{\{a.c\}}$, $(\forall x)(Px \supset Rx)_{\{a.c\}}$, $(\forall x)(Qx \supset {\sim}Rx)_{\{a.c\}} \vdash \neg Pc$, $\delta_{\sim Pc}$

√ 5.1.1.2.1[1] Pa, ${\sim}Ra$, $\neg Pc$, $\neg Rc$, $Pa \supset Qa$, $Pa \supset Ra$, $Qa \supset {\sim}Ra$, $(\forall x)(Px \supset Qx)_{\{a.c\}}$, $(\forall x)(Px \supset Rx)_{\{a.c\}}$, $(\forall x)(Qx \supset {\sim}Rx)_{\{a.c\}}, \vdash \neg Pc$, $\delta_{\sim Pc}$

√ 5.1.1.2.2[1] Pa, ${\sim}Ra$, $\neg Pc$, $Pa \supset Qa$, $Pa \supset Ra$, $Qa \supset {\sim}Ra$, $(\forall x)(Px \supset Qx)_{\{a.c\}}$, $(\forall x)(Px \supset Rx)_{\{a.c\}}$, $(\forall x)(Qx \supset {\sim}Rx)_{\{a.c\}}$, $\delta_{\sim Rc} \vdash \neg Pc$, $\delta_{\sim Pc}$

√ 5.1.2.2[2] Pa, ${\sim}Ra$, $\neg Pc$, Rc, $Pa \supset Qa$, $Pa \supset Ra$, $Qa \supset {\sim}Ra$, $(\forall x)(Px \supset Qx)_{\{a.c\}}$, $(\forall x)(Px \supset Rx)_{\{a.c\}}$, $(\forall x)(Qx \supset {\sim}Rx)_{\{a.c\}}$, $\delta_{\sim Rc} \vdash \neg Pc$, $\delta_{\sim Pc}$

√ 5.2.1.2.1[1] Pa, ${\sim}Ra$, Qc, $\neg Pc$, $\neg Rc$, $Pa \supset Qa$, $Pa \supset Ra$, $Qa \supset {\sim}Ra$, $(\forall x)(Px \supset Qx)_{\{a.c\}}$, $(\forall x)(Px \supset Rx)_{\{a.c\}}$, $(\forall x)(Qx \supset {\sim}Rx)_{\{a.c\}} \vdash \neg Pc$, $\delta_{\sim Pc}$

√ 5.2.1.2.2[1] Pa, ${\sim}Ra$, Qc, $\neg Pc$, $Pa \supset Qa$, $Pa \supset Ra$, $Qa \supset {\sim}Ra$, $(\forall x)(Px \supset Qx)_{\{a.c\}}$, $(\forall x)(Px \supset Rx)_{\{a.c\}}$, $(\forall x)(Qx \supset {\sim}Rx)_{\{a.c\}}$, $\delta_{\sim Rc} \vdash \neg Pc$, $\delta_{\sim Pc}$

√ 5.2.2.2[2] Pa, ${\sim}Ra$, Qc, Rc, $Pa \supset Qa$, $Pa \supset Ra$, $Qa \supset {\sim}Ra$, $(\forall x)(Px \supset Qx)_{\{a.c\}}$, $(\forall x)(Px \supset Rx)_{\{a.c\}}$, $(\forall x)(Qx \supset {\sim}Rx)_{\{a.c\}}$, $\delta_{\sim Rc} \vdash \neg Pc$, $\delta_{\sim Pc}$

⊃L+ op formules van de vorm $Pa \supset A$

In lijnen waarin zowel A als $B \supset A$ staan, schrap ik gewoon $B \supset A$

√ 5.1.1.1[2] Pa, ${\sim}Ra$, $\neg Pc$, $\neg Qc$, Qa, Ra, $(\forall x)(Px \supset Qx)_{\{a.c\}}$ $(\forall x)(Px \supset Rx)_{\{a.c\}}$, $(\forall x)(Qx \supset {\sim}Rx)_{\{a.c\}} \vdash \neg Pc$, $\delta_{\sim Pc}$

√ 5.1.2.1[2] Pa, ${\sim}Ra$, $\neg Pc$, Rc, $\neg Qc$, Qa, Ra, $(\forall x)(Px \supset Qx)_{\{a.c\}}$, $(\forall x)(Px \supset Rx)_{\{a.c\}}$, $(\forall x)(Qx \supset {\sim}Rx)_{\{a.c\}} \vdash \neg Pc$, $\delta_{\sim Pc}$

$\surd$ 5.1.1.2.1^2 Pa, $\sim Ra$, $\neg Pc$, $\neg Rc$, Qa, Ra, $(\forall x)(Px \supset Qx)_{\{a.c\}}$,
$(\forall x)(Px \supset Rx)_{\{a.c\}}$, $(\forall x)(Qx \supset \sim Rx)_{\{a.c\}}$, $\vdash \neg Pc$, $\delta_{\sim Pc}$
$\surd$ 5.1.1.2.2^2 Pa, $\sim Ra$, $\neg Pc$, Qa, Ra, $(\forall x)(Px \supset Qx)_{\{a.c\}}$,
$(\forall x)(Px \supset Rx)_{\{a.c\}}$, $(\forall x)(Qx \supset \sim Rx)_{\{a.c\}}$, $\delta_{\sim Rc} \vdash \neg Pc$, $\delta_{\sim Pc}$
$\surd$ 5.1.2.2^3 Pa, $\sim Ra$, $\neg Pc$, Rc, Qa, Ra, $(\forall x)(Px \supset Qx)_{\{a.c\}}$,
$(\forall x)(Px \supset Rx)_{\{a.c\}}$, $(\forall x)(Qx \supset \sim Rx)_{\{a.c\}}$, $\delta_{\sim Rc} \vdash \neg Pc$, $\delta_{\sim Pc}$
$\surd$ 5.2.1.2.1^2 Pa, $\sim Ra$, Qc, $\neg Pc$, $\neg Rc$, Qa, Ra, $(\forall x)(Px \supset Qx)_{\{a.c\}}$,
$(\forall x)(Px \supset Rx)_{\{a.c\}}$, $(\forall x)(Qx \supset \sim Rx)_{\{a.c\}} \vdash \neg Pc$, $\delta_{\sim Pc}$
$\surd$ 5.2.1.2.2^2 Pa, $\sim Ra$, Qc, $\neg Pc$, Qa, Ra, $(\forall x)(Px \supset Qx)_{\{a.c\}}$,
$(\forall x)(Px \supset Rx)_{\{a.c\}}$, $(\forall x)(Qx \supset \sim Rx)_{\{a.c\}}$, $\delta_{\sim Rc} \vdash \neg Pc$, $\delta_{\sim Pc}$
$\surd$ 5.2.2.2^3 Pa, $\sim Ra$, Qc, Rc, Qa, Ra, $(\forall x)(Px \supset Qx)_{\{a.c\}}$,
$(\forall x)(Px \supset Rx)_{\{a.c\}}$, $(\forall x)(Qx \supset \sim Rx)_{\{a.c\}}$, $\delta_{\sim Rc} \vdash \neg Pc$, $\delta_{\sim Pc}$

~L+

5.1.1.1^3 Pa, $\underline{\delta_{\sim Ra}}$, $\neg Pc$, $\neg Qc$, Qa, Ra, $(\forall x)(Px \supset Qx)_{\{a.c\}}$
$(\forall x)(Px \supset Rx)_{\{a.c\}}$, $(\forall x)(Qx \supset \sim Rx)_{\{a.c\}} \vdash \neg Pc$, $\delta_{\sim Pc}$
5.1.2.1^3 Pa, $\underline{\delta_{\sim Ra}}$, $\neg Pc$, Rc, $\neg Qc$, Qa, Ra, $(\forall x)(Px \supset Qx)_{\{a.c\}}$,
$(\forall x)(Px \supset Rx)_{\{a.c\}}$, $(\forall x)(Qx \supset \sim Rx)_{\{a.c\}} \vdash \neg Pc$, $\delta_{\sim Pc}$
5.1.1.2.1^3 Pa, $\underline{\delta_{\sim Ra}}$, $\neg Pc$, $\neg Rc$, Qa, Ra, $(\forall x)(Px \supset Qx)_{\{a.c\}}$,
$(\forall x)(Px \supset Rx)_{\{a.c\}}$, $(\forall x)(Qx \supset \sim Rx)_{\{a.c\}}$, $\vdash \neg Pc$, $\delta_{\sim Pc}$
5.1.1.2.2^3 Pa, $\underline{\delta_{\sim Ra}}$, $\neg Pc$, Qa, Ra, $(\forall x)(Px \supset Qx)_{\{a.c\}}$,
$(\forall x)(Px \supset Rx)_{\{a.c\}}$, $(\forall x)(Qx \supset \sim Rx)_{\{a.c\}}$, $\underline{\delta_{\sim Rc}} \vdash \neg Pc$, $\delta_{\sim Pc}$
5.1.2.2^3 Pa, $\underline{\delta_{\sim Ra}}$, $\neg Pc$, Rc, Qa, Ra, $(\forall x)(Px \supset Qx)_{\{a.c\}}$,
$(\forall x)(Px \supset Rx)_{\{a.c\}}$, $(\forall x)(Qx \supset \sim Rx)_{\{a.c\}}$, $\underline{\delta_{\sim Rc}} \vdash \neg Pc$, $\delta_{\sim Pc}$
5.2.1.2.1^3 Pa, $\underline{\delta_{\sim Ra}}$, Qc, $\neg Pc$, $\neg Rc$, Qa, Ra, $(\forall x)(Px \supset Qx)_{\{a.c\}}$,
$(\forall x)(Px \supset Rx)_{\{a.c\}}$, $(\forall x)(Qx \supset \sim Rx)_{\{a.c\}} \vdash \neg Pc$, $\delta_{\sim Pc}$
5.2.1.2.2^3 Pa, $\underline{\delta_{\sim Ra}}$, Qc, $\neg Pc$, Qa, Ra, $(\forall x)(Px \supset Qx)_{\{a.c\}}$,
$(\forall x)(Px \supset Rx)_{\{a.c\}}$, $(\forall x)(Qx \supset \sim Rx)_{\{a.c\}}$, $\underline{\delta_{\sim Rc}} \vdash \neg Pc$, $\delta_{\sim Pc}$
5.2.2.2^3 Pa, $\underline{\delta_{\sim Ra}}$, Qc, Rc, Qa, Ra, $(\forall x)(Px \supset Qx)_{\{a.c\}}$,
$(\forall x)(Px \supset Rx)_{\{a.c\}}$, $(\forall x)(Qx \supset \sim Rx)_{\{a.c\}}$, $\underline{\delta_{\sim Rc}} \vdash \neg Pc$, $\delta_{\sim Pc}$

Er is geen enkele regel meer van toepassing. Alle open lijnen zijn minimaal inconsistent want $\delta_{\sim Rc}$ maakt de lijnen met $\delta_{\sim Ra}$ niet meer inconsistent dan ze al zijn. Lijn (5.2.2.2^3) kan niet afgeblokt worden op basis van SAL1, en dus kunnen we besluiten dat $(\forall x)(Px \supset Qx), (\forall x)(Px \supset Rx), (\forall x)(Qx \supset \sim Rx), Pa, \sim Ra \nvdash_{\mathbf{ACLuN^m}} (\forall x)\sim Px$.

7.5 Alternatieve correctieve adaptieve logica's

7.5.1 ACLuNs$^{\mathbf{r}}$ en ACLuNs$^{\mathbf{m}}$

We bekomen alternatieve inconsistentie-adaptieve logica's door **CLuNs** als ondergrenslogica te nemen, en door de abnormaliteiten te beperken tot inconsistenties van primitieve formules. Hoewel **CLuNs** rijker is dan **CLuN**, is bijvoorbeeld **ACLuNs$^{\mathbf{m}}$** over het algemeen armer dan **ACLuN$^{\mathbf{m}}$**. Ik geef een eenvoudig voorbeeld. We berekenen achtereenvolgens **ACLuN$^{\mathbf{m}}$**-gevolgen en **ACLuNs$^{\mathbf{m}}$**-gevolgen van $\{p, r, r \supset \sim(p \vee q), \sim p \vee s\}$.

1	p	PREM	$\emptyset$
2	r	PREM	$\emptyset$
3	$r \supset \sim(p \vee q)$	PREM	$\emptyset$

4	$\sim p \vee s$	Prem	$\emptyset$
5	s	1,3; RC (DS)	$\{p\&\sim p\}$
6	$\sim(p \vee q)$	2,3; RU (MP)	$\emptyset$
7	$p \vee q$	1; RU (Add)	$\emptyset$
8	$(p \vee q)\&\sim(p \vee q)$	6,7; RU (Conj)	$\emptyset$

Meer zinnige dingen vallen hier niet af te leiden. s in lijn (5) is afgeleid op voorwaarde dat p zich consistent gedraagt, en p gedraagt zich consistent in elke minimaal inconsistente interpretatie van de premissen. Zodoende is s een **ACLuN$^{\mathbf{m}}$**-gevolg.

	1	p	Prem	$\emptyset$
	2	r	Prem	$\emptyset$
	3	$r \supset \sim(p \vee q)$	Prem	$\emptyset$
	4	$\sim p \vee s$	Prem	$\emptyset$
$\boxed{8}$	5	s	1,3; RC (DS)	$\{p\&\sim p\}$
	6	$\sim(p \vee q)$	2,3; RU (MP)	$\emptyset$
	7	$\sim p$	6; RU (NC)	$\emptyset$
	8	$p\&\sim p$	1,7; RU (Conj)	$\emptyset$

De voorwaarde waaronder s afgeleid wordt, houdt geen stand. In stadium 8 van dit **ACLuNs$^{\mathbf{m}}$** bewijs moet lijn 5 gemarkeerd worden.

Bovendien kunnen in **CLuNs** nieuwe inconsistenties afgeleid worden zodra er één afgeleid is. Bijvoorbeeld:

$p\&\sim p,\ q \vdash_{\mathbf{CLuNs}} (p \vee \sim q)\&\sim(p \vee \sim q)$

We verwachten van een paraconsistente logica weliswaar dat zij overweg kan met inconsistenties, maar niet dat ze inconsistenties produceert. In **ACLuN** zijn de enige 'geproduceerde' inconsistenties, existentiële generaliseringen van predicatieve inconsistenties.[31] We kunnen dus besluiten dat **ACLuN** beter scoort dan **ACLuNs**. **ACLuNs** wordt het best voorbehouden voor situaties waarin er goede redenen zijn om aan te nemen dat er zich alleen op het vlak van primitieve formules inconsistenties voordoen.

7.5.2 Variatie op *skyhooks*

Inconsistentie-adaptieve logica's blijken heel natuurlijk te zijn. Toch moeten we enkele aspecten naar voor brengen die voor alternatieven vatbaar zijn. Batens schrijft zelf in [Batens:2003c] sectie 7: "[I]f the skyhooks have to be justified in terms of criteria, then it is problematic that the *only* formulas hanging from skyhooks have the form $\sim A$." De vraagt rijst inderdaad waarom alleen de formule van de vorm $\sim A$ abnormaal zou kunnen zijn in het volgende voorbeeld:

$\{A_1, A_1 \supset A_2, ..., A_{n-1} \supset A_n, \sim A_n\} \vdash_{\mathbf{CLuN}} A_n\&\sim A_n.$

Als we de zaak semantisch bekijken, hebben we eigenlijk geen negatie nodig om tot abnormaliteiten te komen. Stel dat wij met een model werken waarin de waarden 1 en 0 toegekend worden aan zinnen in overeenstemming met de heersende opvattingen

[31]In **ACLuNs** doet dit fenomeen zich natuurlijk ook voor.

binnen een gemeenschap. Bijvoorbeeld: een gemeenschap kan het erover eens zijn dat Socrates een mens is, en dat mensen wolven zijn voor mensen, en tegelijk kan deze gemeenschap de uitspraak "Socrates is een wolf voor Socrates" als een valse uitspraak beschouwen. Formeel: $\mathsf{v_M}(Ms) = 1$, $\mathsf{v_M}((\forall x)(\forall y)((Mx \& My) \supset Wxy)) = 1$, $\mathsf{v_M}(Wss) = 0$. In de semantiek van **CL**, $\mathbf{ACLuN^r}$ en $\mathbf{ACLuN^m}$ leidt dit tot een abnormaliteit op metaniveau: één formule, namelijk Wss, krijgt zowel de waarde 1 als de waarde 0. Als we niet op de een of andere manier uitdrukken in de objecttaal dat een bepaalde formule vals is (en dit als en slechts als die formule niet waar is), kunnen we in dit geval dus niet met een tweewaardige semantiek werken. Zoals reeds vroeger aangegeven werd, is het niet noodzakelijk dat "A is vals" moet geformaliseerd worden als "$\sim A$". "$A \supset \bot$" is een even goede kandidaat om "A is vals" uit te drukken in de objecttaal; als we paraconsistent gaan is het zelfs een betere kandidaat.

Als we "$A \supset \bot$" gebruiken om in de objecttaal uit te drukken dat A vals is, kunnen we de semantische abnormaliteit als volgt weergeven in een klassiek bewijs.

(1)	Ms	Prem
(2)	$(\forall x)(\forall y)((Mx \& My) \supset Wxy)$	Prem
(3)	$Wss \supset \bot$	Prem
(4)	$(\forall x)((Ms \& Mx) \supset Wsx)$	2; UI
(5)	$(Ms \& Ms) \supset Wss$	3; UI
(6)	$Ms \& Ms$	1,1; Conj
(7)	Wss	5,6; MP
(8)	$\bot$	3,7; MP

Als we willen vermijden dat $\bot$ afgeleid wordt, dan kunnen we in principe elk gegeven en elke afleiding in vraag stellen. Aangezien de gegevens bevestigd worden door het standaardmodel, stellen we de waarheid van de gegevens niet onmiddellijk in vraag.

(*a*) We kunnen in verband met de gegevens wel de vraag stellen of ze al dan niet letterlijk geïnterpreteerd kunnen worden. Als een premisse een metaforische betekenis heeft, dan is het goed mogelijk dat deze specifieke betekenis verloren gaat als we de premisse analyseren. De niet-letterlijke betekenis wordt immers vaak gedragen door een hele zin, en niet door één specifiek woord in die zin.

(*b*) Het is ook mogelijk dat niet voldaan is aan de (klassieke) voorwaarden verbonden aan het gebruik van de afleidingsregels. De eerste afleidingsregel die gebruikt wordt, namelijk het instantiëren van een universeel gekwantificeerde formule (UI, lijnen 4 en 5), kan onterecht toegepast zijn als de universeel gekwantificeerde formule de formalisering is van een regel met uitzonderingen. Als dat zo is, dan kunnen we de formules in lijnen 4 en 5 slechts afleiden op voorwaarde dat we hier niet met uitzonderingen te maken hebben.

(*c*) De afleiding van $Ms \& Ms$ uit twee keer Ms berust op de veronderstelling dat het in conjunctie samenvoegen van twee formules (in dit geval zelfs van twee keer dezelfde formule) geen invloed heeft op de betekenis van de formule. In het Nederlands bijvoorbeeld heeft het woordje "en" meerdere betekenissen.

(*d*) De afleiding van Wss uit $Ms \& Ms$ en $(Ms \& Ms) \supset Wss$ berust op de veronderstelling dat de formule $Ms \& Ms$ in beide gevallen dezelfde extensie heeft, en op de veronderstelling dat Wss dezelfde extensie behoudt als het 'losgekoppeld' wordt van $Ms\&Ms$.[32] Analoog voor het afleiden van $\perp$ uit $Wss \supset \perp$ en Wss.

Als we de derde premisse formaliseren als $\sim Wss$ en **ACLuN** loslaten op deze premissen, dan bekomen we het volgende bewijsje.

(1)	Ms	PREM	$\emptyset$
(2)	$(\forall x)(\forall y)((Mx\&My) \supset Wxy)$	PREM	$\emptyset$
(3)	$\sim Wss$	PREM	$\emptyset$
(4)	$(\forall x)((Ms\&Mx) \supset Wsx)$	2; RU (UI)	$\emptyset$
(5)	$(Ms\&Ms) \supset Wss$	3; RU (UI)	$\emptyset$
(6)	$Ms\&Ms$	1,1; RU CONJ	$\emptyset$
(7)	Wss	5,6; RU (MP)	$\emptyset$
(8)	$Wss\&\sim Wss$	3,7; RU (MP)	$\emptyset$

De formule in lijn 8 is een minimaal DAB-gevolg van deze premissen. Dit resultaat kunnen we als volgt interpreteren. De formule Wss gedraagt zich inconsistent. Met andere woorden: als we een inconsistentie-adaptieve logica gebruiken om te redeneren vanuit deze premissen, en om tegelijk de eventuele zwakke plaatsen van deze verzameling aan het licht te brengen, dan kunnen we tot de bevinding komen dat "Socrates is een wolf voor Socrates" de zwakke plek is in deze 'theorie'. De enige plaats waar Wss voorkomt in de gegevens is nochtans in de formalisering van "Socrates is geen wolf voor Socrates", terwijl we van dit gegeven niet meteen kunnen zeggen dat er iets aan mankeert.[33]

Als we geïnteresseerd zijn in het aan het licht brengen van de zwakke plekken van een theorie, dan kan het dus zijn dat een inconsistentie-adaptieve logica ons op het verkeerde been zet. Desalniettemin moeten we ook het volgende niet vergeten. Inconsistentie-adaptieve logica's zorgen ervoor dat een theorie met zwakke plekken bruikbaar blijft, en leveren een veel strengere selectie van mogelijke abnormaliteiten dan wanneer we allerlei abnormaliteiten toelaten. Als we bij de evaluatie van de factoren van de minimale DAB-gevolgen tot de ontdekking komen dat het weinig waarschijnlijk is dat één of meerdere van deze formules de zwakke plekken van de theorie zijn, dan kunnen we toch nog op zoek gaan naar de vermoedelijke oorzaak van deze inconsistentie(s) in het pad waarlangs we de minimale DAB-gevolgen afgeleid hebben.[34]

Aan het centrum voor logica en wetenschapsfilosofie werden naar analogie met $\mathbf{ACLuN^r}$ en $\mathbf{ACLuN^m}$ andere correctieve adaptieve logica's geconcipieerd. In "**ACLuN**" staat de **A** voor "adaptief", **CL** voor "klassieke logica", en **uN** voor "*gluts* op het vlak van de negatie". Het woord "gluts" (overlappingen) wijst erop dat een formule en haar negatie samen waar kunnen zijn. Als een formule en haar negatie beide vals kunnen zijn, krijgen wij gaten of *gaps*. $\mathbf{ACLaN^r}$ en $\mathbf{ACLaN^m}$ zijn dan de namen voor de respectievelijke adaptieve logica's die onvolledigheden op het vlak van de negatie

[32] "Loskoppeling" is een vertaling voor het Engelse "detachment".

[33] Een ander voorbeeld van het feit dat de **ACLuN** prima-facie-diagnose van de zwakke plekken soms niet heel accuraat is, vinden we als we de volgende gegevens formaliseren in de taal van **CL**: "Mieke is een meisje, meisjes zijn rozen, rozen zijn struiken, Mieke is geen struik." De **ACLuN**-diagnose is dat "Mieke is (g)een struik" de zwakke plek van de theorie is.

[34] In het voorbeeld is het pad van $Wss\&\sim Wss$ het hele bewijs.

tolereren. De namen $\mathbf{ACLaC^r}$ en $\mathbf{ACLaC^m}$ staan voor de adaptieve logica's met een ondergrenslogica waarin **C**onjuncties aan *skyhooks* hangen, en waarin $\mathsf{v_M}(A\&B) = 1$ als en slechts als $\mathsf{v_M}(A) = \mathsf{v_M}(B) = 1$, *en* $v(A\&B) = 1$. In de ondergrenslogica **CLaC** is $A \supset (B \supset (A\&B))$ dus geen stelling. In sectie 7.6 schets ik de adaptieve logica's $\mathbf{ACLuU^r}$ en $\mathbf{ACLuU^m}$, die *gluts* toelaten op het vlak van universeel gekwantificeerde formules: dergelijke formules kunnen waar zijn ook al zijn sommige instanties vals.[35]

In [Batens:1999] wordt een ondergrenslogica voorgesteld waarin alle formules aan een *skyhook* hangen, en die zowel *gluts* als *gaps* toelaat. Om zinvol te kunnen werken met de betreffende adaptieve logica's, moet de taal op het vlak van logische tekens sterk uitgebreid worden, zodat deze logica's veel minder elegant zijn dan inconsistentie-adaptieve logica's. Bovendien bepalen deze adaptieve logica's over het algemeen een armere gevolgenverzameling dan de inconsistentie-adaptieve logica's. Wat het lokaliseren van zwakke plekken in een theorie betreft, komen we in het ander uiterste terecht. Waar in **ACLuN** soms te weinig formules 'verdacht worden' worden in deze adaptieve logica's veel te veel formules verdacht. Met andere woorden: deze logica's helpen ons nauwelijks verder bij het evalueren en herzien van theorieën. In [Batens:2003c] stelt Dirk Batens dat er goede argumenten zijn om op het vlak van *gluts* niet alle formules maar alleen formules van de vorm $\sim A$ te verdenken.[36]

In sectie 7.7 maak ik gebruik van een eenvoudige vertaling om een elegantere adaptieve logica[37] te formuleren, die gebaseerd is op een ondergrenslogica waarin formules van iedere vorm een rechtstreekse toekenning kunnen krijgen. Dit brengt ons meteen bij een tweede manier om tot ondergrenslogica's voor correctieve adaptieve logica's te komen, namelijk ondergrenslogica's die gebruik maken van een vertaling van de premissen.

7.5.3 Vertalingen

We hoeven er niet van uit te gaan dat er iets mankeert aan de logica zelf, als we op abnormaliteiten stoten. Vaak ligt het meer voor de hand dat er iets mankeert aan de premissen. Dit suggereert het volgende. In plaats van de logica te verzwakken en de sterke logica voorwaardelijk te gebruiken, kunnen we misschien proberen de interpretatie van de premissen te 'verzwakken' en de 'sterke interpretatie' van de premissen voorwaardelijk invoeren. Stanislaw Jaskowski werkte in 1948 al met een modale vertaling om zijn logica **D2** te bepalen. De vertaling van een verzameling Γ is dan de verzameling $\Gamma^\diamond = \{\diamond A \mid A \in \Gamma\}$.[38] $\{A, \sim A\}$ wordt dan vertaald als $\{\diamond A, \diamond\sim A\}$ wat inconsistentie vermijdt. Deze vertaling levert echter geen oplossing voor een intern-inconsistente premisse zoals $A\&\sim A$. In [Jaskowsi:1949] wordt een andere vertaling voorgesteld, waarbij de connectieven in een *discussive way*[39] behandeld worden. De vertaling van een conjunctie $A\&B$ wordt dan $A\&\diamond B$. De vertaling van $A\&\sim A$ wordt in deze vertaling: $A\&\diamond\sim A$,

[35] Zoals ik reeds opmerkte in de sectie over **CLaN**: de negatie-onvolledigheidsadaptieve logica's $\mathbf{ACLaN^r}$ en $\mathbf{ACLaN^m}$ staan op papier; wie interessante toepassingen weet, mag het me zeker laten weten.

[36] Met andere woorden: om de rechtstreekse toekenning te beperken tot formules van de vorm $\sim A$.

[37] Eleganter dan *'zero-logic'* uit [Batens:1999].

[38] [Jaskowsi:1948].

[39] Deze uitdrukking wordt gebruikt in [Nasieniewski].

wat geen inconsistentie meer is. Tijdens een voordracht in Gent vertelde Marek Nasieniewski uit Torun dat een voor de hand liggende interpretatie van deze vertaling als volgt gaat. In een discussie zul je je eigen mening (de eerste formule in de conjunctie) als waar beschouwen, terwijl je de mening van de andere (de tweede formule in de conjunctie) als mogelijk waar beschouwt. Een tegenspraak in een discussie hoeft dan niet als een klassieke inconsistentie behandeld te worden.[40]

Als we adaptief werken aan de hand van een vertaling, dan wordt de ondergrenslogica bepaald aan de hand van de (zwakkere) vertaling van de premissen, en dan zijn abnormaliteiten formules die uitdrukken dat de (zwakkere) vertaling niet kan geïdentificeerd worden met de sterkere oorspronkelijke lezing van de premissen. Er zijn echter steeds twee manieren om een adaptieve logica te bepalen. Noem $\textsc{Tr}(\Gamma)$ en $\textsc{Tr}(A)$ respectievelijk de (of een) vertaling van de verzameling formules Γ en van een formule A. Een adaptieve logica **ATRL** kunnen we dan op twee manieren bepalen:

$$\Gamma \vdash_{\mathbf{ATRL}} A \text{ asa } \textsc{Tr}(\Gamma) \vdash_{\mathbf{L}} \textsc{Tr}(A) \tag{7.1}$$

$$\textsc{Tr}(\Gamma) \vdash_{\mathbf{ATRL}} \textsc{Tr}(A) \tag{7.2}$$

De logica **L** in (7.1) is dan een hulplogica, die van toepassing is op de vertaling van de premissen. Voor Jaskowski's logica **D2** is dat bijvoorbeeld de modale logica **S5**. Voor adaptieve logica's op basis van modale vertalingen verwijs ik naar werk van Joke Meheus en Marek Nasieniewski.[41]

De ondergrenslogica van de adaptieve logica's die bepaald zijn 'in de vertaling' (7.2) hebben als kenmerk dat de oorspronkelijke premissen niet eens afleidbaar zijn. Zo maakt de ondergrenslogica **pPRL** van de adaptieve logica **PRL**,[42] gebruik van de vertaling Γ^G van Γ,[43] namelijk $\Gamma^G = \{\sim\neg A \mid A \in \Gamma\}$. De $\sim$-negatie hierin is niets anders dan de **CLuN**-negatie, en $\neg$ is de klassieke negatie. Uit $\sim\neg A$ kunnen we aan de hand van de regels van **CLuN** inderdaad niet besluiten tot A. De abnormaliteiten van de adaptieve logica **PRL**,[44] zijn formules van de vorm $\neg A \& \sim\neg A$. Deze formules worden waar gemaakt in de adaptieve modellen van Γ^G wanneer $\sim\neg A$ niet kan geïdentificeerd worden met A. **PRL** heeft, in vergelijking met adaptieve logica's die gebruik maken van modale vertalingen van de premissen, het nadeel dat enkel de premissen zich abnormaal kunnen gedragen. Deze adaptieve logica blijkt zich dan ook goed te lenen om Rescher-achtige aanpakken van inconsistente premissen te reconstrueren.[45]

Een andere manier om de premissen te vertalen is de ambiguïteitsinterpretatie. Deze gaat uit van de idee dat de niet-logische constanten niet noodzakelijk voldoen aan de

[40] Jerzy Perzanowski leest formules van de vorm $A \& \Diamond\sim A$ dan weer als "A is contingent".

[41] Zie bijvoorbeeld [Meheus:200x] en [Nasieniewski:200x].

[42] Zie [Vanackere:2000a].

[43] Γ^G is een naam die in [Batens:2002d] aan deze vertaling gegeven werd.

[44] Tenminste van het preferentie-loze gedeelte van **PRL**.

[45] Zie nogmaals [Batens:2002d]. Wat belangrijk is aan een dergelijke reconstructie, is het feit dat de gevolgrelaties die bepaald worden door Rescher (en Manor), die voorheen abstracte definities waren (waarbij gebruik gemaakt wordt van verzamelingen die mogelijk onbeslisbaar zijn), nu voorzien worden van een dynamische bewijstheorie (zie [Batens:2003c], sectie 4). En wat nog belangrijker is: de adaptieve aanpak laat toe om nog sterkere gevolg-relaties te definiëren (zie [Batens:c]).

klassieke eis van éénduidigheid. Hiervoor verwijs ik naar sectie 7.8. De eenvoudigste vertaling vind ik echter de vertaling die gebruik maakt van vierkante haakjes. A wordt dan vertaald als $[A]$. Deze blok-formule kan dan gelezen worden als: het is geen uitgemaakte zaak dat we de formule A klassiek kunnen gebruiken. Ik verwijs voor deze vertaling naar sectie 7.7.

7.6 *Skyhooks* voor universele kwantoren

In deze sectie bekijk ik wat er gebeurt als we toelaten dat universeel gekwantificeerde formules een rechtstreekse toekenning krijgen, en als deze formules dus kunnen waar zijn ook als er sommige instanties vals zijn. Dit is typisch het geval dat zich voordoet wanneer we werken met regels die uitzonderingen *kunnen* hebben. Om met regels met mogelijke uitzonderingen te werken, kunnen we gebruik maken van default-logica's, maar dan moeten we op voorhand de uitzonderingsgevallen kennen om ze in rekening te kunnen brengen in de default-logica. Met een adaptieve logica voor regels met uitzonderingen hoeven we op voorhand geen uitzonderingsgevallen te voorzien. Als $(\forall x)(Px \supset Qx)$ in onze premissen zit, en we ontdekken een uitzondering, bijvoorbeeld $Pa\&{\sim}Qa$, dan kunnen we toch voor alle andere individuen b nog steeds afleiden dat $Pb \supset Qb$ het geval is.

Adaptieve logica's ter vervanging van een default-aanpak werden voor het eerst bestudeerd door Kristof De Clercq.[46] Hij ontwikkelde hiertoe twee nieuwe inconsistentie-adaptieve logica's op basis van nieuwe strategieën. Ook in [Vanackere:2000b] wordt een inconsistentie-adaptieve aanpak van regels met uitzonderingen voorgesteld. In deze sectie bekijken we een rechttoe rechtaan regels-met-uitzonderingen-adaptieve logica. Regels met uitzonderingen zijn een belangrijke oorzaak van afleidbare inconsistenties, en in veel omstandigheden kunnen we aannemen dat ze ook de enige reden van inconsistenties zullen zijn. In deze omstandigheden kunnen we veel preciezer te werk gaan als we alleen een specifieke vorm van abnormaliteiten tolereren en niet werken met een algemene inconsistentie-adaptieve logica.

7.6.1 Semantiek van de ondergrenslogica CLuU

De toekenningsfunctie v wordt als volgt bepaald:

S0.1	$v : \mathcal{C} \cup \mathcal{V} \longrightarrow \mathcal{D}$
S0.2	$\mathsf{v} : \mathcal{P}^n \longrightarrow \mathbf{P}(\mathcal{D}^n)$.
S0.3	$\mathsf{v} : \mathcal{Z} \longrightarrow \{0, 1\}$
S0.3′	$\mathsf{v}(\perp) = 0$
S0.4	$\mathsf{v} : \{(\forall\alpha)A \mid A \in \mathcal{F}\} \longrightarrow \{0, 1\}$

Een valuatiefunctie v_M bepaald door een model M, is een functie die voldoet aan de volgende voorwaarden:

[46] Zie [De Clercq K.:1997] en ook [De Clercq K.:2001].

S1.1	$\mathsf{v_M} : \mathcal{F} \longrightarrow \{0, 1\}$
S1.2	voor $A \in \mathcal{Z}$, $\mathsf{v_M}(A) = v(A)$
S1.3	$\mathsf{v_M}(\pi\alpha_1...\alpha_n) = 1$ asa $\langle v(\alpha_1), ..., v(\alpha_n)\rangle \in v(\pi)$
S1.4	$\mathsf{v_M}(\alpha = \beta) = 1$ asa $v(\alpha) = v(\beta)$
S1.5	$\mathsf{v_M}(\sim A) = 1$ asa $\mathsf{v_M}(A) = 0$
S1.6	$\mathsf{v_M}(A \supset B) = 1$ asa $\mathsf{v_M}(A) = 0$ of $\mathsf{v_M}(B) = 1$
S1.7	$\mathsf{v_M}(A \& B) = 1$ asa $\mathsf{v_M}(A) = 1$ en $\mathsf{v_M}(B) = 1$
S1.8	$\mathsf{v_M}(A \vee B) = 1$ asa $\mathsf{v_M}(A) = 1$ of $\mathsf{v_M}(B) = 1$
S1.9	$\mathsf{v_M}(A \equiv B) = 1$ asa $\mathsf{v_M}(A) = \mathsf{v_M}(B)$
S1.10	$\mathsf{v_M}((\forall\alpha)A)) = 1$ asa $\mathsf{v_M}(A(\beta/\alpha)) = 1$ voor alle $\beta \in \mathcal{C} \cup \mathcal{V}$, of $\mathsf{v}((\forall\alpha)A) = 1$
S1.11	$\mathsf{v_M}((\exists\alpha)A) = 1$ asa $\mathsf{v_M}(A(\beta/\alpha)) = 1$ voor een $\beta \in \mathcal{C} \cup \mathcal{V}$

$(\forall\alpha)A\&(\forall\alpha)\sim A$ is geen logische valsheid. Net zoals in **CL** blijft $(\exists\alpha)A \vee (\exists\alpha)\sim A$ geldig, want als $\mathsf{v_M}((\exists\alpha)A) = 0$, dan is $\mathsf{v_M}(A) = 0$ wegens S1.11, en dan is $\mathsf{v_M}(\sim A) = 1$ wegens S1.5, en dus $((\exists\alpha)A) = 1$ wegens S1.11.

7.6.2 Bewijstheorie van CLuU

Voor de bewijstheorie van **CLuU** nemen we **CL** plus het axioma-schema voor $\perp$ en we laten gewoon $AS\forall$ weg. Enkele voorbeelden van **CLuU**-bewijzen.

(1)	$\mid \sim(\exists\alpha)A$	Hyp
(2)	$\mid A(\beta/\alpha) \supset (\exists\alpha)A$	AS∃
(3)	$\mid \sim A(\beta/\alpha)$	1,2; MT
(4)	$\mid (\exists\alpha)\sim A$	3; R∃
(5)	$\sim(\exists\alpha)A \supset (\exists\alpha)\sim A$	1,4; VB
(6)	$(\exists\alpha)A \vee (\exists\alpha)\sim A$	5; RCL

(1)	$\mid \sim(\exists\alpha)A$	Hyp
(2)	$\mid A(\beta/\alpha) \supset (\exists\alpha)A$	AS∃
(3)	$\mid \sim A(\beta/\alpha)$	1,2; MT
(4)	$\mid (\forall\alpha)\sim A$	3; R∀
(5)	$\sim(\exists\alpha)A \supset (\forall\alpha)\sim A$	1,4; VB

(1)	$(\forall\alpha)A$	PREM
(2)	$((\forall\alpha)A \supset A(\beta/\alpha)) \vee \sim((\forall\alpha)A \supset A(\beta/\alpha))$	Stelling
(3)	$(\forall\alpha)A \supset (A(\beta/\alpha) \vee ((\forall\alpha)A\&\sim A(\beta/\alpha)))$	2;
(4)	$A(\beta/\alpha) \vee ((\forall\alpha)A\&\sim A(\beta/\alpha))$	1,3; MP

Dit laatste bewijs suggereert meteen de vorm van de abnormaliteiten, namelijk formules van de vorm $(\forall\alpha)A\&\sim A(\beta/\alpha)$. Er zijn echter ook abnormaliteiten van de vorm $(\forall\alpha)A\&(\exists\alpha)\sim A$. Merk op dat

$$(\forall\alpha)A\&\sim A(\beta/\alpha) \vdash_{\mathbf{CLuU}} (\forall\alpha)A\&(\exists\alpha)\sim A$$

maar niet omgekeerd.

We hebben de ondergrenslogica, we hebben de vorm van de abnormaliteiten; de **r**-strategie en de **m**-strategie zijn voldoende om respectievelijk $\mathbf{ACLuU^r}$ en $\mathbf{ACLuU^m}$ volledig vast te leggen. De metatheorie sla ik over; ik verwijs hiervoor naar de metatheorie in sectie 7.7.

7.6.3 Een benadering van het standaardmodel vanuit een te rijke axiomatisering—§2

Laat ons aannemen dat een groep wetenschappers een theorie wil construeren over een specifiek domein, en dat zij de ambitie hebben om een tot een klassieke theorie $\langle\Gamma, \mathbf{CL}\rangle$ te komen, waarin Γ essentieel bestaat uit universeel gekwantificeerde formules. Het is een onmiskenbaar feit dat de verzameling predikaten die ze bij de constructie van hun theorie gebruiken, op ieder moment eindig is. Stel dat ze hun theorie toespitsen op die elementen van het domein die ze (op basis van contextuele zekerheden vrij precies kunnen) aanduiden met het predikaat P, en dat hun woordenschat voor de rest beperkt is tot twee predikaten van rang 1, namelijk Q en R. Logisch gezien zijn er dan slechts 8 formules van de vorm $(\forall x)(Px \supset A)$ die in aanmerking komen om deel uit maken van Γ namelijk:[47]

(1)	$(\forall x)(Px \supset Qx)$
(2)	$(\forall x)(Px \supset {\sim}Qx)$
(3)	$(\forall x)(Px \supset Rx)$
(4)	$(\forall x)(Px \supset {\sim}Rx)$
(5)	$(\forall x)(Px \supset (Qx \vee Rx))$
(6)	$(\forall x)(Px \supset (Qx \vee {\sim}Rx))$
(7)	$(\forall x)(Px \supset ({\sim}Qx \vee Rx))$
(8)	$(\forall x)(Px \supset ({\sim}Qx \vee {\sim}Rx))$

Laat ons de naam Γ^{al} gebruiken om de verzameling van deze 8 formules aan te duiden. $\langle\Gamma, \mathbf{CL}\rangle$ is vanzelfsprekend bedoeld om consistent te zijn, en dus kunnen onze wetenschappers Γ^{al} niet gebruiken als invulling voor Γ, tenzij zij ermee kunnen leven dat er geen enkel ding in hun domein voldoet aan het predikaat P. We kunnen echter aannemen dat de onderzoekers zich niet bezighouden met een leeg domein, en dus dat $(\exists x)Px \in \Gamma$. Dit laat ons toe te besluiten dat alleen een partitie van Γ^{al} die compatibel is met $(\exists x)Px$ in aanmerking komt om de theorie te formuleren. De verzamelingen $\Gamma^{1.4} = \{(\forall x)(Px \supset Qx), (\forall x)(Px \supset {\sim}Rx)\}$ of $\Gamma^{5.8} = \{(\forall x)(Px \supset (Qx \vee Rx)), (\forall x)(Px \supset ({\sim}Qx \vee {\sim}Rx))\}$ of $\Gamma^{7} = \{(\forall x)(Px \supset ({\sim}Qx \vee Rx))\}$ komen bijvoorbeeld in aanmerking. Zolang de onderzoekers over geen specifieke informatie over het domein beschikken is er echter geen reden om een consistente deelverzameling van $\Gamma^{\mathsf{al}} \cup \{(\exists x)Px\}$ boven een andere te verkiezen.

[47] De propositionele tegenhanger hiervan is wel gekend en ietwat saai. Als onze woordenschat bestaat uit n proposities, dan kunnen we met de klassieke logica 2^n mogelijke toestandsbeschrijvingen onderscheiden, die overeenkomen met 2^n partities van de verzameling klassieke modellen.

Mijn voorstel nu is om de theorie $\langle\Gamma, \mathbf{CL}\rangle$ te benaderen langs twee kanten, op een analoge manier als in sectie 6.4. Voor de te rijke benadering gebruik ik de logica $\mathbf{ACLuU^m}$.

Ik gebruik de volgende afkortingen: $?A(\beta/\alpha)$ staat voor $(\forall\alpha)A\&{\sim}A(\beta/\alpha)$. $?A$ staat voor $(\forall\alpha)A\&(\exists\alpha){\sim}A$. CUI staat voor conditionele universele instantiëring. RCL staat voor een regel van de klassieke logica. IDAB staat voor de introductie van DAB-gevolgen. ECQ staat voor het afleiden van $\perp$ op basis van een inconsistentie.

(1)	$(\forall x)(Px \supset Qx)$	PREM	$\emptyset$
(2)	$(\forall x)(Px \supset {\sim}Qx)$	PREM	$\emptyset$
(3)	$(\forall x)(Px \supset Rx)$	PREM	$\emptyset$
(4)	$(\forall x)(Px \supset {\sim}Rx)$	PREM	$\emptyset$
(5)	$(\forall x)(Px \supset (Qx \vee Rx))$	PREM	$\emptyset$
(6)	$(\forall x)(Px \supset (Qx \vee {\sim}Rx))$	PREM	$\emptyset$
(7)	$(\forall x)(Px \supset ({\sim}Qx \vee Rx))$	PREM	$\emptyset$
(8)	$(\forall x)(Px \supset ({\sim}Qx \vee {\sim}Rx))$	PREM	$\emptyset$
(9)	$(\exists x)Px$	PREM	$\emptyset$
(10)	$Pa \supset Qa$	1; CUI	$\{?Pa \supset Qa\}$
(11)	$Pa \supset {\sim}Qa$	2; CUI	$\{?Pa \supset {\sim}Qa\}$
(12)	$Pa \supset (\exists x)(Qx\&{\sim}Qx)$	10,11; RCL	$\{?Pa \supset Qa, ?Pa \supset {\sim}Qa\}$
(13)	$(\exists x)(Qx\&{\sim}Qx)$	9,12; RCL	$\{?Px \supset Qx, ?Px \supset {\sim}Qx\}$
(14)	$\mathsf{DAB}\{?Px \supset Qx, ?Px \supset {\sim}Qx\}$	13; IDAB	$\emptyset$
(15)	$\mathsf{DAB}\{?Px \supset Rx, ?Px \supset {\sim}Rx\}$	analoog	$\emptyset$
(16)	$\mathsf{DAB}\{?Px \supset Qx, ?Px \supset Rx, ?Px \supset ({\sim}Qx \vee {\sim}Rx)\}$		$\emptyset$
(17)	$\mathsf{DAB}\{?Px \supset Qx, ?Px \supset {\sim}Rx, ?Px \supset ({\sim}Qx \vee Rx)\}$		$\emptyset$
(18)	$\mathsf{DAB}\{?Px \supset {\sim}Qx, ?Px \supset Rx, ?Px \supset (Qx \vee {\sim}Rx)\}$		$\emptyset$
(19)	$\mathsf{DAB}\{?Px \supset {\sim}Qx, ?Px \supset {\sim}Rx, ?Px \supset (Qx \vee Rx)\}$		$\emptyset$
(20)	$\mathsf{DAB}\{?Px \supset {\sim}Qx, ?Px \supset (Qx \vee Rx), ?Px \supset (Qx \vee {\sim}Rx)\}$		$\emptyset$
(21)	$\mathsf{DAB}\{?Px \supset Qx, ?Px \supset ({\sim}Qx \vee Rx), ?Px \supset ({\sim}Qx \vee {\sim}Rx)\}$		$\emptyset$
(22)	$\mathsf{DAB}\{?Px \supset {\sim}Rx, ?Px \supset (Qx \vee Rx), ?Px \supset ({\sim}Qx \vee Rx)\}$		$\emptyset$
(23)	$\mathsf{DAB}\{?Px \supset Rx, ?Px \supset (Qx \vee {\sim}Rx), ?Px \supset ({\sim}Qx \vee {\sim}Rx)\}$		$\emptyset$

Uit de verzameling $\Gamma^{\mathsf{al}} \cup \{(\exists x)Px\}$ kunnen alvast een tiental minimale DAB-formules afgeleid worden. Als de onderzoekers een consistente theorie willen construeren, moeten ze onder de factoren van iedere minimale DAB-formule een *bad guy* selecteren. Op basis van deze gegevens is er geen logische reden om deze selectie uit te voeren. Overigens kan voor elke constante a de formule ${\sim}Pa$ afgeleid worden in een lijn met $\{?Pa \supset Qa, ?Pa \supset {\sim}Qa\}$ als vijfde element van die lijn. Aangezien geen enkele van deze formules voorkomt in een minimale DAB-formule, weten we dat ${\sim}Pa \in \langle\Gamma^{\mathsf{al}} \cup \{(\exists x)Px\}, \mathbf{ACLuU^m}\rangle$, voor elke $a \in \mathcal{C}$.

Stel dat de onderzoekers vervolgens veldwerk verrichten en vaststellen dat Pa, Qa en ${\sim}Ra$ het geval zijn voor een specifieke a. Het bewijs kan dan als volgt uitgebreid worden:

(24)	Pa	PREM	$\emptyset$
(25)	Qa	PREM	$\emptyset$
(26)	${\sim}Ra$	PREM	$\emptyset$
(27)	${\sim}(Pa \supset {\sim}Qa)$	24,25; NI	$\emptyset$
(28)	$\perp$	11,27 ECQ	$\{?Pa \supset {\sim}Qa\}$

(29) $?Pa \supset \sim Qa$	28, IDAB	$\emptyset$
(30) $?Px \supset \sim Qx$	29, R$\exists$	$\emptyset$
(31) $?Pa \supset Ra$	analoog	$\emptyset$
(32) $?Px \supset Rx$	analoog	$\emptyset$
(33) $?Pa \supset (\sim Qa \vee Ra)$	analoog	$\emptyset$
(34) $?Px \supset (\sim Qx \vee Rx)$	analoog	$\emptyset$

Na het afleiden van lijn 30 zijn de formules in lijnen 14, 18, 19 en 20 niet langer minimale DAB-formules. Na het afleiden van lijn 32 zijn ook de DAB-formules in lijnen 15, 16 en 23 niet langer minimaal. Na het afleiden van lijn 34 tenslotte, zijn ook de formules in lijnen 17, 21 en 22 niet langer minimaal. De 'harde' abnormaliteiten in dit stadium zijn $\{(\forall x)(Px \supset \sim Qx)\&\sim(Pa \supset Qa),\ (\forall x)(Px \supset Rx)\&\sim(Pa \supset Ra), (\forall x)(Px \supset (\sim Qx \vee Rx))\&(Pa \supset (\sim Qa \vee Ra))\}$. Bij een bijsturing van de benadering van hun theorie, kunnen de onderzoekers dus de universeel gekwantificeerde formules $(\forall x)(Px \supset \sim Qx)$, $(\forall x)(Px \supset Rx)$ en $(\forall x)(Px \supset (\sim Qx \vee Rx))$ schrappen. Ze krijgen dus de volgende, minder inconsistente benadering: $\langle \Gamma^{1.4.5.6.8}, \mathbf{ACLuU^m} \rangle$.

Stel dat de onderzoekers vervolgens nieuw veldwerk verrichten en vaststellen dat Pb en Rb het geval zijn voor een specifieke b. Het bewijs kan weer verlengd worden:

(35) Pb	PREM	$\emptyset$
(36) Rb	PREM	$\emptyset$
(37) $Pb \supset \sim Rb$	3; CUI	$\{?Pb \supset \sim Rb\}$
(38) $\sim(Pb \supset \sim Rb)$	35, 36; NI	$\emptyset$
(39) $\perp$	37,38; ECQ	$\{?Pb \supset \sim Rb\}$
(40) $?Pb \supset \sim Rb$	39, IDAB	$\emptyset$
(41) $?Px \supset \sim Rx$	40, R$\exists$	$\emptyset$

Na het afleiden van lijn 41, dringt zich een nieuwe bijsturing van de theorie op. De universeel gekwantificeerde formule $(\forall x)(Px \supset \sim Rx)$ dient nu ook geschrapt te worden. We krijgen dus de volgende benadering: $\langle \Gamma^{1.5.6.8}, \mathbf{ACLuU^m} \rangle$. Als de onderzoekers niet over de middelen beschikken om nog meer onderzoek te verrichten, kunnen ze eventueel $\langle \Gamma^1, \mathbf{CL} \rangle$ als voorlopige theorie gebruiken. De formules (5), (6) en (8) zijn immers afleidbaar uit $(\forall x)(Px \supset Qx)$.

Al bij al komt deze benadering dan neer op een vorm van inductie, die er op het eerste gezicht misschien wild uitziet, maar waarvoor toch argumenten te vinden zijn in de geschiedenis van de fyisca. Het formuleren van een wet of het aanvaarden van universeel gekwantificeerde uitspraak op basis van *één* waarneming, is helemaal niet uitzonderlijk in de geschiedenis van de fysica.[48]

Merk nog op dat de formules (5) tot (8) afleidbaar zijn uit de formules (1) tot (4). Toch denk ik dat het belangrijk is dat zij ook in rekening gebracht worden. Tegenvoorbeelden voor bijvoorbeeld $(\forall x)(Px \supset (Qx \vee Rx))$ kunnen maar gevonden worden als nieuw onderzoek leidt tot een premisse $(\exists x)(Px\&\sim Qx\&\sim Rx)$. Merk op dat het dus ook

[48] Ik baseer mij voor deze uitspraak op voorbeelden die aangegeven werden door de Poolse natuurkundige en filosoof Woytec Sady.

mogelijk was dat alle universeel gekwantificeerde formules (1) tot (4) geschrapt worden op basis van observaties,[49] terwijl sommige van de formules (5) tot (8) gehandhaafd blijven.

De benadering van de beoogde theorie die gebruik maakt van $\mathbf{ACLuU^m}$ kunnen we dus als volgt typeren: we aanvaarden alle zinvolle universeel gekwantificeerde formules totdat we een tegenvoorbeeld vinden.

7.6.4 Vergelijking met $\mathbf{ACLuN^m}$

Het is interessant eens de logica $\mathbf{ACLuN^m}$ los te laten op respectievelijk de verzamelingen $\Gamma^{\mathsf{al}} \cup \{(\exists x)Px\}$, $\Gamma^{\mathsf{al}} \cup \{Pa, Qa, {\sim}Ra\}$ en $\Gamma^{\mathsf{al}} \cup \{Pa, Qa, {\sim}Ra, Pb, Rb\}$.

(1)	$(\forall x)(Px \supset Qx)$	PREM	$\emptyset$
(2)	$(\forall x)(Px \supset {\sim}Qx)$	PREM	$\emptyset$
(3)	$(\forall x)(Px \supset Rx)$	PREM	$\emptyset$
(4)	$(\forall x)(Px \supset {\sim}Rx)$	PREM	$\emptyset$
(5)	$(\forall x)(Px \supset (Qx \vee Rx))$	PREM	$\emptyset$
(6)	$(\forall x)(Px \supset (Qx \vee {\sim}Rx))$	PREM	$\emptyset$
(7)	$(\forall x)(Px \supset ({\sim}Qx \vee Rx))$	PREM	$\emptyset$
(8)	$(\forall x)(Px \supset ({\sim}Qx \vee {\sim}Rx))$	PREM	$\emptyset$
(9)	$(\exists x)Px$	PREM	$\emptyset$
(10)	$Pa \supset Qa$	1; UI	$\emptyset$
(11)	$Pa \supset {\sim}Qa$	2; UI	$\emptyset$
(12)	$Pa \supset (Qa\&{\sim}Qa)$	10,11; RCL	$\emptyset$
(13)	$(\forall x)(Px \supset (Qx\&{\sim}Qx))$	10,12; RCL	$\emptyset$
(14)	$(\forall x){\sim}Px$	13; RC	$\{(\exists x)(Qx\&{\sim}Qx)\}$
(15)	$Pa \supset (\exists x)(Qx\&{\sim}Qx)$	12; EG	$\emptyset$
(16)	$(\exists x)(Qx\&{\sim}Qx)$	9,15; EG	$\emptyset$
(17)	$(\exists x)(Rx\&{\sim}Rx)$	analoog	$\emptyset$

Uit de verzameling $\Gamma^{\mathsf{al}} \cup \{(\exists x)Px\}$ kunnen we met $\mathbf{ACLuN^m}$ slechts twee minimale DAB-formules afleiden. De diagnose die we op basis van dit bewijs kunnen maken is dus dat Qx en Rx zich inconsistent gedragen.

Na het in rekening brengen van de premissen Pa, Qa en ${\sim}Ra$, zijn $Qa\&{\sim}Qa$ en $Ra\&{\sim}Ra$ minimale DAB-gevolgen. Op basis van het feit dat Qa voortkomt uit een observatie, kunnen de onderzoekers besluiten de oorzaak van het afleiden van ${\sim}Qa$ bij te schaven, en die oorzaak te zoeken in het pad van ${\sim}Qa$; analoog voor ${\sim}Ra$ en Ra. Uiteindelijk zullen zij dan ook wel tot de bevinding komen dat de formules $(\forall x)(Px \supset {\sim}Qx)$, $(\forall x)(Px \supset Rx)$ en $(\forall x)(Px \supset ({\sim}Qx \vee Rx)$ geschrapt moeten worden, maar we kunnen wel stellen dat $\mathbf{ACLuN^m}$ in deze situatie minder elegant is dan $\mathbf{ACLuU^m}$, omdat de zwakke plekken met deze laatste logica onmiddellijk afleesbaar zijn in de minimale DAB-gevolgen.

Het hoeft niet herhaald dat de logica's $\mathbf{ACLuU^r}$ en $\mathbf{ACLuU^m}$ enkel nuttig zijn in situaties waarin we werken met 'regels met uitzonderingen'. Als we bovendien verwachten dat er zich andere oorzaken van inconsistenties kunnen voordoen, kunnen we met deze logica's trivialiteit niet vermijden. Dan zijn $\mathbf{ACLuN^r}$ of $\mathbf{ACLuN^m}$ de aangewezen logica's.

[49]Bijvoorbeeld op basis van de observaties: $Pa, Qa, Pb, {\sim}Qb, Pc, Rc, Pd, {\sim}Pd$.

7.7 [CL], A[CL]$^{\mathbf{r}}$ en A[CL]$^{\mathbf{m}}$.

De reden om met de adaptieve logica's **A**[**CL**]$^{\mathbf{r}}$ of **A**[**CL**]$^{\mathbf{m}}$ te werken is heel eenvoudig. We verwachten dat er zich abnormaliteiten ten opzichte van de klassieke logica zullen voordoen, maar we hebben geen idee over de vorm van deze abnormaliteiten. We nemen aan dat in iedere formule of subformule een abnormaliteit schuil kan gaan. Het werken met de logica's [**CL**], **A**[**CL**]$^{\mathbf{r}}$ en **A**[**CL**]$^{\mathbf{m}}$ is ook heel eenvoudig; je hoeft alleen klassieke logica te kennen en haakjes te zetten.

De ondergrenslogica [**CL**] maakt gebruik van een heel eenvoudige vertaling van de premissen.

Definitie 35 $[\Gamma] =_{\mathsf{df}} \{[A] \mid A \in \Gamma\}$

De logica's [**CL**], **A**[**CL**]$^{\mathbf{r}}$ en **A**[**CL**]$^{\mathbf{m}}$ zijn ook gedefinieerd *in* deze vertaling. Het zijn dus logica's van het type (7.2), pagina 177. Naderhand zullen we echter ook afleidingsrelaties van het type (7.1) definiëren.

De leden van $[\Gamma]$ kunnen we in de lijn van [Batens:1997a] "blokken" noemen.[50] Zowel de semantiek als de bewijstheorie van [**CL**] zijn gebaseerd op de ontblokkingsdefinitie:

Definitie 36 (Ontblokking) .

1. *Waar A een primitieve formule is:* $[A]^{-1} =_{\mathsf{df}} A$.
2. $[{\sim}A]^{-1} =_{\mathsf{df}} {\sim}[A]$.
3. $[A\&B]^{-1} =_{\mathsf{df}} [A]\&[B]$.
4. $[A\vee B]^{-1} =_{\mathsf{df}} [A]\vee[B]$.
5. $[A\supset B]^{-1} =_{\mathsf{df}} [A]\supset[B]$.
6. $[A\equiv B]^{-1} =_{\mathsf{df}} [A]\equiv[B]$.
7. $[(\forall\alpha)A]^{-1} =_{\mathsf{df}} (\forall\alpha)[A]$.
8. $[(\exists\alpha)A]^{-1} =_{\mathsf{df}} (\exists\alpha)[A]$.

7.7.1 Taalschema

In wat volgt staat $B(A)$ voor een formule waarin de subformule A voorkomt. De formule $B(C/A)$ is de formule die we bekomen door in $B(A)$ de formule A te vervangen door de formule C. De verzameling $[\mathcal{F}]$ van [**CL**]-formules, is de kleinste verzameling Φ die voldoet aan de volgende voorwaarden:[51]

[50] Maar het overnemen van de naam is enkel gebaseerd op een oppervlakkige gelijkenis. Er zijn heel wat verschillen tussen Batens' en mijn blokken. Mijn "ontblokkingsdefinitie" brengt bijvoorbeeld met zich mee dat eliminatie van de entiteit enkel van toepassing is op "ontblokte" constanten. Ik heb geprobeerd de analogie met de blokken uit [Batens:1997a] groter te maken, maar dit bracht een complicatie met zich mee, waarvan ik dacht dat 'het sop de kool niet waard is'.

[51] Voor de bepaling van $\mathcal{W}$ en $\mathcal{F}$, zie sectie 4.1.1, pagina 77.

1. Als $A \in \mathcal{F}$, dan $[A] \in \Phi$.
2. Als $B([A]) \in \Phi$, dan $B([A]^{-1}/[A]) \in \Phi$.

De verzameling $[\mathcal{W}]$ van welgevormde formules bestaat uit die leden van $[\mathcal{F}]$ waarin alle variabelen binnen het bereik van een kwantor over die variabele staan.

Merk op dat er geen genestelde blokken voorkomen in de taal van [**CL**].

7.7.2 Bewijstheorie van [CL]

Elk blok wordt als een nieuwe klassieke, primitieve (open of welgevormde) formule behandeld. Uit $[A] \supset B$ en A kunnen we dus niet besluiten tot B. Uit $[A] \supset B$ en $[A]$ kunnen we wel besluiten tot B. Aldus kunnen we de bewijstheorie van [**CL**] bepalen door de bewijstheorie van **CL** uit te breiden met het volgende inferentie-schema:

$$\mathrm{R}^{-1}: \quad \frac{C([A])}{C([A]^{-1}/[A]) \vee \exists{\sim}([A] \equiv [A]^{-1})}$$

Zoals voorheen is $\exists A$ de formule die we bekomen door voor elke vrije variabele α die voorkomt in A een existentiële kwantor over α voor A te plaatsen. De definitie van een [**CL**]-bewijs is standaard.

Definitie 37 $[\Gamma] \vdash_{[\mathbf{CL}]} A$ *asa er een* [**CL**]*-bewijs is voor* A *uit* $[\Gamma]$.

We kunnen in [**CL**] het volgende inferentie-schema afleiden:

$$\mathrm{R}^{+1}: \quad \frac{C([A]^{-1})}{C([A]/[A]^{-1}) \vee \exists{\sim}([A] \equiv [A]^{-1})}$$

Theorema 5 *Het inferentie-schema* R^{+1} *is afleidbaar in* [**CL**].

Bewijs. Elk bewijs waarin de volgende lijn (1) voorkomt, kunnen we uitbreiden met de lijnen (2) tot (6).

1.	$C([A]^{-1})$	...
2.	$\mid {\sim}C([A]/[A]^{-1})$	Hyp
3.	$\mid {\sim}C([A]^{-1}) \vee \exists{\sim}([A] \equiv [A]^{-1})$	2; R^{-1}
4.	${\sim}C([A]/[A]^{-1}) \supset ({\sim}C([A]^{-1}) \vee \exists{\sim}([A] \equiv [A]^{-1}))$	2,3; VB
5.	$C([A]^{-1} \supset (C([A]/[A]^{-1}) \vee \exists{\sim}([A] \equiv [A]^{-1}))$	4; Ccpos[52]
6.	$C([A]/[A]^{-1}) \vee \exists{\sim}([A] \equiv [A]^{-1})$	1,5; MP

■

Omdat de formules van de vorm $\exists{\sim}([A] \equiv [A]^{-1})$ veel voorkomen zullen we ze afkorten tot $\exists\mu_A$. Om bovendien niet te veel disjunctietekens en μ's te moeten schrijven, schrijven we $\mu_{B_1} \vee \ldots \vee \mu_{B_n}$ in het vervolg als $\mu_{\{B_1,\ldots,B_n\}}$

Enkele voorbeelden van [**CL**]-bewijzen:

- $\Gamma = \{A, {\sim}A, A \vee B\}$

1.	$[A]$	Prem
2.	$[{\sim}A]$	Prem
3.	$[A \vee B]$	Prem
4.	${\sim}[A] \vee \mu_{\sim A}$	2; R^{-1}
5.	$[A] \vee [B] \vee \mu_{A\vee B}$	3; R^{-1}
6.	$\mu_{\sim A}$	1,4; DS
7.	$[B] \vee \mu_{\{\sim A,\, A\vee B\}}$	4,5; DS

In [**CL**] worden inconsistenties dus opgevangen door het afleiden van een formule van de vorm $\mu_{\sim A}$ die uitdrukt dat $[{\sim}A]$ en ${\sim}[A]$ niet equivalent zijn.

- $\Gamma = \{(\forall x)(Px \supset x = a), (\forall x)(Px \supset Qx), (\exists x)Px\}$

1.	$[(\forall x)(Px \supset x = a)]$	Prem
2.	$[(\forall x)(Px \supset Qx)]$	Prem
3.	$[(\exists x)Px]$	Prem
4.	$(\exists x)[Px] \vee \mu_{(\exists x)Px}$	2; R^{-1}
5.	$(\exists x)Px \vee \mu_{\{Px,\, \exists x)Px\}}$	2; R^{-1}
6.	$(\forall x)(Px \supset x = a) \vee \mu_{\{Px,\, x=a,\, Px\supset x=a,\, (\forall x)(Px\supset x=a)\}}$	1; R^{-1} (4×)
7.	$(\forall x)(Px \supset Qx) \vee \mu_{\{Px,\, Qx,\, Px\supset Qx,\, (\forall x)(Px\supset Qx)\}}$	1; R^{-1} (4×)
8.	$\mid Pb$	HYP
9.	$\mid Pb \supset b = a \vee \mu_{\{Px,\, x=a,\, Px\supset x=a,\, (\forall x)(Px\supset x=a)\}}$	6; UI
10.	$\mid Pb \supset Qb \vee \mu_{\{Px,\, Qx,\, Px\supset Qx,\, (\forall x)(Px\supset x=a)\}}$	7; UI
11.	$\mid b = a \vee \mu_{\{Px,\, x=a,\, Px\supset x=a,\, (\forall x)(Px\supset x=a)\}}$	8,9; MP
12.	$\mid Qb \vee \mu_{\{Px,\, Qx,\, Px\supset Qx,\, (\forall x)(Px\supset Qx)\}}$	8,10; VB
13.	$\mid Qa \vee \mu_{\{Px,\, Qx,\, x=a,\, Px\supset Qx,\, Px\supset x=a,\, (\forall x)(Px\supset Qx),\, (\forall x)(Px\supset x=a)\}}$	11,12; =E
14.	$Qa \vee \mu_{\{Px,\, Qx,\, x=a,\, (\exists x)Px,\, (\forall x)(Px\supset Qx),\, Px\supset Qx,\, (\forall x)(Px\supset x=a),\, Px\supset x=a\}}$	4,8,13; VBE
15.	$[Qa] \vee \mu_{\{Qa,\, Px,\, Qx,\, x=a,\, (\exists x)Px,\, (\forall x)(Px\supset Qx),\, Px\supset Qx,\, (\forall x)(Px\supset x=a),\, Px\supset x=a\}}$	17,18; R^{+1}

Theorema 6 (Deductietheorema) *Als* $A_1, \ldots, A_n \vdash_{[\mathbf{CL}]} B$, *dan* $A_1, \ldots, A_{n-1} \vdash_{[\mathbf{CL}]} A_n \supset B$

Bewijs. We beschouwen de lijst $C_1, \ldots, C_m$ van formules die voorkomen in een bepaald bewijs voor B uit $A_1, \ldots, A_n$. We herschrijven nu de lijst door elke C_i te vervangen door $A_n \supset C_i$. Door een inductie over de i's, bewijzen we dat iedere formule van de vorm $A_n \supset C_i$ afleidbaar is uit $A_1, \ldots, A_{n-1}$. Voor de **CL**-regels verwijs ik naar het deductietheorema voor **CL**. Bekijken we de eerste C_i die afgeleid is op basis van R^{-1}. We weten dat er een C_h $(h < i)$ van de vorm $D([E])$ voorkomt in het oorspronkelijke bewijs, terwijl C_i van de vorm $D([E]^{-1}/[E]) \vee {\sim}([E] \equiv [E]^{-1})$ is. We weten (uit de inductiehypothese) dat $A_1, \ldots, A_{n-1} \vdash_{[\mathbf{CL}]} A_n \supset D([E])$. We voegen de volgende lijnen toe:

[52] Ccpos staat voor ${\sim}A \supset ({\sim}B \vee C)\;/\;(B \supset A) \vee C$.

(i_j).	$A_n \supset D([E])$	...
(k_0).	$\mid A_n$	Hyp
(k_1).	$\mid D([E])$	$(k_0), (k_1)$, MP
(k_2).	$\mid D([E]^{-1}/[E]) \vee \sim([E] \equiv [E]^{-1})$	(k_1); R^{-1}
(k_3).	$A_n \supset (D([E]^{-1}/[E]) \vee \sim([E] \equiv [E]^{-1}))$	$(k_0), (k_2)$; VB

■

7.7.3 Semantiek van [CL]

Een [**CL**]-model is een koppel $\mathsf{M} = \langle \mathcal{D}, v \rangle$, waarin $\mathcal{D}$ een niet-lege verzameling is (het domein) en de toekenningsfunctie v bepaald is door:

S0.1	$v : \mathcal{C} \cup \mathcal{V} \longrightarrow \mathcal{D}$
S0.2	$\mathsf{v} : \mathcal{P}^n \longrightarrow \mathbf{P}(\mathcal{D}^n)$.
S0.3	$\mathsf{v} : \mathcal{Z} \longrightarrow \{0, 1\}$
S0.4	$\mathsf{v} : \{[A] \mid A \in \mathcal{F}\} \longrightarrow \{0, 1\}$

Een valuatiefunctie $\mathsf{v_M}$ bepaald door een model M, is een functie die voldoet aan de volgende voorwaarden:

S1.1	$\mathsf{v_M} : \mathcal{F} \cup [\mathcal{F}] \longrightarrow \{0, 1\}$
S1.2	voor $A \in \mathcal{Z}$, $\mathsf{v_M}(A) = v(A)$
S1.3	$\mathsf{v_M}(\pi\alpha_1...\alpha_n) = 1$ asa $\langle v(\alpha_1), ..., v(\alpha_n)\rangle \in v(\pi)$
S1.4	$\mathsf{v_M}(\alpha = \beta) = 1$ asa $v(\alpha) = v(\beta)$
S1.5	$\mathsf{v_M}(\sim A) = 1$ asa $\mathsf{v_M}(A) = 0$
S1.6	$\mathsf{v_M}(A \supset B) = 1$ asa $\mathsf{v_M}(A) = 0$ of $\mathsf{v_M}(B) = 1$
S1.7	$\mathsf{v_M}(A \& B) = 1$ asa $\mathsf{v_M}(A) = 1$ en $\mathsf{v_M}(B) = 1$
S1.8	$\mathsf{v_M}(A \vee B) = 1$ asa $\mathsf{v_M}(A) = 1$ of $\mathsf{v_M}(B) = 1$
S1.9	$\mathsf{v_M}(A \equiv B) = 1$ asa $\mathsf{v_M}(A) = \mathsf{v_M}(B)$
S1.10	$\mathsf{v_M}((\forall\alpha)A)) = 1$ asa $\mathsf{v_M}(A(\beta/\alpha)) = 1$ voor alle $\beta \in \mathcal{C} \cup \mathcal{V}$
S1.11	$\mathsf{v_M}((\exists\alpha)A) = 1$ asa $\mathsf{v_M}(A(\beta/\alpha)) = 1$ voor een $\beta \in \mathcal{C} \cup \mathcal{V}$
S1.12	$\mathsf{v_M}([A]) = \mathsf{v_M}([A]^{-1})$ asa $\mathsf{v}(A) = 0$

Uit de clausules S1.12 kunnen we de volgende beweringen afleiden:

- Als $\mathsf{v_M}([A]) = 1$, dan $\mathsf{v_M}([A]^{-1}) = 1$ of $\mathsf{v}([A]) = 1$
- Als $\mathsf{v_M}([A]) = 0$, dan $\mathsf{v_M}([A]^{-1}) = 0$ of $\mathsf{v}([A]) = 1$
- Als $\mathsf{v_M}([A]^{-1}) = 1$, dan $\mathsf{v_M}([A]) = 1$ of $\mathsf{v}([A]) = 1$
- Als $\mathsf{v_M}([A]^{-1}) = 0$, dan $\mathsf{v_M}([A]) = 0$ of $\mathsf{v}([A]) = 1$
- Als $\mathsf{v}(A) = 1$, dan $\mathsf{v_M}([A]) \neq \mathsf{v_M}([A]^{-1})$

De bepaling van $\Gamma \models_{\mathbf{CL}} A$ is standaard.

Theorema 7 *Voor elk* [**CL**]*-model* M *geldt dat de verzameling* $\{A \mid \mathsf{v_M}(A) = 1\}$ *maximaal niet-triviaal is.*

Bewijs. Geen enkel [**CL**]-model is triviaal, want voor elke $B \in [\mathcal{F}]$ geldt dat $\mathsf{v_M}(\sim B) = 0$ als $\mathsf{v_M}(B) = 1$. Als voor $\mathsf{v_M}(C) = 0$, dan is $\mathsf{v_M}(C \supset D) = 1$ voor elke $D \in [\mathcal{F}]$ en zodoende is $\{A \mid \mathsf{v_M}(A) = 1\} \cup \{C\}$ triviaal. ■

Theorema 8 (Juistheid) *Als* $[\Gamma] \vdash_{[\mathbf{CL}]} A$, *dan* $[\Gamma] \models_{[\mathbf{CL}]} A$.

Bewijs. Voor het **CL**-gedeelte van [**CL**] verwijs ik naar de juistheidsstelling van **CL**. Er moet dan enkel nog bewezen worden dat het inferentie-schema R^{-1} waarheidsbehoudend is. Stel dat $\mathsf{v_M}(B([C])) = 1$ en $\mathsf{v_M}(B([C]^{-1}/[C]) \vee \exists\sim([C] \equiv [C]^{-1})) = 0$. Aangezien $\mathsf{v_M}(\exists\sim([C] \equiv [C]^{-1})) = 0$, is $\mathsf{v_M}(\sim([C] \equiv [C]^{-1})) = 0$, en dus $\mathsf{v_M}([C] \equiv [C]^{-1}) = 1$, en dus ook $\mathsf{v_M}([C]) = \mathsf{v_M}([C]^{-1})$ wegens S1.9. Aangezien $\mathsf{v_M}(B([C]^{-1}/[C])) = 0$, is dus ook $\mathsf{v_M}(B([C])) = 0$, wat niet kan. ■

Theorema 9 (Volledigheid) *Als* $[\Gamma] \models_{[\mathbf{CL}]} A$, *dan* $[\Gamma] \vdash_{[\mathbf{CL}]} A$.

Bewijs. Stel $[\Gamma] \nvdash_{[\mathbf{CL}]} A$. Zet alle welgevormde formules op een rij $B_1, B_2, \ldots$, zodat elke formule van de vorm $(\exists\alpha)C$ gevolgd wordt door een formule $C(\beta/\alpha)$, voor een β die niet voorkomt in Γ, A of de rij tot en met $(\exists\alpha)C$. We definiëren Δ als volgt:

$$\Delta_0 =_{\mathsf{df}} Cn_{[\mathbf{CL}]}([\Gamma])$$

$$\Delta_{i+1} =_{\mathsf{df}} Cn_{[\mathbf{CL}]}(\Delta_i \cup \{B_{i+1}\}) \text{ als } A \notin Cn_{[\mathbf{CL}]}(\Delta_i \cup \{B_{i+1}\}$$
$$\Delta_{i+1} =_{\mathsf{df}} \Delta_i \text{ als } A \in Cn_{[\mathbf{CL}]}(\Delta_i \cup \{B_{i+1}\}$$

$$\Delta =_{\mathsf{df}} \Delta_0 \cup \Delta_1 \cup \ldots.$$

Uit de definitie van Δ weten we dat (i) $[\Gamma] \subseteq \Delta$, (ii) $A \notin \Delta$, en (iii) Δ deductief gesloten is. Overigens kunnen we aantonen dat (iv) Δ maximaal niet-triviaal is. We weten dat $A \supset C \in \Delta$ voor elke C, want anders zou er een Δ_i zijn zodat $\Delta_i \cup \{A \supset C\} \vdash_{[\mathbf{CL}]} A$. Uit het deductietheorema weten we dan dat $\Delta_i \vdash_{[\mathbf{CL}]} (A \supset C) \supset A$. Maar in het licht van het [**CL**]-axioma $((A \supset C) \supset A) \supset A$, zouden we dan kunnen besluiten dat $\Delta_i \vdash_{[\mathbf{CL}]} A$, wat niet kan. Als $E \notin \Delta$, dan is er een Δ_i zodat $\Delta_i \cup \{E\} \vdash_{[\mathbf{CL}]} A$, en dus $\Delta \cup \{E\} \vdash_{[\mathbf{CL}]} A$. Aangezien $A \supset C \in \Delta$ voor elke C, is $\Delta \cup \{E\}$ triviaal.

We kunnen ook het volgende bewijzen: (v) als $C \vee E \in \Delta$, dan $C \in \Delta$ of $E \in \Delta$. Stel immers dat $C \notin \Delta$ of $E \notin \Delta$. Dan $A \supset C \in \Delta$ of $A \supset E \in \Delta$; en dan, met behulp van de dilemma regel, en wegens het feit dat Δ deductief gesloten is, $A \in \Delta$, wat niet kan.

(vi) De volgorde van de formules $B_1, B_2, \ldots$ en de regel R$\exists$ garanderen ons bovendien dat Δ omega-volledig is: als $(\exists\alpha)A \in \Delta$, dan $A(\beta/\alpha) \in \Delta$ voor een $\beta \in \mathcal{C}$.

Nu gaan we nog tonen dat Δ een [**CL**] model bepaalt, en klaar is kees. We bepalen dit [**CL**]-model als volgt. $[\![\beta]\!] = \{\gamma \mid \beta = \gamma \in \Delta\}$, voor elke $\beta \in \mathcal{C}$. Het domein is de verzameling van dergelijke equivalentie-klassen.

$\boxed{1}$ Waar $C \in \mathcal{Z}$, $\mathsf{v}(C) = 1$ asa $C \in \Delta$
$\boxed{2}$ Voor elke $\beta \in \mathcal{C}$, $\mathsf{v}(\beta) = [\![\beta]\!]$
$\boxed{3}$ Voor elke $\alpha \in \mathcal{V}$, $\mathsf{v}(\alpha) = [\![a]\!]$
$\boxed{4}$ Voor elke $\pi \in \mathcal{P}^r$, $\mathsf{v}(\pi) = \{\langle [\![\alpha_1]\!] \ldots [\![\alpha_1]\!]\rangle \mid \pi\alpha_1 \ldots \alpha_r \in \Delta\}$
$\boxed{5}$ Voor elke $A \in \mathcal{F} : \mathsf{v}([A]) = 0$ asa $[A], [A]^{-1} \in \Delta$

Door een inductie over de lengte van de formules kunnen we nu tonen dat $\mathsf{v}_{\mathsf{M}}(C) = 1$ als $C \in \Delta$. We definiëren $[C]$ als langer dan $[C]^{-1}$.[53]

Voor $C \in \mathcal{Z}$: als $C \in \Delta$, dan $\mathsf{v}(C) = 1$, en dan $\mathsf{v}_{\mathsf{M}}(C) = 1$.

Als $\pi\beta_1 \ldots \beta_r \in \Delta$, dan $\langle [\![\beta_1]\!] \ldots [\![\beta_1]\!]\rangle \in \mathsf{v}(\pi)$, en dan $\mathsf{v}_{\mathsf{M}}(\pi\beta_1 \ldots \beta_r) = 1$.

Als $\beta = \gamma \in \Delta$, dan $\gamma \in [\![\beta]\!]$ en dus $\mathsf{v}(\beta) = \mathsf{v}(\gamma)$ en dus $\mathsf{v}_{\mathsf{M}}(\beta = \gamma) = 1$.

Voor de complexe formules zijn alle klassieke gevallen klassiek. Ik bekijk enkel nog het geval dat $[C] \in \Delta$. Als $[C]^{-1} \notin \Delta$, dan is $\mathsf{v}_{\mathsf{M}}([C]^{-1}) = 0$ wegens de inductiehypothese, en dan is $\mathsf{v}([C]) = 1$ wegens $\boxed{5}$. En dan is $\mathsf{v}_{\mathsf{M}}([C]) \neq \mathsf{v}_{\mathsf{M}}([C]^{-1})$, wegens S1.12, en dus $\mathsf{v}_{\mathsf{M}}([C]) = 1$. Als $[C]^{-1} \in \Delta$, dan is $\mathsf{v}_{\mathsf{M}}([C]^{-1}) = 1$ wegens de inductiehypothese, en dan is $\mathsf{v}([C]) = 0$ wegens $\boxed{5}$. En dan is $\mathsf{v}_{\mathsf{M}}([C]) = \mathsf{v}_{\mathsf{M}}([C]^{-1})$, wegens S1.12, en dus $\mathsf{v}_{\mathsf{M}}([C]) = 0$.

Aangezien Δ maximaal niet-triviaal is, en $\mathsf{v}_{\mathsf{M}}(C) = 1$ voor alle $C \in \Delta$, weten we dat $\Delta = \{C \mid \mathsf{v}_{\mathsf{M}}(C) = 1\}$ en dus dat $\mathsf{v}_{\mathsf{M}}(A) = 0$ en $\mathsf{v}_{\mathsf{M}}(B) = 1$ voor elke $B \in \Gamma$. ■

7.7.4 A[CL]$^{\mathbf{r}}$ en A[CL]$^{\mathbf{m}}$

Zoals reeds kon vermoed worden, zijn de abnormaliteiten van **A**[**CL**]$^{\mathbf{r}}$ en **A**[**CL**]$^{\mathbf{m}}$ formules van de vorm $\exists{\sim}([A] \equiv [A]^{-1})$, die ik ook afkort als μ_A. Gegeven de ondergrenslogica [**CL**] en de algemene bepaling van de strategieën kennen we nu de adaptieve logica's **A**[**CL**]$^{\mathbf{r}}$ en **A**[**CL**]$^{\mathbf{m}}$. Het lijkt me nuttig even in te gaan op de metatheorie. Ik kies er de metatheorie voor **A**[**CL**]$^{\mathbf{m}}$ uit. De metatheorie voor **A**[**CL**]$^{\mathbf{r}}$ kan dan gereconstrueerd worden op basis van deze voor **A**[**CL**]$^{\mathbf{m}}$ en deze voor **ACLuN**$^{\mathbf{r}}$ in [Batens:1998a].[54]

In de volgende bewijzen wordt de verzameling $\Phi([\Gamma])$ gebruikt. Deze wordt als volgt bepaald.[55] $\Phi^o([\Gamma])$ is de verzameling van alle verzamelingen die één disjunct van ieder minimaal DAB-gevolg van $[\Gamma]$ bevatten. $\Phi^*([\Gamma])$ is de verzameling van alle verzamelingen $CN_{[\mathbf{CL}]}(\varphi) \cap \mathcal{A}$, voor elke $\varphi \in \Phi^o([\Gamma])$. $\Phi([\Gamma])$ is de verzameling van die leden van $\Phi^*([\Gamma])$ die geen supersets zijn van andere leden van $\Phi^*([\Gamma])$.

Theorema 10 $[\Gamma] \vdash_{\mathbf{A}[\mathbf{CL}]^{\mathbf{m}}} A$ *asa er één of meer (mogelijk lege) eindige verzamelingen* $\Sigma_1, \Sigma_2, \ldots$ *zijn, zodat* $[\Gamma] \vdash_{[\mathbf{CL}]} A \vee \mathsf{DAB}(\Sigma_1)$, $[\Gamma] \vdash_{[\mathbf{CL}]} A \vee \mathsf{DAB}(\Sigma_2)$, *…, en voor elke* $\varphi \in \Phi([\Gamma])$ *is er een* Σ_i *zodat* $\Sigma_i \cap \varphi = \emptyset$.

[53] Dit is niet eigenaardig: in feite is een formule als $[p\&q]$ te schrijven als $[[p]\&[q]]$. Aldus zien we dat $[p\&q]$ bekomen wordt door nog extra haakjes te schrijven rond $[p\&q]^{-1}$.

[54] Een bijkomende reden waarom ik precies de logica die gebruik maakt van de **m**-strategie kies, vind je in voetnoot 23, pagina 162. Desalniettemin maak ik hier natuurlijk dankbaar gebruik van de bewijzen die in [Batens:1998a] gedrukt staan.

[55] Vergelijk ook met de bepaling van $\Phi_s(\Gamma)$ op pagina 159.

Bewijs. Voor de eerste richting nemen we aan dat A finaal afgeleid is in een lijn (j) van een bewijs uit $[\Gamma]$. Beschouw nu de (mogelijk oneindige) extensie van het bewijs waarin alle minimale DAB-gevolgen afgeleid zijn. Noem dit het stadium (s) van dit bewijs. Aangezien A finaal afgeleid is in lijn (j), is er een extensie van het bewijs tot stadium (s') waarin lijn (j) niet gemarkeerd is (zie definitie 33). Zodoende zijn er eindige verzamelingen $\Sigma_1, \Sigma_2, \ldots$, zodat (i) voor elke $\varphi \in \Phi_{s'}([\Gamma])$ één van de Σ_i's zo is dat $\Sigma_i \cap \varphi = \emptyset$ en zodat (ii) in stadium (s') elke Σ_i het vijfde element is van een lijn waarvan A het tweede element is (zie definitie 32). Aangezien $\Phi_s([\Gamma]) = \Phi_{s'}([\Gamma]) = \Phi([\Gamma])$, weten we dat voor elke $\varphi \in \Phi([\Gamma])$, één van de Σ_i's zo is dat $\Sigma_i \cap \varphi = \emptyset$. Een aangezien een lijn met A in het tweede element en Σ_i in het vijfde element afgeleid kan worden in een bewijs uit $[\Gamma]$ asa $[\Gamma] \vdash_{[\mathbf{CL}]} A \vee \mathsf{DAB}(\Sigma_i)$, weten we dat dit laatste het geval is voor elke Σ_i.

Voor de tweede richting nemen we aan dat er één of meerdere verzamelingen Σ_1, $\Sigma_2, \ldots$, zijn zodat $[\Gamma] \vdash_{[\mathbf{CL}]} A \vee \mathsf{DAB}(\Sigma_1)$, $[\Gamma] \vdash_{[\mathbf{CL}]} A \vee \mathsf{DAB}(\Sigma_2)$, $\ldots$, en er voor elke $\varphi \in \Phi([\Gamma])$ een Σ_i is waarvoor $\Sigma_i \cap \varphi = \emptyset$. Beschouwen we een bewijs uit $[\Gamma]$ waarin een lijn (j) A als tweede element heeft en Σ_i als vijfde. We noemen dit Bewijs 1. Bewijs 2 is een extensie van Bewijs 1. Bewijs 3 wordt bekomen door Bewijs 2 zo uit te breiden dat (i) elke DAB-formule in Bewijs 3 een $[\mathbf{CL}]$-gevolg is van een minimaal DAB-gevolg van $[\Gamma]$ dat in Bewijs 3 voorkomt, en (ii) waar (s) het laatste stadium van Bewijs 3 is, is er voor elke $\varphi \in \Phi_s([\Gamma])$ een lijn met A als tweede en Σ_i als vijfde element, zodat $\varphi \cap \Sigma_i = \emptyset$. Aan voorwaarde (ii) is vanzelf voldaan, want iedere $\varphi \in \Phi_s([\Gamma])$ is een deelverzameling van een $\varphi' \in \Phi([\Gamma])$. Om dezelfde reden is lijn (j) niet gemarkeerd in Bewijs 3. ■

Lemma 8 *Voor elke $\varphi \in \Phi([\Gamma])$ is er een $\mathbf{A}[\mathbf{CL}]^{\mathbf{m}}$-model M van $[\Gamma]$ waarvoor $\mathcal{A}(\mathsf{M}) = \varphi$.*[56]

Bewijs. We zetten de formules weer op een rij $B_1, B_2, \ldots$ zoals voor theorema 9, en we kiezen een willekeurige $\varphi \in \Phi([\Gamma])$. We definiëren weer een omega-volledige verzameling die een $[\mathbf{CL}]$-model van $[\Gamma]$ bepaalt.

$$\Delta_0 =_{\mathsf{df}} Cn_{[\mathbf{CL}]}([\Gamma] \cup \varphi)$$

$$\Delta_{i+1} =_{\mathsf{df}} Cn_{[\mathbf{CL}]}(\Delta_i \cup \{B_{i+1}\}) \text{ als er geen } \Sigma \text{ is zodat } \mathsf{DAB}(\Sigma) \in Cn_{[\mathbf{CL}]}(\Delta_i \cup \{B_{i+1}\}) \text{ en } \varphi \nvdash_{[\mathbf{CL}]} \mathsf{DAB}(\Sigma);$$

$$\Delta_{i+1} =_{\mathsf{df}} Cn_{[\mathbf{CL}]}(\Delta_i \cup \{\sim B_{i+1}\}) \text{ in het andere geval.}$$

$$\Delta =_{\mathsf{df}} \Delta_0 \cup \Delta_1 \cup \ldots.$$

Van het $[\mathbf{CL}]$-model M dat bepaald wordt door Δ kunnen we nu ook aantonen dat $\mathcal{A}(\mathsf{M}) = \varphi$. Als er een Σ is zodat $\mathsf{DAB}(\Sigma) \in Cn_{[\mathbf{CL}]}(\Delta_i \cup \{B_{i+1}\})$ en $\varphi \nvdash_{[\mathbf{CL}]} \mathsf{DAB}(\Sigma)$, dan is er geen Σ' zodat $\mathsf{DAB}(\Sigma') \in Cn_{[\mathbf{CL}]}(\Delta_i \cup \{\sim B_{i+1}\})$ en $\varphi \nvdash_{[\mathbf{CL}]} \mathsf{DAB}(\Sigma)$. Stel immers dat $\varphi \nvdash_{[\mathbf{CL}]} \mathsf{DAB}(\Sigma)$ en $\varphi \nvdash_{[\mathbf{CL}]} \mathsf{DAB}(\Sigma')$ $(*)$, en dat $\Delta_i \cup \{B_{i+1}\} \vdash_{[\mathbf{CL}]} \mathsf{DAB}(\Sigma)$ en $\Delta_i \cup \{\sim B_{i+1}\} \vdash_{[\mathbf{CL}]} \mathsf{DAB}(\Sigma')$. Uit deze twee laatste veronderstellingen en het feit dat

[56] Ter herinnering: $\mathcal{A}(\mathsf{M}) = \{\exists\sim([A] \equiv [A]^{-1} \mid \mathsf{v}_{\mathsf{M}}(\exists\sim([A] \equiv [A]^{-1}) = 1\}$ is de verzameling van alle abnormaliteiten die waar zijn in M.

$\vdash_{[\mathbf{CL}]} B_{i+1} \vee {\sim}B_{i+1}$, samen met het deductietheorema, weten we immers dat $\Delta_i \vdash_{[\mathbf{CL}]} \mathsf{DAB}(\Sigma \cup \Sigma')$, en dus (zie de definitie van Δ), weten we dat $\varphi \vdash_{[\mathbf{CL}]} \mathsf{DAB}(\Sigma \cup \Sigma')$. Alle leden van φ, Σ en Σ' zijn van de vorm $\exists{\sim}([A] \equiv [A]^{-1})$, en dus is er een $C \in \varphi$ zodat $C \vdash_{[\mathbf{CL}]} \mathsf{DAB}(\Sigma)$ of $C \vdash_{[\mathbf{CL}]} \mathsf{DAB}(\Sigma')$ en dus $\varphi \vdash_{[\mathbf{CL}]} \mathsf{DAB}(\Sigma)$ of $\varphi \vdash_{[\mathbf{CL}]} \mathsf{DAB}(\Sigma')$, maar dit is in strijd met $(*)$. Voor alle Σ geldt dus dat $\mathsf{v_M}(\mathsf{DAB}(\Sigma)) = 1$ asa $\varphi \vdash_{[\mathbf{CL}]} \mathsf{DAB}(\Sigma)$; dit wil zeggen: $\mathcal{A}(\mathsf{M}) = \varphi$. ■

Lemma 9 $\Phi([\Gamma]) = \{\mathcal{A}(\mathsf{M}) \mid \mathsf{M}$ *is een* $\mathbf{A}[\mathbf{CL}]^{\mathbf{m}}$*-model van* $[\Gamma]\}$

Bewijs. Aangezien voor elke $\varphi \in \Phi([\Gamma])$ er een $\mathbf{A}[\mathbf{CL}]^{\mathbf{m}}$-model M van $[\Gamma]$ is waarvoor $\mathcal{A}(\mathsf{M}) = \varphi$ (lemma 8), weten we dat $\Phi([\Gamma]) \subseteq \{\mathcal{A}(\mathsf{M}) \mid \mathsf{M}$ is een $\mathbf{A}[\mathbf{CL}]^{\mathbf{m}}$-model van $[\Gamma]\}$.

Neem een $\mathbf{A}[\mathbf{CL}]^{\mathbf{m}}$-model M van $[\Gamma]$. In elk minimaal DAB-gevolg $\mathsf{DAB}\{C_1, \ldots, C_m\}$ is er een C_i zodat $\mathsf{v_M}(C_i) = 1$, en dus is er een $\varphi \in \Phi([\Gamma])$ zodat $\varphi \subseteq \mathcal{A}(\mathsf{M})$. Stel dat $\varphi \subset \mathcal{A}(\mathsf{M})$. Dan weten we uit lemma 8 dat er een $\mathbf{A}[\mathbf{CL}]^{\mathbf{m}}$-model M' van $[\Gamma]$ is zodat $\mathcal{A}(\mathsf{M}') = \varphi$. Maar dan $\mathcal{A}(\mathsf{M}') \subset \mathcal{A}(\mathsf{M})$, wat niet kan want M is een minimaal abnormaal model van $[\Gamma]$. Zodoende: $\varphi = \mathcal{A}(\mathsf{M})$. ■

Theorema 11 (Juistheid) *Als* $[\Gamma] \vdash_{\mathbf{A}[\mathbf{CL}]^{\mathbf{m}}} A$*, dan* $[\Gamma] \models_{\mathbf{A}[\mathbf{CL}]^{\mathbf{m}}} A$*.*

Bewijs. Als $[\Gamma] \vdash_{\mathbf{A}[\mathbf{CL}]^{\mathbf{m}}} A$, dan zijn er (theorema 10) één of meer (mogelijk lege) eindige verzamelingen Σ_1, Σ_2, …, zodat $[\Gamma] \vdash_{[\mathbf{CL}]} A \vee \mathsf{DAB}(\Sigma_1)$, $[\Gamma] \vdash_{[\mathbf{CL}]} A \vee \mathsf{DAB}(\Sigma_2)$, …, en zodat er voor elke $\varphi \in \Phi([\Gamma])$ een Σ_i is waarvoor $\Sigma_i \cap \varphi = \emptyset$. We weten echter dat elke φ overeenstemt met een $\mathcal{A}(\mathsf{M})$, voor elk $\mathbf{A}[\mathbf{CL}]^{\mathbf{m}}$-model M van $[\Gamma]$. Zodoende is $\mathsf{v_M}(A) = 1$ in elk $\mathbf{A}[\mathbf{CL}]^{\mathbf{m}}$-model M van $[\Gamma]$. ■

Theorema 12 (Volledigheid) *Als* $[\Gamma] \models_{\mathbf{A}[\mathbf{CL}]^{\mathbf{m}}} A$*, dan* $[\Gamma] \vdash_{\mathbf{A}[\mathbf{CL}]^{\mathbf{m}}} A$*.*

Bewijs. We kiezen een $\mathbf{A}[\mathbf{CL}]^{\mathbf{m}}$-model M van $[\Gamma]$, en bepalen $\mathcal{A}(\mathsf{M})$. We zetten weer alle formules op een rij en bepalen Δ als volgt:

$$\Delta_0 =_{\mathsf{df}} Cn_{[\mathbf{CL}]}([\Gamma] \cup \mathcal{A}(\mathsf{M}))$$

$$\Delta_{i+1} =_{\mathsf{df}} Cn_{[\mathbf{CL}]}(\Delta_i \cup \{B_{i+1}\}) \text{ als er geen } C \in \mathcal{A}(\mathsf{M}) \cup \{A\} \text{ is, zodat } C \in Cn_{[\mathbf{CL}]}(\Delta_i \cup \{B_{i+1}\} \text{ en } \Delta_i \nvdash_{[\mathbf{CL}]} C$$

$$\Delta_{i+1} =_{\mathsf{df}} Cn_{[\mathbf{CL}]}(\Delta_i \cup \{B_{i+1}\}) \text{ in het andere geval.}$$

$$\Delta =_{\mathsf{df}} \Delta_0 \cup \Delta_1 \cup \ldots.$$

Uit de definitie van Δ weten we dat $A \notin \Delta$ als $A \notin \Delta_0$, en voor elke $C \in \mathcal{A}(\mathsf{M})$ weten we dat $\Delta_0 \vdash_{[\mathbf{CL}]} C$ als $\Delta \vdash_{[\mathbf{CL}]} C$. Maar dan is A vals in alle minimaal abnormale modellen van $[\Gamma]$. Zodoende: $A \in \Delta_0$. Dit wil zeggen: $[\Gamma] \cup \mathcal{A}(\mathsf{M}) \models_{[\mathbf{CL}]} A$, en dus is er ook een eindige $\{C_1, \ldots, C_n\} \subseteq \mathcal{A}(\mathsf{M})$ zodat $[\Gamma] \cup \{C_1, \ldots, C_n\} \models_{[\mathbf{CL}]} A$. Voor elke C_i is er een minimaal DAB-gevolg $\mathsf{DAB}(\Sigma_i)$ van $[\Gamma]$ zodat $C_i \in \Sigma_i$. Laat $\{C_1, \ldots, C_n \ldots, C_m\} = \mathcal{A}(\mathsf{M}) \cap (\Sigma_1 \cup \ldots \cup \Sigma_n)$. Dit laat ons toe te bewijzen dat $[\Gamma] \models_{[\mathbf{CL}]} A \vee \mathsf{DAB}(\Sigma_1 \cup \ldots \cup \Sigma_n \setminus \{C_1, \ldots, C_m\}$, waarin $(\Sigma_1 \cup \ldots \cup \Sigma_n \setminus \{C_1, \ldots, C_m\} \cap \mathcal{A}(\mathsf{M}) = \emptyset$.

Zodoende is er voor elke $\mathcal{A}(\mathsf{M})$, een Θ zodat $[\Gamma] \models_{[\mathbf{CL}]} A \vee \mathsf{DAB}(\Theta)$ en $\Theta \cap \mathcal{A}(\mathsf{M}) = \emptyset$. In het licht van de juistheid en de volledigheid van [**CL**] en van lemma 9, weten we dan dat er voor elke $\varphi \in \Phi[\Gamma]$ een Θ is waarvoor $[\Gamma] \vdash_{[\mathbf{CL}]} A \vee \mathsf{DAB}(\Theta)$ en $\Theta \cap \varphi = \emptyset$. Uit theorema 10 weten we dus dat $[\Gamma] \vdash_{\mathbf{A[CL]^m}} A$. ■

7.7.5 Gedefinieerde afleidingsrelaties

Definitie 38 *Waar A^o bekomen wordt door in A alle rechthoekige haakjes weg te laten:* $\Gamma \vdash_{[\mathbf{MAX}]} A^o$ *asa* $[\Gamma] \vdash_{\mathbf{A[CL^m]}} A$.

Definitie 39 $\Gamma \vdash_{[\mathbf{SAFE}]} A$ *asa* $[\Gamma] \vdash_{\mathbf{A[CL^m]}} [A]$.

Ik illustreer het verschil tussen beide afleidingsrelaties aan de hand van een voorbeeld.

	1.	$[p]$	PREM	$\emptyset$
	2.	$[{\sim}(q \supset p]$	PREM	$\emptyset$
	3.	$[q] \supset [p]$	1; $\supset$I	$\emptyset$
$\boxed{6}$	4.	$[q \supset p]$	3; CR^{+1}	$\{\mu_{q \supset p}\}$
$\boxed{6}$	5.	${\sim}[q \supset p]$	2; CR^{-1}	$\{\mu_{\sim(q \supset p)}\}$
	6.	$\mu_{\{q \supset p, \sim(q \supset p)\}}$	4,5; IDAB	

Na het afleiden van lijn (6) worden lijnen (4) en (5) gemarkeerd. Dit leert ons dat $q \supset p$ wel een **MAX**-gevolg is van de premissen (finaal afgeleid in lijn (3)), maar geen **SAFE**-gevolg.

7.7.6 Evaluatie

Om $\mathbf{A}[\mathbf{CL}]^{\mathbf{m}}$ te gebruiken is geen grotere vaardigheid vereist dan de vaardigheid om klassieke logica toe te passen. Het gebruik van de haakjes vermijdt dat we van elk connectief een klassieke versie en een *gluts*-en-*gaps*-versie moeten definiëren, en dat we verschillende vormen van abnormaliteiten moeten bepalen.[57] Het gebrek aan voorkeur voor een bepaalde vorm van abnormale formules brengt natuurlijk wel met zich mee dat *heel veel* formules in het vijfde element van de lijnen van een bewijs terechtkomen, en dat de minimale DAB-formules vaak *heel veel* disjuncties bevatten. De voorwaarden waaronder een formule afgeleid is, zijn dan ook vlugger geschonden dan bijvoorbeeld in $\mathbf{ACLuN^m}$. Desalniettemin wordt in $\mathbf{A}[\mathbf{CL}]^{\mathbf{m}}$ één voor de hand liggende norm van **CL** toch nog klakkeloos overgenomen. Als we B afleiden uit $A \supset B$ en A aan de hand van $\mathbf{A}[\mathbf{CL}]^{\mathbf{m}}$, dan gebeurt dit op voorwaarde dat $A \supset B$ zich normaal gedraagt. Zou het echter niet logischer zijn dat deze afleiding gebeurt op voorwaarde dat A zich normaal gedraagt ? Met andere woorden: kunnen we zomaar aannemen dat de A die twee keer voorkomt in de premissen in beide gevallen dezelfde betekenis heeft ? Dit is de leidende vraag in het volgende hoofdstuk.

$\mathbf{A}[\mathbf{CL}]^{\mathbf{m}}$ is echter ook interessant om de volgende reden. Van sommige correctieve adaptieve logica's zijn de abnormaliteiten equivalent aan een formule van de vorm $\exists{\sim}([A] \equiv A)$, waarin A staat voor de klassieke interpretatie van A en $[A]$ voor een

[57] Zoals dat bijvoorbeeld in [Batens:1999] het geval is.

para-interpretatie van A. De inconsistenties van **CLuN**, $\mathbf{ACLuN^r}$ en $\mathbf{ACLuN^m}$, bijvoorbeeld, kunnen geschreven worden als $\sim([\sim A] \equiv A)$, waarin "$\sim$" de klassieke negatie is, en "$[\sim A]$" de paraconsistente interpretatie van $\sim A$.

Als we bijvoorbeeld alleen formules van de vorm $[\sim A]$ aan skyhooks hangen, waardoor $\mathsf{v}([A]) = 0$ voor elke formule van een andere vorm, en als we de semantische clausule S1.12 vervangen door $\mathsf{v_M}([\sim A]) = 1$ asa $\mathsf{v_M}(\sim[A]) = 1$ of $\mathsf{v}([\sim A] = 0$, dan bekomen we een nieuwe formulering van $\mathbf{ACLuN^m}$. Voor de bewijstheorie moeten we dan R^{-1} zo wijzigen dat het blok dat vervangen wordt, een positief deel van de betreffende formule is. Als we de μ-notatie gebruiken om abnormaliteiten af te korten dan krijgen we $p\&{\sim}p \vdash \mu_p$, wat we kunnen lezen als: uit de inconsistentie van p besluiten we dat er iets aan de hand is met de betekenis van p. Dit brengt ons ook bij het volgende hoofdstuk.

Met het framework van $\mathbf{A[CL]^m}$ kunnen we dus heel gemakkelijk andere correctieve adaptieve logica's formuleren.

7.8 Ambiguïteiten-adaptieve logica's

De correctieve adaptieve logica's die ik tot nu toe vermeldde, zoeken de abnormaliteiten in het gedrag van de logische constanten. Als we de vraag "waar kan het mis gaan ?" systematisch aanpakken, komen we vanzelf op de gedachte dat het ook bij de niet-logische constanten mis kan gaan.[58] In [Vanackere:1999] onderzocht ik voor het eerst hoe wij het klassiek gebruik van NLC adaptief kunnen maken.

Om het mechanisme van ambiguïteiten-adaptieve logica's duidelijk te maken, beklemtoon ik het best eerst het onderscheid tussen een term en het voorkomen van een term in een tekst. Eén woord of één NLC kan in een tekst verschillende keren voorkomen. In de eerste zin van het Johannes-evangelie komt het woord "woord" bijvoorbeeld drie keer voor.[59] De Engelse taal beschikt over het woord "occurrence" waarmee een 'voorkomst' van een woord aangeduid kan worden. "Voorkomst" is geen Nederlands woord en het klinkt ook te lelijk om het als neologisme in te voeren. Daarom leen ik voorlopig het Engelse woord "occurrence" en zeg ik bijvoorbeeld dat het woord "woord" drie occurrences heeft in de eerste zin van het Johannes-evangelie. We kunnen dan ook spreken van de tweede of de zesde occurrence van een NLC in een verzameling premissen.

De idee achter ambiguïteiten-adaptieve logica's is nu eenvoudig uit te leggen. We willen de klassieke norm hanteren die zegt dat één woord één betekenis heeft, en dat dus alle occurrences van een woord verwisselbaar zijn, maar we houden er rekening mee dat het toch kan zijn dat sommige occurrences van één woord niet verwisselbaar zijn.

Ik wil de ambiguïteiten-adaptieve logica's meteen ook plaatsen in mijn tekst. In deel I vooronderstellen we het gemeenschappelijk gebruik van de taal. Als je een (gemeenschappelijk) woordenboek openslaat, vind je bij nagenoeg elke verwijzende term meerdere betekenissen. Zodoende is het mogelijk dat een term A twee of meerdere betekenissen

[58] In [Brown:1999] presenteert Bryson Brown een gelijkaardige aanpak van inconsistenties: als je een formule als $p\&{\sim}p$ afleidt, kies welke van deze twee p's je wilt bewaren, en vervang de andere p door p'.

[59] "In het begin was het Woord, en het woord was bij God, en het Woord was God." [Bijbel, Willibrord], p. 1385.

heeft, die allemaal gemeenschappelijk zijn. In dit deel gaan we dus uit van de veronderstelling dat het eventueel niet verwisselbaar zijn van twee occurrences van een term voortkomt uit een ambiguïteit die voor alle leden van een gemeenschap op dezelfde manier geldt. In deel II brengen we *het concrete gebruik* van de taal in rekening. Als we spreken of schrijven en luisteren of lezen, komt het vaak voor dat we een term met een unieke gemeenschappelijke betekenis (één betekenis in een verklarend woordenboek) toch niet op een unieke gemeenschappelijke wijze gebruiken. Daar spreek ik dan ook van een adaptieve logica voor het gemeenschappelijk gebruik van een taal. Waar ik er in deel I bijvoorbeeld nog van uitga dat we allemaal het woord "bank" op minstens drie gemeenschappelijke manieren gebruiken, houd ik er in deel II rekening mee dat we die drie betekenissen ook nog op een individuele manier kunnen invullen.

'Woordenboek-ambiguïteit' is echter niet de enige reden waarom de termen die we gebruiken ambigu kunnen zijn. We werken vaak met namen voor individuen die veranderen en met vage predikaten, en van deze NLC is het niet altijd duidelijk wat hun extensie is.

Het feit dat de extensie van NLC niet altijd zo vast ligt als in de klassieke logica verondersteld wordt, geeft vaak aanleiding tot stomme inconsistenties, zoals bijvoorbeeld "Wittgenstein schrijft een boek. Wittgenstein is dood. Wie dood is, schrijft geen boeken." Hoe moeten logici omgaan met zulke inconsistenties? Klassieke logici zeggen dat we dergelijke inconsistenties moeten vermijden door onze gegevens preciezer te formaliseren. Paraconsistente logici zeggen dat we een logica moeten gebruiken die inconsistenties toelaat. Met ambiguïteiten-adaptieve logica's bewandelen we een derde weg, die voldoet aan de doelstellingen van de twee andere wegen. De eerste vraag die we ons dan stellen, betreft niet de logica, maar de niet-logische termen. We willen een optimale situatie bereiken tussen twee idealen, namelijk (*i*) de niet-logische termen moeten precies genoeg zijn, en (*ii*) onze taal moet compact genoeg zijn om bruikbaar en begrijpbaar te zijn. We moeten er ook rekening mee houden dat de nodige precisie en compactheid afhankelijk zijn van de specifieke omstandigheden waarin we ons bevinden. Het klassiek standpunt is hierin juist dat de formalisering van premissen vaak veel preciezer kan, maar dit standpunt zegt ons niets over welke termen preciezer moeten zijn. We kunnen vanzelfsprekend niet alle termen 'absoluut' precies maken, dit zou een onderneming zonder einde zijn. We zouden bijvoorbeeld voor iedere mogelijke schakering van rood een andere term moeten vinden. Communicatie is onmogelijk als onze termen geen graad van algemeenheid hebben. We moeten ons immers niet alleen bekommeren om de precisie van onze termen, maar ook om de overzichtelijkheid van onze theorieën en om de vlotheid van onze communicatie. We moeten beginnen spreken vóór we de meest precieze formuleringen gevonden hebben. Op dit punt hebben de paraconsistente logici dan weer gelijk: we nemen maar beter aan dat onze taal niet perfect genoeg is, en altijd aanleiding zal geven tot inconsistenties. Waar we veel paraconsistente logici niet moeten in volgen, is in de opvatting dat klassieke negatie nooit wenselijk is. Veelal willen we wel degelijk regels als disjunctief syllogisme, modus tollens en reductio ad absurdum toepassen.

De vraag die zich stelt is: is er een formele manier om te kiezen tussen compactheid en overzichtelijkheid enerzijds en precisie anderzijds? Deze vraag situeert zich binnen het breder probleem van de relatie tussen taal en betekenis. Laat ons voor de aardigheid eens werken met een uiterst simpel model. We werken met de verzameling $\mathcal{B}$ van *betekenisunits* en de verzameling $\mathcal{T}$ van *talige units*. We kunnen twee grensgevallen beschouwen op het vlak van relaties tussen deze twee verzamelingen. Namelijk (i) een functie SMURF die alle leden van $\mathcal{R}$ afbeeldt op één en dezelfde talige unit, namelijk de unit "smurf", en (ii) een bijectie P, die elke betekenisunit afbeeldt op precies één talige unit, waarbij ook geen twee betekenisunits hetzelfde beeld hebben. De functie SMURF heeft het voordeel dat onze woordenschat heel beknopt wordt: één woord heeft alle mogelijke betekenissen. De bijectie P maakt onze taal zo precies mogelijk. In gesproken en geschreven taal kunnen we van een dubbele tendens spreken: een tendens naar precisie en een tendens naar gevatheid en algemeenheid. Voor deze laatste tendens kunnen we de functie SMURF als ideaal beschouwen, maar het probleem is dan wel dat we niet precies weten wat onze smurfen smurfen, en zoals iedereen weet: alle smurfen smurfen, maar sommige smurfen smurfen niet. Voor de eerste tendens is de bijectie P het ideaal, maar dan zitten we met het probleem dat we van geen enkel woord nog kunnen uitleggen wat het betekent, want om dat te kunnen doen, hebben we woorden nodig die toch enige algemeenheid qua betekenis toelaten. Ambiguïteiten-adaptieve logica's bieden een optimale tussenweg tussen P en SMURF.

De idee achter ambiguïteiten-adaptieve logica's is dat we een inferentie maken als we twee occurrences van één NLC met elkaar identificeren. Wat het gebruik van NLC betreft, kunnen we twee extreme standpunten onderscheiden: (1) we identificeren alle occurrences van een NLC met elkaar; (2) we identificeren nooit twee occurrences met elkaar. Voor de eerste positie kan **CL** gebruikt worden, samen met de oorspronkelijke interpretatie van de klassieke NLC. Voor de tweede positie kunnen we ook **CL** gebruiken, samen met een maximaal ambiguë interpretatie van de NLC (die ik hieronder definieer). Als we de tweede positie innemen, wordt een tekst onleesbaar, en kunnen we niet meer met elkaar communiceren. Als we de eerste positie innemen, kunnen we gemakkelijk tot een inconsistentie en dus tot trivialiteit komen. Deze posities komen respectievelijk overeen met de ondergrens- en de bovengrenslogica van ambiguïteiten-adaptieve logica's. Als we nu ook nog de vorm van de abnormaliteit vastleggen, en een strategie kiezen, hebben we een ambiguïteiten-adaptieve logica.

Vooraleer ik specifieke ambiguïteiten-adaptieve logica's bekijk, vermeld ik nog enkele notationele afspraken. Op basis van de NLC die gebruikt worden in **CL**, met name op basis van de verzamelingen $\mathcal{Z}$, $\mathcal{P}^1$, $\mathcal{P}^2$, ..., en $\mathcal{C}$, bepalen we de geïndexeerde NLC, met name de verzamelingen $\mathcal{Z}^\mathcal{I}$, $\mathcal{P}^{1\mathcal{I}}$, $\mathcal{P}^{2\mathcal{I}}$, ..., en $\mathcal{C}^\mathcal{I}$.

Definitie 40 *Waar $i = 1, 2, ...$: $C^i \in \mathcal{Z}^\mathcal{I}$ asa $C \in \mathcal{Z}$, $C^i \in \mathcal{P}n^\mathcal{I}$ asa $C \in \mathcal{P}^n$, $C^i \in \mathcal{C}^\mathcal{I}$ asa $C \in \mathcal{C}$.*

Definitie 41 *Noem $\mathcal{L}$ de taal van* **CL**.

- *De taal $\mathcal{L}^\mathcal{I}$ bekomen we door in $\mathcal{L}$ de verzamelingen $\mathcal{Z}$, $\mathcal{P}^1$, $\mathcal{P}^2$, ...,$\mathcal{C}$ te vervangen door respectievelijk $\mathcal{Z}^\mathcal{I}$, $\mathcal{P}^{1\mathcal{I}}$, $\mathcal{P}^{2\mathcal{I}}$, ..., $\mathcal{C}^\mathcal{I}$.*
- *De taal $\mathcal{L}^\omega$ bekomen we door in $\mathcal{L}$ de verzamelingen $\mathcal{Z}$, $\mathcal{P}^1$, $\mathcal{P}^2$, ...$\mathcal{C}$ uit te breiden met respectievelijk $\mathcal{Z}^\mathcal{I}$, $\mathcal{P}^{1\mathcal{I}}$, $\mathcal{P}^{2\mathcal{I}}$, ...,$\mathcal{C}^\mathcal{I}$.*

Definitie 42 (Geïndexeerde NLC) *Als C een NLC is, dan:*

- $\mathcal{I}(C) =_{\mathsf{df}} \{C^i \mid i = 1, 2, \ldots\}$.
- $C^n \in \mathcal{I}(C)$ *noemen we een INLC.*

$\mathcal{W}^{\mathcal{I}}$ en $\mathcal{W}^{\omega}$ worden gedefinieerd in de talen $\mathcal{L}^{\mathcal{I}}$ en $\mathcal{L}^{\omega}$ zoals $\mathcal{W}$ gedefinieerd wordt in $\mathcal{L}$. In een maximaal ambiguë interpretatie van een verzameling premissen moet tot uitdrukking komen dat het mogelijk is dat iedere occurrence van een NLC een unieke betekenis heeft, waardoor deze occurrence niet vereenzelvigd kan worden met de andere occurrences van deze NLC. Technisch wordt dit aangepakt door iedere occurrence van een NLC C van een ander superscript te voorzien.

Waar $\Gamma \subset \mathcal{W}$, wordt de verzameling $\mathcal{I}(\Gamma)$ van maximaal ambiguë interpretaties van Γ als volgt bepaald:

Definitie 43 (Maximaal ambiguë interpretaties van Γ) $\Delta \in \mathcal{I}(\Gamma)$ *asa*

1. $\Delta \subset \mathcal{W}^{\mathcal{I}}$,
2. *iedere INLC komt ten hoogste één keer voor in Δ, en*
3. *als we de superscripts weglaten van de INLC in Δ, bekomen we Γ.*[60]

Het is ook handig gebruik te maken van een verzameling $\mathcal{I}(A)$, van alle formules $A' \in \mathcal{W}^{\omega}$ die ten hoogste hierin verschillen van $A \in \mathcal{W}$ dat sommige of alle NLC van A een superscript krijgen in A'. Voor elke $A' \in \mathcal{I}(A)$, is de oorspronkelijke A dus de formule die we bekomen door de superscripts in A' weg te laten. Vanzelfsprekend klopt te volgende bewering: $A \in \mathcal{I}(A)$.

7.8.1 De ondergrenslogica

De ondergrenslogica van ambiguïteiten-adaptieve logica's kan getypeerd worden als klassiek redeneren vanuit een maximaal ambiguë interpretatie van de premissen. We dienen er wel rekening mee te houden dat we met **CL** en een maximaal ambiguë interpretatie $\Delta \in \mathcal{I}(\Gamma)$ twee afleidingsrelaties kunnen bepalen, namelijk:[61]

$$\Delta \vdash_{\mathbf{CL}} A \tag{7.3}$$

$$\Gamma \vdash_{\mathbf{AmL}} A \text{ asa } \Delta \vdash_{\mathbf{CL}} A \text{ voor een } A' \in \mathcal{I}(A) \tag{7.4}$$

Voorlopig focus ik de aandacht op de eerste afleidingsrelatie.

[60]De eenvoudigste conventie voor een verzameling premissen Γ, bestaat erin de de n-de occurrence van een NLC C in Γ te vervangen door C^n. Als p bijvoorbeeld 7 occurrences heeft in Γ, dan bevat de standaard-$\Delta \in \mathcal{I}(\Gamma)$ de INLC $p^1, ..., p^7$, in deze volgorde.

[61]Voortaan gebruik ik $\Delta \in \mathcal{I}(\Gamma)$ de prototypische interpretatie van Γ waarin de n-de occurrence van een NLC C het superscript n krijgt.

7.8.2 ACL2, de oudste ambiguïteiten-adaptieve logica.

De eerste ambiguïteiten-adaptieve logica werd gepubliceerd in 1999. Toen waren de inconsistentie-adaptieve logica's **APIL1** en **APIL2** nog maar net omgedoopt tot **ACLuN1** en **ACLuN2**. Later werd de afspraak gemaakt om deze logica's $\mathbf{ACLuN^r}$ en $\mathbf{ACLuN^m}$ te noemen. Volgens deze latere afspraak zou **ACL2** herdoopt moeten worden tot $\mathbf{ACL^m}$ of $\mathbf{ACLAmb^m}$.

Bij het schrijven van dat artikel was ik me er nog niet ten volle van bewust dat je bij het gebruik van vertalingen twee afleidingsrelaties kunt bepalen.[62] **ACL2** werd gedefinieerd in de taal $\mathcal{L}^\omega$. De bepaling van de semantische gevolgrelatie luidt bijvoorbeeld:

Voor $\Delta \in \mathcal{I}(\Gamma)$: $\Delta \models_{\mathbf{ACL2}} A$ asa $\mathsf{v_M}(A) = 1$ in alle **ACL2**-modellen van Δ.[63]

De bedoeling naar toepassingen toe was gevolgen af te leiden waarin zo weinig mogelijk indices voorkomen. De volgende afleidingsrelatie, gedefinieerd aan de hand van **ACL2**, is dan ook interessant met het oog op toepassingen:

Definitie 44 *$\Delta \vdash_{\mathbf{MINAMB}} A$ asa $\Delta \vdash_{\mathbf{ACL2}} A$ en er is geen enkele A' zodat A' bekomen wordt door het weglaten van 1 of meerdere superscripts in A en $\Delta \vdash_{\mathbf{ACL2}} A'$.*

De ondergrenslogica van **ACL2** is **CL** toegepast op een maximaal ambiguë interpretatie van de premissen. Alle **CL**-stellingen, dus ook die in de taal $\mathcal{L}$, zijn vanzelfsprekend ook stellingen als we **CL** toepassen op een vertaling. Als Γ geen enkele NLC-loze inconsistentie of logisch valse formule bevat, dan is elke maximaal ambiguë interpretatie van Γ consistent. Als bijvoorbeeld $(\exists x){\sim}x{=}x \in \Gamma$, dan is elke maximaal ambiguë interpretatie $\Delta \in \mathcal{I}(\Gamma)$ ook inconsistent. Als $\Gamma = \{p, {\sim}p\}$, en $\Delta = \{p^1, {\sim}p^2\}$, dan is Γ inconsistent, maar Δ niet. Wanneer ik het heb over ambiguïteiten-adaptieve logica's, dan veronderstel ik voortaan dat $\Delta \in \mathcal{I}(\Gamma)$ consistent is.

Om de vorm van de abnormaliteiten vast te leggen, ben ik uitgegaan van de idee dat een onderzoekerscollectief dat zijn gegevens formuleert, de bedoeling heeft elke NLC op één manier te gebruiken. Abnormaliteiten (ambiguïteiten) doen zich dan voor wanneer een bepaalde occurrence van een NLC niet consistent op deze ene manier kan gebruikt worden. De verzameling $\{p^1, {\sim}p^2\} \in \mathcal{I}(\{p, {\sim}p\})$ noem ik ambigu omdat van de twee occurrences van p minstens één niet consistent kan geïdentificeerd worden met p.

$$p^1, {\sim}p^2 \vdash_{\mathbf{CL}} {\sim}(p^1 \equiv p) \vee {\sim}(p^2 \equiv p) \tag{7.5}$$

(7.5) toont een voorbeeld van abnormaliteiten van **ACL2** en van premissen waaruit een disjunctie van abnormaliteiten kan afgeleid worden. Het alternatief voor deze keuze van abnormaliteiten wordt getoond in (7.6):

$$p^1, {\sim}p^2 \vdash_{\mathbf{CL}} {\sim}(p^1 \equiv p^2) \tag{7.6}$$

[62] Zie sectie 7.5.3.

[63] Ter herinnering: Δ is geformuleerd in de taal $\mathcal{L}^\mathcal{I}$, A is een formule in de taal $\mathcal{L}^\omega$.

De reden waarom ik voor **ACL2** niet gekozen heb om een formule als $\sim(p^1 \equiv p^2)$ als een abnormaliteit te beschouwen, maar bijvoorbeeld wel $\sim(p^1 \equiv p) \vee \sim(p^2 \equiv p)$ was van technische aard. Als $\sim(p^1 \equiv p^2)$ afleidbaar is uit Δ, zijn $\sim(p^1 \equiv p^k) \vee \sim(p^2 \equiv p^k)$, en $\sim(p^1 \equiv p^l) \vee \sim(p^k \equiv p^l) \vee \sim(p^2 \equiv p^k)$, dat ook, terwijl al deze disjuncties gewoonlijk ook minimaal zijn als $\sim(p^1 \equiv p^2)$ een minimaal DAB-gevolg is. Zodoende wordt elke formule van de vorm $\sim(p^k \equiv p^l)$ dan verdacht zodra $\sim(p^1 \equiv p^2)$ verdacht is. Als $\sim(p^1 \equiv p) \vee \sim(p^2 \equiv p)$ een minimaal DAB-gevolg is, dan is daaruit geen enkel andere minimale DAB-formule afleidbaar.

Definitie 45 *De verzameling ambiguïteiten $\mathcal{A}$ is de kleinste verzameling die voldoet aan de volgende condititities: (voor alle $i = 1, 2, ...$):*

(i) Voor elke $C \in \mathcal{Z}$: $\sim(C^i \equiv C) \in \mathcal{A}$.

(ii) Voor elke $C \in \mathcal{P}^r$ $(1 \leq r)$: $(\exists\alpha_1)...(\exists\alpha_r)\sim(C^i\alpha_1...\alpha_r \equiv C\alpha_1...\alpha_r) \in \mathcal{A}$, waarin $\alpha_1, ...\alpha_r$ de eerste r leden van $\mathcal{V}$ zijn.

(iii) Voor elke $C \in \mathcal{C}$: $\sim C^i{=}C \in \mathcal{A}$.

Merk op dat de eis dat $\alpha_1, ...\alpha_r$ de eerste r leden van $\mathcal{V}$ zijn (in conditie (ii)) er voor zorgt dat er voor elk predikaat maar één abnormaliteit is. We spreken af dat we voor elk element van $\mathcal{A}$ een verkorte notatie van de vorm $?C^i$ gebruiken. Het is duidelijk dat er met elke INLC C^i precies één lid $?C^i$ van $\mathcal{A}$ overeenstemt. $\sim ?C^i$ is equivalent met $C^i \equiv C$ als $C \in \mathcal{Z}$, met $C^i{=}C$ als $C \in \mathcal{C}$, en met $(\forall x_1)\ldots(\forall x_n)(C^i x_1...x_n \equiv Cx_1...x_n)$ als $C \in \mathcal{P}^n$. Als C geen superscript heeft, is $\sim ?C$ een stelling van **CL**. Een eerste lemma over **ACL2** drukt uit dat geen enkele abnormaliteit een andere veroorzaakt. Dit is ook wat we verwachten: ambiguïteiten komen voort uit de dubbele betekenis van NLC, en worden niet geproduceerd door het mechanisme van de logica.

Lemma 10 *Als $?C^i \in \mathcal{A}$, $\Sigma \subset \mathcal{A}$ en $?C^i \notin \Sigma$, dan $\Sigma \nvdash_{\mathbf{CL}} ?C^i$.*[64]

De bepaling van DAB-formules, minimale DAB-formules in stadium (s) van een bewijs uit $\Delta \in \mathcal{I}(\Gamma)$, minimale DAB-gevolgen, van de bewijstheorie en van de semantiek van **ACL2** is zoals voor alle adaptieve logica's die gebruik maken van de **m**-strategie. De strategie waarmee **ACL2** gedefinieerd wordt, is inderdaad de minimale-abnoraliteitsstrategie. Het is immers niet de bedoeling om zoveel mogelijk termen aan te duiden die ambigu zouden kunnen zijn; het is eerder omgekeerd: als we de premissen consistent kunnen maken door één ambiguë term te vervangen, moeten we niet aannemen dat er twee ambiguë termen in onze premissen zitten.

Met $\mathsf{INLC}(\Delta)$ duid ik de verzameling aan van alle INLC die voorkomen in de verzameling Δ.

Lemma 11 *Als $A' \in \mathcal{I}(A)$, dan $A' \vdash_{\mathbf{CL}} A \vee \mathsf{DAB}(\mathsf{INLC}\{A'\})$.*

Theorema's 13, 14 en 15 en corollarium 8 staan niet in de [Vanackere:1999].

[64] Het bewijs van lemma 10 en alle andere lemma's en theorema's over **ACL2** die hier niet bewezen worden, vind je natuurlijk in [Vanackere:1999].

Theorema 13 *Als* $\Gamma \vdash_{\mathbf{CL}} A$*, dan is er voor elke* $\Delta \in \mathcal{I}(\Gamma)$ *een eindige (mogelijk lege)* $\{C_1, \ldots, C_m\} \in \mathsf{INLC}(\Delta)$ *zodat* $\Delta \vdash_{\mathbf{CL}} A \vee \mathsf{DAB}\{?C_1, \ldots, ?C_m\}$*.*

Bewijs. Elk bewijs is eindig en dus zijn er $B_1, \ldots, B_n \in \Gamma$ $(n \geq 0)$ zodat $B_1, \ldots, B_n \vdash_{\mathbf{CL}} A$. Neem een $\Delta \in \mathcal{I}(\Gamma)$, en laat $B'_1, \ldots, B'_n$ de respectievelijke interpretaties van $B_1, \ldots, B_n$ zijn. Dan is $\mathsf{INLC}(\{B'_1, \ldots, B'_n\}) \subseteq \mathsf{INLC}(\Delta)$. Noem $\mathsf{INLC}(\{B'_1, \ldots, B'_n\}) = \{C_1, \ldots, C_m\}$. Aangezien $B'_i \vdash_{\mathbf{CL}} B_i \vee \mathsf{DAB}(\mathsf{INLC}\{B'_i\})$ (wegens lemma 11), is weten we ook dat

$$B'_1, \ldots, B'_n \vdash_{\mathbf{CL}} (B_1 \& \ldots \& B_n) \vee \mathsf{DAB}\{?C_1, \ldots, ?C_m\}$$

En aangezien $\vdash_{\mathbf{CL}} (B_1 \& \ldots \& B_n) \supset A$, weten we dat:

$$B'_1, \ldots, B'_n \vdash_{\mathbf{CL}} A \vee \mathsf{DAB}\{?C_1, \ldots, ?C_m\}$$

■

Theorema 14 *Als* $\Delta \in \mathcal{I}(\Gamma)$*,* $\{C_1^{i_1}, \ldots, C_m^{i_m}\} \in \mathsf{INLC}(\Delta)$*, en* $\Delta \vdash_{\mathbf{CL}} A^o \vee \mathsf{DAB}\{?C_1^{i_1}, \ldots, ?C_m^{i_m}\}$*, dan* $\Gamma \vdash_{\mathbf{CL}} A^o$*.*

Bewijs. We kunnen elke $C_j^{i_j}$ in $\Delta \vdash_{\mathbf{CL}} A^o \vee \mathsf{DAB}\{?C_1^{i_1}, \ldots, ?C_m^{i_m}\}$ vervangen door C_j, dan bekomen we de vanzelfsprekend ware uitspraak

$$\Gamma \vdash_{\mathbf{CL}} A^o \vee \mathsf{DAB}\{?C_1, \ldots, ?C_m\}$$

Maar elke formule van de vorm $?C$ (waarin C index-loos is) is vals in alle **CL**-modellen, en dus $\Gamma \vdash_{\mathbf{CL}} A^o$. ■

Het volgende theorema drukt een eigenschap uit die we graag willen. Als een INLC zich ambigu gedraagt ten opzichte van een verzameling premissen, dan komt die INLC in de premissen voor.

Theorema 15 *Als* $\mathsf{DAB}\{?C_1, \ldots, ?C_m\}$ *een minimaal* DAB*-gevolg is van* $\Delta \in \mathcal{I}(\Gamma)$*, dan* $\{C_1, \ldots, C_m\} \in \mathsf{INLC}(\Delta)$*.*

Bewijs. Stel dat er een $?C_j$ is zodat $C_j \notin \mathsf{INLC}(\Delta)$. Er zijn $B_1, \ldots, B_n$ zodat

$$B_1, \ldots, B_n \vdash_{\mathbf{CL}} \mathsf{DAB}\{?C_1, \ldots, ?C_m\}$$

$$\vdash_{\mathbf{CL}} (B_1 \& \ldots \& B_n) \supset \mathsf{DAB}\{?C_1, \ldots, ?C_m\}$$

$$\vdash_{\mathbf{CL}} (B_1 \& \ldots \& B_n) \supset (\mathsf{DAB}(\{?C_1, \ldots, ?C_m\} \setminus \{?C_j\}) \vee ?C_j)$$

Maar aangezien C_j slechts één keer voorkomt in deze stelling, moet ook het volgende gelden:

$$\vdash_{\mathbf{CL}} (B_1 \& \ldots \& B_n) \supset \mathsf{DAB}(\{?C_1, \ldots, ?C_m\} \setminus \{?C_j\})$$

en dus

$$B_1, \ldots, B_n \vdash_{\mathbf{CL}} \mathsf{DAB}(\{?C_1, \ldots, ?C_m\} \setminus \{?C_j\})$$

Maar dit kan niet want $\mathsf{DAB}(\{?C_1, \ldots, ?C_m\}$ is een minimaal DAB-gevolg van Δ. ■

Corollarium 8 *$\Gamma \vdash_{\mathbf{CL}} A$ asa er voor elke $\Delta \in \mathcal{I}(\Gamma)$, een (mogelijk lege) $\{C_1, \ldots, C_m\} \in \mathsf{INLC}(\Delta)$ is, zodat $\Delta \vdash_{\mathbf{CL}} A \vee \mathsf{DAB}\{?C_1, \ldots, ?C_m\}$.*

Dit corollarium suggereert dat we de superscript-loze formule A afleiden uit Δ op voorwaarde dat geen enkele $?C_j$ zich abnormaal gedraagt ten opzichte van Δ. Als Γ consistent is, zien we meteen dat er geen enkele niet-lege Σ is waarvoor $\mathsf{DAB}(\Sigma) \in Cn_{\mathbf{CL}}(\Delta)$. Elk **ACL2**-model M van Δ is minimaal abnormaal en dus weten we dat $\mathsf{v_M}(\mathsf{DAB}(\Sigma)) = 0$ voor alle **ACL2**-modellen M van Δ. Zodoende hebben we het volgende corollarium:

Corollarium 9 *Als Γ consistent is, dan geldt voor elke $\Delta \in \mathcal{I}(\Gamma)$: $\Gamma \vdash_{\mathbf{CL}} A$ asa $\Delta \vdash_{\mathbf{ACL2}} A$.*

$Cn^0_{\mathbf{ACL2}}(\Delta)$ is de naam voor de verzameling van alle superscript-loze **ACL2**-gevolgen van Δ. Als Γ consistent is, dan leert corollarium 9 ons dat $Cn_{\mathbf{CL}}(\Gamma) = Cn^0_{\mathbf{ACL2}}(\Delta)$. Met andere woorden, wanneer we **ACL2** toepassen op een consistente verzameling premissen, krijgen we precies dezelfde theorie als met **CL**.

Als Γ inconsistent is, leidt **CL** tot trivialiteit. Als we ervan uitgaan dat ambiguïteiten de oorzaak zijn van de inconsistentie van Γ, dan is het de beste oplossing om de premissen te formaliseren in de taal $\mathcal{L}^{\mathcal{I}}$, met name als een verzameling $\Delta \in \mathcal{I}(\Gamma)$. Aangezien **ACL2** een minimaal-ambiguë interpretatie van Δ oplevert, is $Cn_{\mathbf{CL}}(\Delta) \subset Cn_{\mathbf{ACL2}}(\Delta)$, behalve in het grensgeval waarin $\Delta = \mathcal{A}$. Merk op dat er geen enkel minimaal DAB-gevolg $\mathsf{DAB}(\Sigma)$ van Δ is zodat $?C^i \in \Sigma$ voor een INLC C^i die niet voorkomt in Δ,[65] terwijl de **m**-strategie ervoor zorgt dat $\Delta \vdash_{\mathbf{ACL2}} {\sim}?C^i$.

Als een $?C^i$ zich niet abnormaal gedraagt ten opzichte van Δ, dan komt $?C^i$ niet voor in een minimaal DAB-gevolg van Δ, en dan is er altijd voldaan aan de voorwaarde waaronder C^i kan vervangen worden door C. Zodoende:

Corollarium 10 *Als C^i niet voorkomt in een minimaal DAB-gevolg van $\Delta \in \mathcal{I}(\Gamma)$, dan $\Delta \vdash_{\mathbf{ACL2}} B$ iff $\Delta \vdash_{\mathbf{ACL2}} B(C^i/C)$.*

Als Δ ambigu is, dan kunnen sommige INLC niet vervangen worden door (superscript-loze) NLC. Dit zijn de NLC die een ambiguë interpretatie nodig hebben, en **ACL2** lokaliseert ze. De interpretatie zelf is een niet-logische ingreep.

Als we een verzameling uitspraken formaliseren tot een verzameling premissen Γ, kan het zijn dat Γ niet inconsistent is, maar dat we toch formules afleiden die op zijn zachts gezegd raar klinken, als we kijken naar de uitspraken in de natuurlijke taal waarvoor die afgeleide formules staan. Een klassiek voorbeeld is: "meisjes zijn rozen, rozen zijn struiken, dus meisjes zijn struiken". In een **ACL2**-bewijs geeft ons dit het volgende resultaat:

1.	$(\forall x)(M^1x \supset R^1x)$	-	PREM	$\emptyset$
2.	$(\forall x)(R^2x \supset S^1x)$	-	PREM	$\emptyset$
3.	$M^1a \supset R^1a$	(1)	RU	$\emptyset$

[65] Zie lemma 10.

4.	$R^2a \supset S^1a$	(1)	RU	$\emptyset$
5.	$Ma \supset Ra$	(3)	RC	$\{M^1, R^1\}$
6.	$Ra \supset Sa$	(4)	RC	$\{R^2, S^1\}$
7.	$Ma \supset Sa$	(5,6)	RU	$\{R^1, R^2, M^1, S^1\}$
8.	$(\forall x)(Mx \supset Sx)$	(7)	RU	$\{R^1, R^2, M^1, S^1\}$

$(\forall x)(Mx \supset Sx)$ is finaal afgeleid in lijn (8) en lijn (8) zal niet meer gemarkeerd worden in om het even welke extensie van het bewijs. Er is immers geen DAB-formule afleidbaar van deze premissen. Wie het niet eens is met de uitspraak "meisjes zijn struiken" kan de betekenis van INLC onderzoeken die voorkomen in het vijfde element van lijn (8). Veelal is het heel waarschijnlijk dat NLC die maar eenmaal voorkomen, niet ambigu zullen zijn. Wie het niet eens is, kan dus, op basis van een **ACL2**-bewijs stellen dat "rozen" op ambiguë wijze gebruikt werd.

In gevallen waarin Γ wel inconsistent is, ligt het voor de hand dat we onder de disjuncten van de minimale DAB-gevolgen die occurrences van NLC gaan zoeken die een ambiguë betekenis hebben, en dat we deze vervangen door een nieuwe NLC. Dit sluit aan bij alledaagse gewoontes. Als we een vreemde conclusie horen, of als we geconfronteerd worden met inconsistenties, gaan we er gewoonlijk van uit dat er iets scheelt met de woorden die gebruikt worden. **ACL2** is een logica die de mogelijke ambiguïteiten aan het licht brengt. Bovendien duidt **ACL2** de specifieke verdachte occurrences aan. Tenslotte: als Γ inconsistent is, en als **ACL2** gebruikt wordt op $\Delta \in \mathcal{I}(\Gamma)$, dan lost **ACL2** inconsistenties op op een constructieve wijze: **ACL2** suggereert dat we de betekenis van sommige termen, die aan het licht gebracht worden door **ACL2**, moeten specificeren, namelijk, dat we sommige occurrences van een NLC moeten vervangen door een nieuwe NLC. Dit is in ieder geval veel creatiever dan simpelweg één van de twee helften van inconsistenties weg te gooien.[66]

Als we de hypothese aannemen dat inconsistenties in een prototheorie niet te wijten zijn aan foute premissen, maar aan de dubbelzinnigheid van de natuurlijke taal, kunnen we onze prototheorie het best formaliseren in de taal $\mathcal{L}^{\mathcal{I}}$. **ACL2** voorkomt niet alleen trivialiteit, maar detecteert ook die occurrences van NLC waarvoor de substitutie $B(C^i/C)$ (zie corollarium 10) niet mogelijk is. De keuze van de **m**-strategie zorgt ervoor dat de verzameling mogelijke ambiguïteiten zo klein mogelijk is, puur op logische basis, wat ook betekent dat een theorie voortkomend uit het gebruik van **ACL2** op een ambiguë of inconsistente verzameling statements, zo informatief mogelijk is. Natuurlijk vormt de logica ook een goeie basis voor niet-logisch onderzoek van de zwaktes in de theorie.

7.8.3 Meer ambiguïteiten-adaptieve logica's

De idee achter de constructie van **ACL2** was heel eenvoudig dat inconsistenties vaak te wijten zijn aan het feit dat bepaalde niet-logische termen soms op een afwijkende manier gebruikt worden. De abnormaliteiten, ambiguïteiten genoemd, worden voorgesteld als

[66] In [Meheus:1996] toont Joke Meheus hoe Clausius tot een consistente theorie over warmte kwam, vertrekkend van onderling inconsistente theorieën. 'Het geval Clausius' kan heel natuurlijk gereconstrueerd worden met behulp van **ACL2**; zijn oplossing bestond er namelijk in om de betekenis van "warmte" te ontdubbelen.

$?C^i$, omdat het inderdaad specifieke occurrences zijn van NLC die zich abnormaal kunnen gedragen. Met het oog op wat ik nu ga uitleggen, is het handiger $C^i{\neq}C$ te schrijven in plaats van $?C^i$.[67] De reden waarom ik werkte met ambiguïteiten van de vorm $C^i{\neq}C$ en bijvoorbeeld niet met abnormaliteiten van de vorm $C^i{\neq}C^j$ was vooral technisch. Uit $C^i{\neq}C^j$ volgt immers, voor elke C^k, $C^i{\neq}C^k \vee C^j{\neq}C^k$, en dus ook voor elke C^l, $C^i{\neq}C^k \vee C^k{\neq}C^l \vee C^l{\neq}C^j$; en als $C^i{\neq}C^j$ een minimale disjunctie van abnormaliteiten is, dan is $C^i{\neq}C^k \vee C^k{\neq}C^l \vee C^l \neq C^j$ dat ook. Zodra aangetoond is dat twee occurrences van een NLC een verschillende betekenis hebben, kun je dus nergens nog twee occurrences van deze NLC met elkaar identificeren. Met abnormaliteiten van de vorm $C^i{\neq}C$ doet dit euvel zich niet voor: uit $C^i{\neq}C$, volgt weliswaar $C^i{\neq}C^k \vee C^k{\neq}C$, maar aangezien het eerste disjunct niet van de vorm van een abnormaliteit is, is een proliferatie van minimale disjuncties van abnormaliteiten vermeden. Abnormaliteiten van die vorm kwamen trouwens overeen met het opzet van **ACL2**: soms wordt een term op een afwijkende, ambiguë manier gebruikt; we willen er die specifieke occurrences uithalen.

Naderhand heb ik de filosofische ideeën achter "ambiguïteiten" verder uitgewerkt. "Ambigu" blijkt zelf een ambiguë term te zijn.

(*a*) Is een NLC ambigu zodra er twee occurrences niet met elkaar geïdentificeerd kunnen worden ?

(*b*) Of is een koppel occurrences ambigu wanneer beide leden van het koppel niet met elkaar geïdentificeerd kunnen worden ?

(*c*) Of is het, zoals bij **ACL2** een individuele occurrence die abnormaal is als zij niet op gemeenschappelijke wijze gebruikt wordt ?

Bovendien stelt zich nog een logisch-theoretisch vraag: definiëren we de adaptieve logica in de taal van de ondergrenslogica (met superscripts dus), of in de taal van **CL** ? Hebben we wel superscripts nodig om dergelijke logica's te definiëren ?

Andere antwoorden op deze vragen geven aanleiding tot andere logica's, en bovendien geven de twee standaard-strategieën telkens aanleiding tot twee adaptieve logica's.

In deze sectie bekijk ik nog enkele ambiguïteiten-adaptieve logica's. Ik maak daarbij gebruik van resultaten uit [Vanackere:2002a]. De logica's die ik hier voorstel, maken allemaal gebruik van de maximaal-ambiguë interpretatie van een verzameling premissen die ik hoger al introduceerde, maar de betreffende alfeidingsrelaties worden wel gedefinieerd in de oorspronkelijke taal van de klassieke logica.

Als we over een ambiguë NLC C spreken, hebben we (tenminste) twee occurrences C^1 en C^2 nodig, die een verschillende betekenis hebben, om te kunnen weten dat we met een ambiguïteit zitten. Met een formele logica kunnen we ambiguïteiten alleen maar ontdekken, als we een inconsistentie afleiden. We weten dan ook dat we met de volgende situatie zitten, als er zich een ambiguïteit voordoet.

Γ, "$C^1{=}C^2$"$\vdash_{\mathbf{CL}} A\&{\sim}A$

[67] $C^i{\neq}C$ staat dus respectievelijk voor ${\sim}(C^i \equiv C)$, als $C \in \mathcal{Z}$; voor ${\sim}C^i{=}C$, als $C \in \mathcal{C}$; en voor $(\exists x_1)...(\exists x_n){\sim}(C^i x_1...x_n \equiv Cx_1...x_n)$ als C is een predikaat van rang n is.

Als we het afleiden van een inconsistentie willen vermijden, moeten we de identificatie van de beide occurrences C^1 en C^2 van C in vraag stellen. We kunnen echter drie soorten redenen onderscheiden voor de betreffende ambiguïteit. Elke soort redenen vraagt een andere aanpak.

1. We hebben een specifieke, geïntendeerde betekenis van C in gedachten. (Zie (c) hierboven.)

In dit geval heeft ofwel C^1 ofwel C^2 niet de bedoelde betekenis. De formele aanpak bestaat er hier in te stellen dat ofwel $C^1 \neq C$ ofwel $C^2 \neq C$. In natuurlijke talen zullen we ofwel C^1 ofwel C^2 vervangen door een andere term.[68]

2. We hebben geen specifieke betekenis van C in gedachten. (Zie (b) hierboven.)

In dit geval heeft het geen zin te zeggen dat ofwel $C^1 \neq C$ ofwel $C^2 \neq C$. De aangewezen aanpak in dit geval is als volgt. Het feit dat C klaarblijkelijk (tenminste) twee verschillende betekenissen heeft, wijst erop dat we elke andere occurrence C^i van C moeten bevragen. Voor elke C^i hebben we dan dat ofwel $C^i = C^1 \,\&\, C^i \neq C^2$ ofwel $C^i = C^2 \,\&\, C^i \neq C^1$. In natuurlijke talen zullen we elke occurrence van C vervangen door ofwel C^1 of C^2. De inconsistentie die voortkomt uit "Spinoza is een belangrijke filosoof", en "Spinoza is dood" kan aanleiding geven tot het veranderen van elke occurrence van de naam Spinoza in onze teksten, door ofwel "de mens Spinoza" ofwel "de filosoof Spinoza".

3. We twijfelen of C hoe dan ook een goeie uitdrukking is. (Zie (a) hierboven.)

In dit geval kan de oplossing heel drastisch zijn: elke occurrence van C moet vervangen worden door een nieuwe uitdrukking, en alle afleidingen die gebaseerd zijn op de identificatie van twee occurrences van C, moeten geschrapt worden. Technisch komt dit erop neer dat de wetenschap dat $C^1 \neq C^2$ ons doet besluiten dat voor alle i, j, $C^i \neq C^j$. Bekijk bijvoorbeeld een morele theorie die inconsistent blijkt te zijn. De inconsistentie zou kunnen te wijten zijn aan het gebruik van het predikaat "goed", dat zo vaag en ambigu is dat de theorie misschien wel beter wordt door dit predikaat helemaal niet te gebruiken.

De drie vermelde aanpakken geven aanleiding tot drie verzamelingen abnormaliteiten. De indices 1, 2 en 0 verwijzen naar het aantal betekenissen die we willen toekennen aan een ambiguë term C. Voor aanpakken 1, 2 en 3 hebben we telkens een andere verzameling abnormaliteiten, namelijk respectievelijk $\mathcal{A}^1$, $\mathcal{A}^2$ en $\mathcal{A}^0$.

1. $\mathcal{A}^1 = \{C^i \neq C^\Sigma \mid C^i \text{ is een INLC}\}$
2. $\mathcal{A}^2 = \{C^i \neq C^j \mid i \neq j, C \text{ is een NLC}\}$
3. $\mathcal{A}^0 = \{?C \mid C \text{ is een NLC}\}$.[69]

De idee achter adaptieve logica's die gebaseerd zijn op de **m**-strategie is zeer intuïtief: ten opzichte van een gegeven verzameling formules, moeten we niet meer ambiguïteiten toelaten dan nodig om de verzameling formules klassiek consistent te houden. Als we

[68] Deze aanpak sluit het dichtst aan bij de *preservationist's view* van [Brown:1999].

[69] $?C$ in de bepaling van $\mathcal{A}^0$ dient opgevat te worden als een disjunctie van de vorm $C^i \neq C^j \vee C^j \neq C^k \vee \ldots$

enkele deze strategie beschouwen, geven de drie vermelde verzamelingen ambiguïteiten aanleiding tot drie ambiguïteiten-adaptieve logica's, respectievelijk $\mathbf{AAL^1}$, $\mathbf{AAL^2}$ en $\mathbf{AAL^0}$.[70]

ACL2 sluit het best aan bij $\mathbf{AAL^1}$, maar waar **ACL2** gebruik maakt van een vertaling van het type (7.2), maakt $\mathbf{AAL^1}$ gebruik van een vertaling van het type (7.1).[71] $\mathbf{AAL^1}$, $\mathbf{AAL^2}$ en $\mathbf{AAL^0}$ worden gedefinieerd als afleidingsrelaties over formules in de oorspronkelijk taal van de klassieke logica. De maximaal-ambiguë interpretatie wordt beschouwd als een intern rekenmiddel, en komt noch in de input noch in de output van deze afleidingsrelaties voor. Het is echter de vraag of we ons wel kunnen laten leiden door overwegingen die te maken hebben met stijl-tradities binnen de logica, als we op zoek gaan naar een geschikte logica de we kunnen gebruiken wanneer we een theorie willen creëren over een nog onontgonnen domein.[72]

We kiezen één paradigmatische verzameling $\Gamma^I \in \mathcal{I}(\Gamma)$. De ondergrenslogica van zowel $\mathbf{AAL^1}$, $\mathbf{AAL^2}$ als $\mathbf{AAL^0}$ is de logica **AmbL** die heel eenvoudig als volgt bepaald wordt:

Definitie 46 $\Gamma \vdash_{\mathbf{AmbL}} A$ *asa er een* $A^I \in \mathcal{I}(A)$ *is waarvoor* $\Gamma^I \vdash_{\mathbf{CL}} A^I$

In tegenstelling tot de toepassing van **CL** op Γ^I, laat **AmbL** wel toe om inconsistenties af te leiden, maar deze leiden niet tot trivialiteit. Bijvoorbeeld: als $\Gamma = \{p, \sim p\}$ en $\Gamma^I = \{p^1, \sim p^2\}$, dan $\Gamma^I \vdash_{\mathbf{CL}} p^1 \& \sim p^2$ (wat geen inconsistentie is), en $\Gamma \vdash_{\mathbf{AmbL}} p \& \sim p$ (wat wel een inconsistentie is). In **AmbL** leidt zo'n inconsistentie niet tot trivialiteit, want $\Gamma^I \vdash_{\mathbf{CL}} q^i \vee \sim(p^1 \equiv p^2)$ en $\Gamma^I \nvdash_{\mathbf{CL}} q^i$ (voor elke i), zodat $\Gamma \vdash_{\mathbf{AmbL}} q \vee \sim(p \equiv p)$ en $\Gamma \nvdash_{\mathbf{AmbL}} q$.

Semantiek van $\mathbf{AAL^1}$, $\mathbf{AAL^2}$ en $\mathbf{AAL^0}$.

De semantiek van deze drie logica's is volledig analoog, behalve wat de definitie betreft van de verzameling van abnormaliteiten die waar zijn in een model.

Definitie 47 *Voor elk* **CL**-*model* M, *en voor een willekeurige index* Σ *die niet voorkomt in* Γ^I: $\mathcal{A}^1(\mathsf{M}) = \{C^i \neq C^\Sigma \mid \mathsf{v_M}(C^i \neq C^\Sigma) = 1\}$.

Definitie 48 *Voor elk* **CL**-*model* M: $\mathcal{A}^2(\mathsf{M}) = \{C^i \neq C^j\rangle \mid \mathsf{v_M}(C^i \neq C^j) = 1\}$.

Definitie 49 *Voor elk* **CL**-*model* M: $\mathcal{A}^0(\mathsf{M}) = \{?C \mid \mathsf{v_M}(C^i \neq C^j) = 1$ *voor willekeurige* $i, j\}$.

Om de definities voor $\mathbf{AAL^1}$, $\mathbf{AAL^2}$ en $\mathbf{AAL^0}$ te bekomen, moet je hieronder n vervangen door respectievelijk 1, 2 en 0.

---

[70] Binnen het veld van adaptieve logica's zou het van meer systematiek getuigen deze logica's respectievelijk $\mathbf{AALm^1}$, $\mathbf{AALm^2}$ en $\mathbf{AALm^0}$ te noemen. Omdat ik denk dat de minimale abnormaliteitsstrategie de meest aangewezen strategie is als we met ambiguïteiten te doen hebben, bekijk ik enkel deze strategie. De toevoeging **m** laat ik weg uit esthetische overwegingen.

[71] Zie pagina 177.

[72] Zie deel II.

Definitie 50 *Een* **CL***-model* M *is minimaal* n*-ambigu ten opzichte van* Γ^I*, asa* M *een* **CL***-model van* Γ^I *is, en als er geen ander* **CL***-model* M' *van* Γ^I *is, zodat* $\mathcal{A}^n(\mathsf{M}) \subset \mathcal{A}^n(\mathsf{M})$*.*

Definitie 51 M *is een* $\mathbf{AAL^n}$*-model van* Γ^I *asa* M *minimaal* n*-ambigu is ten opzichte van* Γ^I*.*

Definitie 52 $\Gamma \models_{\mathbf{AAL^n}} A$ *asa er een* $A^I \in \mathcal{I}(A)$ *is die waar is in alle* $\mathbf{AAL^n}$*-modellen van* Γ^I*.*

Het volgende voorbeeld wordt uitvoerig uitgewerkt in [Vanackere:2002a]. Ik vermeld enkel het resultaat, dat illustreert dat we wel degelijk met drie verschillende afleidingsrelaties te maken hebben. We beschouwen de verzamelingen Γ_a, Γ_b, Γ_c en Γ_d:

$\Gamma_a = \{p \vee q, q \supset p\}$
$\Gamma_b = \Gamma_a \cup \{q \supset r, q \supset \sim r, q\}$
$\Gamma_c = \Gamma_b \cup \{r, \sim r\}$
$\Gamma_d = \Gamma_c \cup \{\sim p\}$

Γ^I_a, Γ^I_b, Γ^I_c en Γ^I_d zijn dus respectievelijk:

$\Gamma^I_a = \{p^1 \vee q^1, q^2 \supset p^2\}$
$\Gamma^I_b = \Gamma_a \cup \{q^3 \supset r^1, q^4 \supset \sim r^2, q^5\}$
$\Gamma^I_c = \Gamma_b \cup \{r^3, \sim r^4\}$
$\Gamma^I_d = \Gamma_c \cup \{\sim p^3\}$

Als we deze verzamelingen premissen respectievelijk onderwerpen aan $\mathbf{AAL^1}$, $\mathbf{AAL^2}$, en $\mathbf{AAL^0}$, en als we nagaan of p, $\sim q$ en r afleidbaar zijn, dan bekomen we dit resultaat:

	$\models p?$				$\models \sim q?$			$\models r?$		
	Γ^I_a	Γ^I_b	Γ^I_c	Γ^I_d	Γ^I_b	Γ^I_c	Γ_d	Γ^I_b	Γ^I_c	Γ^I_d
$\mathbf{AAL^1}$	ja	ja	ja	nee	nee	nee	nee	nee	ja	ja
$\mathbf{AAL^2}$	ja	nee	nee	nee	nee	nee	nee	nee	ja	ja
$\mathbf{AAL^0}$	ja	nee	ja	nee	nee	nee	nee	nee	ja	ja

Het is ook interessant dat in de drie logica's zowel $p{\neq}p \vee q{\neq}q$ als $r{\neq}r$ afleidbaar zijn uit Γ_d. Bovendien voorkomen ze alledrie de afleiding van p en $\sim q$ uit Γ_d, omdat $\sim p$ en q premissen zijn. Het feit dat zowel r als $\sim r$ telkens afleidbaar zijn, is te wijten aan het feit dat beide formules premissen zijn.

$\mathbf{AAL^1}$ focust op de vraag of alle occurrences van een NLC de geïntendeerde betekenis hebben. De verzameling $\mathcal{A}^1(\mathsf{M})$ van een $\mathbf{AAL^1}$-model M van een verzameling premissen bestaat uit INLC. $C^i \in \mathcal{A}^1(\mathsf{M})$ asa het model geen model van de premissen zou zijn als $\mathsf{v_M}(C^i{\neq}C^\Sigma) = 0$. Het gebruik maken van C^Σ resulteert in het feit dat $C^i \in \mathcal{A}^2(\mathsf{M})$ er niet toe leidt dat een andere C^j lid moet zijn van $\mathcal{A}^2(\mathsf{M})$. Alle $C^j \notin \mathcal{A}^2(\mathsf{M})$ kunnen zonder probleem 'klassiek' gemaakt worden.

Met $\mathbf{AAL^2}$ worden eerst koppels $\langle C^i, C^j\rangle$ gedetecteerd, waarvan de leden niet met elkaar kunnen geïdentificeerd worden op straffe van trivialiteit. Daarna focust de logica op de vraag of andere occurrences van dezelfde NLC geïdentificeerd kunnen worden met ofwel C^i of C^j. Het nadeel van een formele aanpak is dat je niet kunt uitmaken door te kijken naar C^k of $C^k{=}\,C^i\&C^k{\neq}C^j$ het geval is of dat $C^k{=}\,C^j\&C^k{\neq}C^i$ geval is. Zodra $\langle C^i, C^j\rangle \in \mathcal{A}^2(\mathsf{M})$ voor een **AAL²**-model M, zullen er **AAL²**-modellen zijn die $C^k{\neq}\ C^i$ waarmaken, en zullen er zijn die $C^k{\neq}\ C^j$ waar maken, enzovoort; er zal dus ook een model zijn, voor elke k, l dat $C^k{\neq}C^l$ waar maakt. Dit is een resultaat dat deze logica moet hebben. De beslissing of $C^k{=}\ C^i\&C^k{\neq}C^j$ of $C^k{=}\ C^j\&C^k{\neq}C^i$ is een informele beslissing, en kan niet gemaakt worden met behulp van een formele logica.

In het gegeven voorbeeld kun je nagaan dat alle **AAL²**-modellen van Γ^I_b één disjunct van de volgende formules waar maken.
$q^3{\neq}q^4 \vee q^3{\neq}q^5 \vee r^1{\neq}r^2$
$q^3{\neq}q^4 \vee q^4{\neq}q^5 \vee r^1{\neq}r^2$
$q^3{\neq}q^5 \vee q^4{\neq}q^5 \vee r^1{\neq}r^2$

Elk model dat $q^3{\neq}q^4$ waar maakt, maakt ofwel $q^1{\neq}q^3$ ofwel $q^1{\neq}q^4$ waar, en maakt ook ofwel $q^2{\neq}q^3$ of $q^2{\neq}q^4$ waar. Sommige van deze modellen maken $q^1{\neq}q^2$ waar; het model dat $q^3{\neq}q^4$, $q^1{\neq}q^3$, $q^2{\neq}q^4$ en $q^1{\neq}q^2$ waar maakt en $q^1{\neq}q^4$ vals maakt, bijvoorbeeld, is een **AAL²**-model van Γ^I_b. We krijgen hier dus een zwakker resultaat dan met **AAL¹**: $\Gamma_b \not\models_{\mathbf{AAL^2}} p$.

In **AAL⁰** zijn de abnormaliteiten superscript-loze NLC. Dit geeft een belangrijke invloed op de verzamelingen $\mathcal{A}^0(\mathsf{M})$. Als $?C \in \mathcal{A}^0(\mathsf{M})$, en bijvoorbeeld $\mathsf{v_M}(C^i{\neq}C^j \vee D^k{\neq}D^l) = 1$, dan is het niet nodig dat $?D \in \mathcal{A}^0(\mathsf{M})$. Dit kenmerk leidt ertoe dat **AAL⁰** gevoeliger is voor 'inconsistente extensies' dan **AAL¹** en **AAL²**. In het voorbeeld hebben we:
voor alle **AAL⁰**-modellen van Γ^I_a: $\mathcal{A}^0(\mathsf{M}) = \emptyset$;
voor alle **AAL⁰**-modellen van Γ^I_b: $\mathcal{A}^0(\mathsf{M}) = \{?q\}$ of $\mathcal{A}^0(\mathsf{M}) = \{?r\}$;
voor alle **AAL⁰**-modellen van Γ^I_c: $\mathcal{A}^0(\mathsf{M}) = \{?r\}$ (!);
voor alle **AAL⁰**-modellen van Γ^I_d: $\mathcal{A}^0(\mathsf{M}) = \{?p, ?r\}$ of $\mathcal{A}^0(\mathsf{M}) = \{?q, ?r\}$.
Dit leidt ertoe dat p bijvoorbeeld niet volgt uit Γ^I_b maar wel uit Γ^I_c.

Bewijstheorie van AAL¹, AAL² en AAL⁰.

De bewijstheorie van deze logica's vermeld ik hier niet. Je kunt ze terugvinden in [Vanackere:2002a], of zelf reconstrueren. Ter illustratie vermeld ik theorema 16 voor de logica **AAL⁰**.

Definitie 53 *Voor elke NLC C, en voor willekeurige indices:* $i, j, ..., k, l$:
$\mathsf{DAB}^0\{?C_1, ..., ?C_n\} =_{\mathsf{df}} C^i_1{\neq}C^j_1 \vee ... \vee C^k_n{\neq}C^l_n$

Definitie 54 $\mathsf{DAB}^0(\Delta)$ *is een minimaal* DAB^0*-gevolg van* Γ^I *asa* $\Gamma^I \vdash_{\mathbf{CL}} \mathsf{DAB}^0(\Delta)$*, en er is geen* Δ' *zodat* $\Delta' \subset \Delta$ *en* $\Gamma^I \vdash_{\mathbf{CL}} \mathsf{DAB}^0(\Delta')$.

Definitie 55 $\Phi(\Gamma^I)$ *is de verzameling van alle verzamelingen* φ *die* (i) *precies één element bevatten van elk minimaal* DAB^0*-gevolg van* Γ^I *en die* (ii) *geen echte superverzameling zijn van zo'n verzameling.*

Bijvoorbeeld: als $\mathsf{DAB}^0\{?p, ?q\}$ en $\mathsf{DAB}^0\{?p, ?r, ?s\}$ de enige minimale DAB^0-gevolgen zijn van Γ^I, dan $\Phi_\Gamma = \{\{?p\}, \{?q, ?r\}, \{?q, ?s\}\}$. U ziet meteen dat elke verzameling $\varphi \in \Phi(\Gamma^I)$ identiek is aan een verzameling $\mathcal{A}(\mathsf{M})$ van een **AAL⁰**-model M van Γ^I.

Theorema 16 *$\Gamma \vdash_{\mathbf{AAL^0}} A$ asa er een $A^I \in \mathcal{I}(A)$ is en er zijn één of meerdere (mogelijk lege) Δ_i, zodat $\Gamma^I \vdash_{\mathbf{CL}} A^I \vee \mathsf{DAB}^0(\Delta_i)$, en voor elke $\varphi \in \Phi(\Gamma^I)$ is er één van deze Δ_i zo dat $\Sigma_i \cap \varphi = \emptyset$.*

Het volgende voorbeeld illustreert theorema 16. Beschouw de verzameling Γ, die de formalisering van de volgende zinnen bevat:

De "leugenaarsparadox" (l) is de naam van een zin (Z) die zowel waar (T) als vals (F) is.
Alle ware zinnen zijn welgevormd (W).
Alle valse zinnen zijn welgevormd.
Als iets waar en vals is, is het een paradox (P).
Paradoxen zijn welgevormd.
Als een zin waar is, is ze niet vals.

$\Gamma = \{(\exists x)((x{=}l \& Zx)\&(Tx\&Fx)),\ (\forall x)((Tx\&Zx)\supset Wx),\ (\forall x)((Fx\&Zx)\supset Wx),\ (\forall x)((Tx\&Fx)\supset Px),\ (\forall x)(Px\supset Wx),\ (\forall x)((Tx\&Zx)\supset {\sim}Fx)\}$

Γ is vanzelfsprekend inconsistent. Als we **CL** loslaten op Γ^I kunnen we het volgende bewijs neerschrijven:

(1)	$(\exists x)((x = l^1 \& Z^1x)\&(T^1x\&F^1x))$	Prem
(2)	$(\forall x)((T^2x\&Z^2x)\supset W^1x)$	Prem
(3)	$(\forall x)((F^2x\&Z^3x)\supset W^2x)$	Prem
(4)	$(\forall x)((T^3x\&F^3x)\supset P^1x)$	Prem
(5)	$(\forall x)(P^2x\supset W^3x)$	Prem
(6)	$(\forall x)((T^4x\&Z^4x)\supset {\sim}F^4x)$	Prem
(7)	$(Z^1l^1\&T^1l^1)\&F^1l^1$	1
(8)	$(T^2l^1\&Z^2l^1)\supset W^1l^1$	2
(9)	$(F^2l^1\&Z^3l^1)\supset W^2l^1$	3
(10)	$(\forall x)((T^3x\&F^3x)\supset W^3x) \vee \mathsf{DAB}^0\{?P\}$	4,5
(11)	$(T^3l^1\&F^3l^1)\supset W^3l^1) \vee \mathsf{DAB}^0\{?P\}$	10
(12)	$W^1l^1 \vee \mathsf{DAB}^0\{?Z, ?T\}$	7,8
(13)	$W^2l^1 \vee \mathsf{DAB}^0\{?Z, ?F\}$	7,9
(14)	$W^3l^1 \vee \mathsf{DAB}^0\{?T, ?F, ?P\}$	7,10
(15)	$W^1l^1 \vee \mathsf{DAB}^0\{?Z, ?F, ?W\}$	13
(16)	$W^1l^1 \vee \mathsf{DAB}^0\{?T, ?F, ?P, ?W\}$	14
(17)	$(T^4l^1\&Z^4l^1)\supset {\sim}F^4l^1$	6
(18)	$(F^4l^1\&{\sim}F^4l^1) \vee \mathsf{DAB}^0\{?Z, ?T, ?F\}$	7,17
(19)	$\mathsf{DAB}^0\{?Z, ?T, ?F\}$	18

Vanzelfsprekend zijn alle formules in het bewijs, na het weglaten van de superscripts **AAL⁰**-gevolgen van Γ. De formule in lijn (19) is het enige minimale DAB^0-gevolg van Γ en dus is $\Phi_{\Gamma^I} = \{\{, T\}, \{, Z\}, \{, F\}\}$. Uit (12), (15), (16), theorema 16, en

$\{?Z\} \cap \{?T, ?F, ?W, ?P\} = \emptyset$
$\{?T\} \cap \{?Z, ?F, ?W\} = \emptyset$
$\{?F\} \cap \{?Z, ?T\} = \emptyset,$

kunnen we besluiten dat $\Gamma \vdash_{\mathbf{AAL^0}} Wl$. Als één van de formules in lijnen (12), (15) en (16) geen **CL**-gevolg van Γ^I zou zijn, dan zou $\Gamma \nvdash_{\mathbf{AAL^0}} Wl$. De formule in lijn (19) kunnen we als volgt interpreteren: ten minste één van de predikaten "is waar", "is vals" of "is een zin" is ambigu (ten opzichte van deze premissen).

Ik geef nog een voorbeeld. Het abstractie-axioma uit Freges verzamelingenleer kunnen we niet uitdrukken in de objecttaal van predikatenlogica's van eerste orde, maar een instantie zoals de Russell-paradox wel. We hebben dan wel niet meer met een paradox te maken, maar met een 'gewone' klassieke inconsistentie. "V" staat voor "is een verzameling" en "L staat voor "is lid van".

$$(\exists x)(Vx\&(\forall y)(Vy \supset (Lyx \equiv {\sim}Lyx)))$$

Je ziet onmiddellijk dat $\mathsf{DAB}\{?V, ?L\}$ een minimaal DAB^0-gevolg is van deze klassieke formalisering van de Russell-paradox. Als deze formalisering steek houdt, dan suggereert $\mathbf{AAL^0}$ dat ofwel het begrip "verzameling" ofwel de notie "is lid van" niet precies genoeg bepaald is.

Met het oog op toepassingen kan het interessant zijn de volgende afleidingsrelatie te beschouwen. $A^\Sigma \in \mathcal{I}(A)$ is een formule waarin alle NLC de index Σ hebben.

Definitie 56 $\Gamma \vdash_{\mathbf{AAL^\Sigma}} A$ *asa*

1. $\Gamma^I \vdash_{\mathbf{AAL^1}} A^\Sigma$ *of*
2. $A \in \mathcal{I}(A)$ *en* $\Gamma^I \vdash_{\mathbf{AAL^1}} A$*, en voor elke* $A^I \in \mathcal{I}(A)$ *die bekomen wordt door een superscript* $i \neq \Sigma$ *te vervangen in* A *door* Σ, $\Gamma^I \nvdash_{\mathbf{AAL^1}} A^I$

Interessant aan deze afleidingsrelatie is dat de ambiguë occurrences van een NLC, en *alleen deze* vervangen worden door nieuwe NLC. Deze afleidingsrelatie lost inconsistenties op op een creatieve manier.

De logische constanten van AmbL.

Het is interessant om te kijken hoe de logische connectieven zich gedragen in de logica **AmbL**. Alle **CL**-stellingen zijn **AmbL**-stellingen. Immers: $\vdash_{\mathbf{CL}} ((p^1 \supset q^1) \supset p^1) \supset p^1$, en dus $\vdash_{\mathbf{AmbL}} ((p \supset q) \supset p) \supset p$. Alle **CL**-stellingen zijn trouwens afleidbaar uit elke verzameling premissen.

De implicatie is niet loskoppelbaar (detachable). $A \vdash_{\mathbf{AmbL}} (A \supset B) \supset B$, maar $A, A \supset B \nvdash_{\mathbf{AmbL}} B$.

Contractie van de disjunctie is er ook niet. $\vdash_{\mathbf{AmbL}} (A \vee A) \supset A$, maar $A \vee A \nvdash_{\mathbf{AmbL}} A$. Additie is natuurlijk wel geldig.

De negatie is paraconsistent. $\vdash_{\mathbf{AmbL}} (A\&{\sim}A) \supset B$ maar $A\&{\sim}A \nvdash_{\mathbf{AmbL}} B$.

De conjunctie is klassiek: $A\&B \vdash_{\mathbf{AmbL}} A$; $A\&B \vdash_{\mathbf{AmbL}} B$; $A, B \vdash_{\mathbf{AmbL}} A\&B$.

Er is een opvallende overeenkomst tussen het gedrag van de connectieven van **AmbL** en deze van *e.g.* Priests **LP**. In [Batens:2002c] wordt getoond dat **LP** kan gedefinieerd worden als een variant van **AmbL**.

In tegenstelling tot wat in **CLuN** en **CLuNs** het geval is, zijn uitspraken van de vorm

$$\Gamma \cup \{A\} \vdash_{\mathbf{AmbL}} B \text{ asa } \Gamma \cup \{A'\} \vdash_{\mathbf{AmbL}} B$$

telkens waar als we A en A' invullen als respectievelijk:

- $\sim p \vee q$ en $p \supset q$
- $\sim(p \vee q)$ en $\sim p \& q$
- $p \supset q$ en $\sim q \supset p$
- $\sim C$ en $C \supset \bot$
- ....

Modus Tollens en Modus Ponens zijn, ook in tegenstelling tot wat in **CLuN** en **CLuNs** het geval is, symmetrisch.

7.8.4 Complexe ambiguïteiten

In sectie 7.7.6, bij de evaluatie van $\mathbf{A}[\mathbf{CL}]^{\mathbf{m}}$, merkte ik op dat het voor de hand ligt om bijvoorbeeld bij het afleiden van B uit $A \supset B$ en B, het identificeren van de twee occurrences van A voorwaardelijk te maken. Eigenlijk heb ik het nog niet gehad over een adaptieve logica waarin dit effectief gebeurt. Met de ambiguïteiten-adaptieve logica's waarover ik het tot dusver gehad heb, wordt enkel het identificeren van de occurrences van de NLC in de occurrences van A voorwaardelijk gemaakt. Ik beschik over een aantal resultaten in verband met pogingen om een adaptieve logica te ontwikkelen waarin toegestaan wordt dat complexe formules ambigu kunnen zijn, maar geen van deze resultaten is bevredigend. Ik probeer in het kort de moeilijkheden weer te geven, aan de hand van eenvoudige propositionele voorbeelden.

(1) Een eerste vraag die zich stelt is of we complexe formules onvoorwaardelijk kunnen analyseren. Beschouw de inconsistente verzameling $\{(p \vee q) \supset (r \& s),\ p,\ \sim r\}$. Moeten we bijvoorbeeld het afleiden van $(p \vee q) \supset r$ uit $(p \vee q) \supset (r \& s)$ afhankelijk maken van het niet-ambigu zijn van de formule $(p \vee q) \supset (r \& s)$? Het ligt voor de hand dat het antwoord hierop ja moet zijn, want anders gaan we in tegen de veronderstelling dat complexe formules als geheel een ambiguë betekenis kunnen hebben.

Tegelijk stelt zich de vraag of het introduceren van complexe formules voorwaardelijk moet gebeuren. Kunnen we bijvoorbeeld zomaar aannemen dat we uit p en q kunnen besluiten tot $p \& q$? In $\mathbf{A}[\mathbf{CL}]^{\mathbf{m}}$ bijvoorbeeld kunnen we $[p \vee q]$ afleiden uit $[p]$ op voorwaarde dat $[p \vee q]$ gelijkwaardig is met $[p] \vee [q]$. In **ACL2** kunnen we uit p^2 onvoorwaardelijk besluiten tot $p^2 \vee q^1$, maar deze formule kunnen we maar identificeren met $p^1 \vee q^1$ op voorwaarde dat p^1 en p^2 zich niet ambigu gedragen. Niets sluit uit dat de tweede occurrence van p een ambiguë betekenis heeft die het zinloos maakt de formule $p \vee q$ af te leiden uit p. Om $p \vee q$ af te leiden uit p zouden we dus moeten aannemen dat zowel p als $p \vee q$ niet ambigu zijn. Dit leidt ertoe dat we uiteindelijk nagenoeg alle subformules van alle betrokken formules moeten verdenken. Ten opzichte van de bestaande ambiguïteiten-adaptieve logica's brengt dit een enorme toename aan verdachte formules met zich mee; ook ten opzichte van $\mathbf{A[CL]^m}$ is er sprake van een toename van het aantal verdachte formules. Als we werken met de verzameling premissen $\{(p \vee q) \supset (r\&s), p, \sim r\}$, dan kunnen we met $\mathbf{AAL^0}$ het minimale DAB-gevolg $?p \vee ?r$ afleiden. Met $\mathbf{A[CL]^m}$ kunnen we $\mu_{(p\vee q)\supset(r\&s)} \vee \mu_{p\vee q} \vee \mu_{r\&s} \vee \mu_{\sim r}$ afleiden als minimaal DAB-gevolg. Als we een adaptieve logica voor ambiguïteiten op het vlak van complexe formules zouden ontwikkelen, bekomen we $?p \vee ?r \vee ?((p \vee q) \supset (r\&s)) \vee ?(p \vee q) \vee ?(r\&s) \vee ?\sim r$.

(2) Wat gebeurt er als we, tegen de veronderstelling in dat ambiguïteiten zich op alle niveaus kunnen voordoen, het analyseren van een formule niet en het identificeren van twee occurrences van een formule wel als een ingreep beschouwen die voorwaardelijk moet gebeuren. Beschouw de inconsistente verzameling $\{(p \vee q) \supset r, p, \sim r\}$. Moeten we dan om r af te leiden uit $(p\&q) \supset r$ en $p\&q$ alleen $p\&q$ verdenken, of ook p en q? En om r af te leiden uit $(p \vee q) \supset r$ en p? We kunnen in het laatste geval eerst $p \supset r$ afleiden uit $(p \vee q) \supset r$, en vervolgens r, met als uiteindelijke voorwaarde dat p zich niet ambigu mag gedragen. Maar we kunnen evengoed eerst $p \vee q$ afleiden uit p en vervolgens r afleiden met als uiteindelijke voorwaarde dat $p \vee q$ zich niet abnormaal mag gedragen. Stel dat we ook nog over de premisse r beschikken. Dan kunnen we zonder dat we twee occurrences van een formule met elkaar hoeven te vereenzelvigen de formule $\sim((p \vee q) \supset r)$ afleiden uit de premissen p en $\sim r$. Uiteindelijk kunnen we al de volgende minimale DAB-formules afleiden: $?p \vee ?r$, $?(p \vee q) \vee ?r$, $?((p \vee q) \supset r)$, maar evengoed $?p \vee ?\sim r$, $?\sim p \vee ?r$, $?\sim\sim(p \vee q) \vee ?r$, $?\sim\sim((p \vee q) \supset r)$, ...

(3) Als we bovendien een predicatieve taal toelaten, wordt het heel moeilijk om te bepalen wat er nu precies met wat geïdentificeerd wordt als we een inconsistentie afleiden uit bijvoorbeeld $\{(\forall x)(Px \supset Qx), (\forall x)(Px \supset x = a), (\exists x)Px, \sim Qa\}$.

7.8.5 Evaluatie

Ambiguïteiten-adaptieve logica's zijn zeer geschikt in omstandigheden waarin de taal waarmee we werken niet precies genoeg is om zonder meer klassieke logica te gebruiken. In onze dagelijkse communicatie gebruiken we dikwijls termen met een bepaalde graad van vaagheid, termen die enerzijds wel duidelijk genoeg zijn, maar waarvan we anderzijds nauwelijks of niet de exacte extensie kunnen bepalen. Dank zij het frame van ambiguïteiten-adaptieve logica's kunnen we nu zonder problemen dergelijke termen ook gebruiken om theorieën te construeren. Als het gebruik van een dergelijke term tot een inconsistentie leidt (tot het afleiden van een disjunctie van abnormaliteiten), dan zijn er enerzijds geen potten gebroken, en kunnen we anderzijds nog steeds proberen om de de term in kwestie preciezer te maken of uit te splitsen in twee termen.

Dit betekent echter niet dat afleiden van een formule van de vorm $C^i \neq C^j$ altijd betekent dat we met een vage of ambiguë term te maken hebben. Elke inconsistentie waarin NLC betrokken zijn, leidt immers tot het afleiden van DAB-formules. Het afleiden van DAB-formules kan dus ook leiden dat de diagnose dat sommige premissen weliswaar precies genoeg geformaliseerd zijn, maar vals blijken te zijn.

Een voordeel van de aanpak met indices is dat we niet alleen abnormale formules vrij precies kunnen lokaliseren, maar bovendien zelfs abnormale *occurrences van formules*. Dit maakt van ambiguïteiten-adaptieve logica's heel geschikte instrumenten om theorieën bij te sturen. In deel II zal een variant van de logica **ACL2** op een heel specifieke manier gebruikt worden in een model voor de (re)constructie van collectieve theorieën.

Kortom, als we een theorie formuleren aan de hand van een ambiguïteiten-adaptieve logica, hoeven we niet al te scrupuleus te werk te gaan. We kunnen een taal gebruiken die nog niet exact genoeg is, en we mogen premissen formuleren die voor herziening vatbaar zijn. Als we op abnormaliteiten stoten, weten we heel precies waar de oorzaak van deze abnormaliteiten te vinden is. Dit brengt met zich mee dat ook delen van onze wereld, die niet beschreven kunnen worden in een wiskundige taal, in aanmerking komen voor wetenschappelijke theorievorming.

Zoals blijkt in deel II en in bijvoorbeeld [Vanackere:2002b], kunnen we op interessante manieren gebruik maken van het frame van ambiguïteiten-adaptieve logica's, wanneer we een specifieke betekenis aan de indexen geven.[73]

[73]De logica die in [Vanackere:2002b] voorgesteld wordt, laat alleen indices toe bij individuele constanten en interpreteert deze als tijdsaanduidingen. Deze logica laat toe dat individuen veranderen ten opzichte van bepaalde predikaten, maar gaat uit van een toestand die niet verandert, tenzij en totdat het tegendeel blijkt.

Hoofdstuk 8

Enkele conclusies

8.1 De keuze van de logica L waarmee we $\langle \Gamma, \mathbf{L} \rangle$ bepalen.

De klassieke logica is heel geschikt voor het formuleren, evalueren, en gebruiken van perfecte theorieën, maar de meeste van onze theorieën kunnen we niet perfect noemen. Doorheen de geschiedenis van de fysica heeft men vermoedelijk dikwijls gedacht dat de tot dusver bereikte kennis perfect was. Desalniettemin heeft men dikwijls moeten vaststellen dat de vermeende perfecte kennis toch inconsistent was. We kunnen dus maar beter iets voorzichtiger zijn en een paraconsistente logica gebruiken om onze theorieën te formuleren.

Monotone paraconsistente logica's zijn over het algemeen echter veel te arm om theorieën te formuleren. We kunnen weliswaar 'wild' te werk gaan en relevante uitspraken als waar beschouwen totdat het tegendeel blijkt, met andere woorden, we kunnen weliswaar werken met een te rijke monotoon-paraconsistente benadering van het standaardmodel,[1] maar over het algemeen kunnen we zeggen dat een monotone paraconsistente logica de beschikbare gegevens niet maximaal benut. In de 'mildheid' waarmee ze niet-triviale interpretaties van de gegevens toelaten, laten ze meer inconsistenties toe dan nodig is om een niet-triviale interpretatie van de premissen te bekomen.

Correctieve adaptieve logica's doen dit wel. Bovendien hebben correctieve adaptieve logica's een dynamische bewijstheorie, die veel beter aansluit bij *real life* redeneringen en beslissingsprocessen. Sommige logici staan nogal terughoudend ten opzichte van de dynamische bewijzen van adaptieve logica's, omdat er dan geen positieve test meer is voor "A is afleidbaar uit Γ". Wie echter echter een positieve test beschouwt als een conditio sine qua non om van een goeie logica te kunnen spreken, heeft echter slechts de keuze tussen een gewoonlijk veel te arme monotone paraconsistente logica, en de klassieke logica. De klassieke logica heeft echter het nadeel dat er voor de afleidbaarheid van *elke formule* een positieve test is wanneer we met een inconsistente verzameling premissen te maken hebben. Alle monotoon-paraconsistente gevolgen die we kunnen afleiden aan de hand van bijvoorbeeld **CLuN** zijn ten andere ook onmiddellijk finaal afleidbare $\mathbf{ACLuN^m}$- of $\mathbf{ACLuN^r}$-gevolgen.

[1] Zie 6.4.

Theorieën zijn trouwens veelal complexe gehelen en het is niet realistisch om aan te nemen dat we alle gevolgen van $\langle \Gamma, \mathbf{L} \rangle$ kennen, zodra we Γ en $\mathbf{L}$ bepaald hebben. Wij zijn niet alwetend en ook niet oneindig vlug in het maken van berekeningen. Het kan een hele tijd duren vooraleer we zien dat een theorie die er op het eerste gezicht perfect uitziet, toch inconsistent is. Het gebruik van een correctieve adaptieve logica laat dan toe de theorie maximaal te handhaven in afwachting van een oplossing voor de afgeleide inconsistentie. Drie opmerkingen hieromtrent. (*i*) Het formuleren van een theorie kunnen we beschouwen als één van de stappen in de ontwikkeling van een theorie. (*ii*) Het afleiden van een inconsistentie is geen ramp; het is integendeel een motor om de theorie verder te ontwikkelen.[2] (*iii*) Het gebruik van een correctieve adaptieve logica laat toe om vlugger over te gaan tot het (voorlopig) formuleren van een theorie. In veel gevallen zijn voorlopige theorieën de enige theorieën die we hebben.

We kunnen er het best rekening mee houden dat onze theorieën normaal gezien niet perfect zijn, maar dit belet niet dat het steeds onze betrachting is om perfecte theorieën te construeren, en dit levert ons meteen de sleutel om een algemene keuze te maken omtrent de logica waarmee we het best een theorie kunnen formuleren. Het maken van een algemene keuze impliceert natuurlijk niet dat er in specifieke omstandigheden geen andere correctieve adaptieve logica's beter kunnen scoren, maar als we daadwerkelijk een theorie zo consistent mogelijk willen interpreteren, dan spreekt het voor zich dat de inconsistentie-adaptieve logica die gedefinieerd is aan de hand van de de minimale-abnormaliteitsstrategie, namelijk $\mathbf{ACLuN^m}$ de beste kandidaat is om theorieën te formuleren.

$\mathbf{ACLuN^m}$ heeft bovendien het voordeel dat er een manier is om de formules die finaal afleidbaar zijn uit een eindige verzameling premissen efficiënt te berekenen.[3]

$\mathbf{ACLuN^m}$, de logica die in mijn evaluatie aangewezen wordt als beste kandidaat om formules van de vorm $\langle \Gamma, \mathbf{L} \rangle$ te formuleren, is één van de twee oudste predicatieve correctieve adaptieve logica's. Dit betekent echter niet dat het ontwerpen van alternatieve adaptieve logica's zinloos is. Vooreerst sluit het aan bij een rationele rationaliteitsopvatting om blijvend open te staan en op zoek te gaan naar alternatieven voor onze huidige beste inzichten. Daarnaast zijn er specifieke omstandigheden waarin andere correctieve adaptieve logica's beter kunnen scoren. Een adaptieve logica die ontworpen is om te kunnen werken met universeel gekwantificeerde regels met mogelijke uitzonderingen, zal bijvoorbeeld beter scoren dan $\mathbf{ACLuN^m}$ als er contextuele aanwijzingen zijn dat regels met uitzonderingen de enige of meest voor de hand liggende oorzaken van eventuele inconsistenties zijn. Er zijn ook omstandigheden waarin we er eerder voorzichtig te werk willen gaan, en waarin de betrouwbaarheidsstrategie dus meer aangewezen lijkt. Tenslotte heeft een logica nog andere doeleinden dan het formuleren, evalueren of gebruiken van theorieën. Er zijn natuurlijk altijd toepassingsmogelijkheden die we niet kunnen voorzien, maar ik denk nu in het bijzonder aan het nut van logica bij creatieve processen zoals het construeren van theorieën. Ik verwijs naar deel II.

[2]Zie hoofdstuk 11.
[3]Zie sectie 6.6.

8.2 De wereld in adaptieve theorieën

Als we de wereld willen vatten in een klassieke theorie, dan zijn we gebonden aan de normen van de klassieke logica, en deze normen vertalen zich in de eis om met een precieze taal te werken en de eis om met betrouwbare gegevens te werken. De eis om met een precieze taal te werken wordt subliem ingevuld door met een wiskundige taal te werken. De eis om met betrouwbare gegevens te werken wordt subliem ingevuld door te werken met gegevens die in principe iedereen zou kunnen verwerven. We kunnen het dan ook begrijpen dat klassieke wetenschappers van mening zijn dat de betrokkenheid van de waarnemer op het waargenomene zo veel moet uitgeschakeld worden. In de rekenkunde, bijvoorbeeld slaagt men erin om de betrokkenheid van de waarnemer uit te schakelen, door simpelweg niet met waarnemingsgegevens te werken. We hebben gezien dat in de fysica, zelfs al bij het simpelweg meten van de lengte van een voorwerp, de waarneming gekleurd wordt door de relatieve beweging van het voorwerp ten opzichte van de waarnemer. De waarnemer is dan maar vervangbaar voor zover we de onderlinge beweging van de waarnemer en het waargenomen voorwerp in rekening brengen. Algemeen kunnen we stellen dat de verhouding tussen de waarnemer en het waargenomene in de natuurwetenschappen in rekening gebracht wordt door het waarnemen te binden aan strikte voorwaarden—"laboratoriumvoorwaarden". De wereld van de fysica is dan ook beperkt tot de wereld voor zover hij kan voldoen aan deze laboratoriumvoorwaarden. Het zijn dan ook de laboratoriumvoorwaarden, gecombineerd met het gebruik van een mathematische taal, die ervoor zorgen dat de klassieke logica kan gebruikt worden.

De meeste waarnemingen die wij doen, worden echter gekenmerkt door een betrokkenheid die niet kan uitgeschakeld worden door gebruik te maken van laboratoriumvoorwaarden; het is ook niet ondenkbaar dat bepaalde waargenomen kwaliteiten verdwijnen als we de waarneming proberen te reconstrueren onder laboratoriumvoorwaarden. De meeste waarnemingsgegevens worden ook niet uitgedrukt in een wiskundige taal. Zoals al aangegeven werd in voetnoot 4 op pagina 17 stellen Quine en Ullian voor om in dergelijke gevallen het onderscheid tussen observatie-zinnen en observatie-gegevens door te voeren. "Er zit een kat op deze mat" beschouwen zij als een observatie-zin, omdat iedereen in deze omstandigheden tot de bevinding zou komen dat de kat op de mat zit. "Ik voel pijn" beschouwen ze niet als een observatie-zin, maar als een observatie-gegeven. Anderen zouden niet ook tot de bevinding komen pijn te voelen, maar iedereen kan wel vaststellen dat de persoon in kwestie gezegd heeft dat hij of zij pijn voelt.[4] We merken hier in feite dat Quine en Ullian bereid zijn om alle aspecten van een waarnemingssituatie in rekening te brengen, behalve de waarnemer zelf—deze moet vervangbaar zijn. Waar trekken we echter de grens tussen de waarnemer en de rest van de waarnemingssituatie ? En hoe weten we of de waarnemer wel vervangbaar is ? Ik herinner mij uit biologielessen dat ik onder de microscoop zelden zag wat ik verondersteld was te zien. En wat doen we met waarnemingen die eenmalig zijn ?

Wat eenmalige waarnemingen betreft, hebben we twee keuzemogelijkheden. (1) We gaan ervan uit dat de waarnemer betrouwbaar is. (2) De waarneming komt niet in

[4] [Quine/Ullian:1978].

aanmerking als wetenschappelijk gegeven. Wat de vervangbaarheid van de waarnemer betreft, stellen we vast dat die vervangbaarheid een theoretische notie is, en dat we in de praktijk aangewezen zijn op de betrouwbaarheid van de ingewijden. Wat de grens tussen de waarnemer en het waargenomene betreft, geef ik grif toe dat we bij introspectie de waarnemer niet kunnen vervangen zonder het waargenomene kwijt te spelen, maar als een waarnemer na een lange wandeling plots voor een fascinerend landschap komt te staan en de overweldigende indruk die dit landschap maakt, probeert weer te geven in de verzameling zinnen Γ, zouden Quine en Ullian het ook nog hebben over een verzameling observatie-*gegevens* en niet over observatie-zinnen. Als er geen reden is waarom de waarnemer in kwestie ons een loer zou willen draaien, kunnen we zijn uitspraken wel degelijk als observatie-zinnen beschouwen: we kunnen ze gebruiken als zinnen die ons iets leren over de wereld en ons toekomstig gedrag kunnen richten.

Als we het hebben over waarnemingen van 'dingen' die zich voordoen in de gemeenschappelijke wereld, kunnen we besluiten dat de vraag of de bevindingen van een waarnemer gelabeld worden als observatie-zinnen of als observatie-gegevens eigenlijk een kwestie van vertrouwen is. Staat de waarnemer gekend als iemand waarvan de uitspraken betrouwbaar zijn ? Met andere woorden: de vraag of we de uitspraken in kwestie beschouwen als observatie-zinnen of als observatie-gegevens hangt af van onze welwillendheid.

Deze bedenking kunnen we doortrekken als we observatie-zinnen beschouwen die niet in een eenduidige taal geformuleerd zijn. We kunnen ons best doen om observatie-zinnen verkeerd te interpreteren, of we kunnen ervan uitgaan dat we die zinnen wel degelijk begrijpen zoals ze bedoeld zijn.

Het punt dat ik wil maken is dat we in verband met kennis van het waardevolle in de wereld de keuze hebben tussen helemaal geen observatie-zinnen (en wel observatie-gegevens) of observatie-zinnen die we met enige voorzichtigheid of welwillendheid moeten aannemen. De keuze is dan vlug gemaakt, denk ik. Als we klassiek redeneren op basis van dergelijke observatie-zinnen is de kans groot dat we vrij vlug in de problemen geraken. Als we paraconsistent en monotoon redeneren en dus heel voorzichtig te werk gaan, vermijden we de problemen. Als we adaptief redeneren, vermijden we niet alleen problemen, maar geraken we ook nog relatief ver. We kunnen dan de beschikbare observatie-zinnen als betrouwbaar (of als je wil: als normaal) beschouwen tenzij en totdat het tegendeel blijkt.

Hoe dan ook: als we de klassieke normen niet meer als onverbiddelijke normen interpreteren, maar als waardevolle betrachtingen, dan kunnen we een veel rijkere taal gebruiken, en kunnen we ons ook bezighouden met die aspecten van de wereld waarvan de waarneming of voorstelling wel gekleurd wordt door onze betrokkenheid.

Als we het waardevolle in de wereld proberen te beschrijven, dan zullen onze 'observatie-zinnen' onvermijdelijk ook uitdrukking geven aan onze betrokkenheid op dit waardevolle. Deze betrokkenheid hoeven we niet te bestempelen als subjectiviteit. Zoals we er van uit kunnen gaan dat er gemeenschappelijkheid is in de manier waarop observaties onder laboratoriumvoorwaarden gebeuren, kunnen we er ook van uitgaan dat er gemeenschappelijkheid is in onze onze betrokkenheid op het waardevolle in de wereld. Het is wel zo dat de grens tussen gemeenschappelijkheid en subjectiviteit niet altijd scherp te trekken is, temeer daar er ook sprake kan zijn van collectieve subjectiviteit. Gebruikmakend van het stramien van adaptieve logica's kunnen we gemeenschappelijkheid als een bovengrens zien, en totale subjectiviteit als een ondergrens. Rekening houdend met het feit dat iedereen van ons alle belang heeft bij het verwerven van betrouwbare kennis, kunnen we wel degelijk *gemeenschappelijkheid* als normaliteit beschouwen, en alles wat afwijkt van gemeenschappelijkheid als abnormaliteit. Als we dan bijvoorbeeld een inconsistentie-adaptieve logica gebruiken dan uiten afwijkingen van de norm "gemeenschappelijkheid" zich als inconsistenties. Merk op dat gemeenschappelijkheid zowel kan slaan op de correctheid van de betreffende uitspraken als op de precisie van de taal waarin de uitspraken geformuleerd zijn.

Adaptieve logica's zijn vooral geschikt voor het formuleren van wetenschappelijke theorieën in wording, maar misschien moeten we er rekening mee houden dat onze interessantste theorieën steeds in wording zullen zijn. Misschien moeten we eraan wennen dat het heel normaal is dat de theorieën die naar ons huidig inzicht de beste onder hun alternatieven zijn, inconsistent zijn. Oorzaken voor inconsistenties zijn legio. De structuur van de taal waarin we communiceren en waarmee we onze theorieën formuleren, is heel waarschijnlijk niet in overeenstemming met de structuur van de wereld. De criteria waarmee we het gebruik van termen vastleggen, zijn zelden exhaustief, en maken vaak gebruik van condities die niet altijd realiseerbaar zijn.[5] Als we analogieën en beeldspraak gebruiken om het waardevolle in de wereld uit te drukken in een gemeenschappelijke taal, dan zijn ambiguïteiten niet te vermijden. Het goeie nieuws dat adaptieve logica's ons brengen, is dan ook dat analogieën en beeldspraak kunnen gebruikt worden, dat criteria niet exhaustief moeten zijn, en dat we onze predicatieve taal kunnen blijven gebruiken. Het feit dat inconsistenties niet langer taboe zijn vormt een stimulans voor creatief taalgebruik. Beeldspraak leidt vaak tot inconsistenties als we de analogie met de letterlijke betekenis te ver doortrekken, maar dit vormt geen reden meer om beeldspraak te mijden bij wetenschappelijke theorievorming.

Kortom: als we adaptief te werk gaan, zijn er helemaal geen ontologische vooronderstellingen die gehandhaafd moeten worden. Elk aspect van onze wereld dat we op de een of andere manier kunnen waarnemen, komt in aanmerking voor een wetenschappelijke aanpak.

---

[5] De condities waaraan voldaan moet zijn om het volume van een fysisch voorwerp heel precies te meten, zijn bijvoorbeeld moeilijk realiseerbaar als we het volume van onze kat willen berekenen.

Deel II

Inperkingen vanuit onze ervaringen

Hoofdstuk 9

Inleiding

Bij het schrijven van dit werk wilde ik me laten leiden door de vraag naar het hoe en het wat van een zinnig leven en gewaardeerd leven—-of eigenlijk: door een specifiek antwoord op de vraag, schreef ik op pagina 5. Dit antwoord houdt in dat we onze ervaringen in al hun rijkdom ernstig nemen en onze betrokkenheid op de wereld proberen waar te maken. Ik kan me voorstellen dat veel mensen bij de vraag naar het hoe en het wat van een zinnig leven denken aan "de wereld veranderen", maar ook als we deze invulling geven aan "een zinnig en gewaardeerd leven", moeten we onze huidige ervaringen ernstig nemen. Wie de wereld wil veranderen, heeft hoe dan ook betrouwbare kennis nodig over de wereld zoals hij nu is, want iets anders dan de wereld zoals hij is hebben we niet ter beschikking om de wereld te veranderen. Ook als we erin slagen de wereld te veranderen, moeten we onze ervaringen ernstig blijven nemen, want ook in 'de ideale wereld' staan we voor de uitdaging om onze betrokkenheid actief waar te maken.[1] Ook in een ideale wereld moeten we onze ervaringen ernstig nemen en moeten we openstaan voor het waardevolle in de wereld. Deze betrokkenheid op het waardevolle in de wereld is echter een vaardigheid, die we net als alle vaardigheden moeten oefenen. We kunnen er ons dus het best nu al op toeleggen om het waardevolle in de wereld te leren zien.

Ook zonder de wereld ingrijpend te veranderen, kunnen we de kwaliteit van onze ervaringen verbeteren. We kunnen ons creatief bezig houden met de (mediumale) vormen die onze ervaringen gestalte kunnen geven, en we kunnen ons actief en met een open blik in de wereld bewegen. De vormen waarover we beschikken en ons steeds nieuwe contact met de wereld kunnen we op elkaar betrekken. Deze activiteit van onze verbeelding is een belangrijke factor in de manier waarop we ons leven beleven, denk ik. Het op elkaar betrekken van 'vorm en inhoud' is een uitdaging zonder einde. Sommige mensen zijn alleen geïnteresseerd in de vormen en staan onverschillig tegenover het reilen en zeilen van de wereld. Anderen worden overrompeld door dagelijkse indrukken, en grijpen of krijgen de kans niet om betekenis aan deze overrompeling te geven. Ik denk trouwens dat het een recht van iedere mens is om zijn of haar ideeën vrijelijk te ontwikkelen en om zich vrijelijk in de wereld te bewegen. Als we de wereld willen veranderen, moet er plaats zijn voor dit recht. Tenslotte denk ik dat we er alle belang bij hebben deze uitdaging, dit recht ook

[1] Zie ook sectie 1.2.2.

in gemeenschap uit te voeren, en dit niet alleen omdat de bevindingen van anderen onze ervaringen aanzienlijk verrijken, maar ook en vooral omdat deze gezamenlijke activiteit onze betrokkenheid op elkaar en de wereld ten goede komt.

Wetenschappelijke kennis levert ons, per definitie, die vormen die iedereen van ons, ongeacht zijn of haar individuele bijzonderheden, met de grootste zekerheid kan aanwenden om zijn of haar acties in de wereld te organiseren. Die grootste zekerheid is relatief, want ze wordt niet bepaald op basis van absolute maatstaven, maar via een vergelijking met alternatieven. Wij hebben er dan ook alle belang bij open te blijven staan voor alternatieven, of zelf alternatieven te construeren voor de huidige 'relatief beste theorieën', en dus open te blijven staan voor onze wereld.

Interesse in de wereld is een belangrijk aspect van onze betrokkenheid op de wereld. Ik denk dat de manier waarop we ons leven beleven nauw samenhangt met de manier waarop we geïnteresseerd zijn in de wereld. De wetenschappelijke interesse in de wereld onderscheidt zich door de drang om deze interesse te 'vereeuwigen' in teksten en modellen die 'iedereen' met succes op de eigen ervaringen kan betrekken. Deze drang naar universaliteit is echter zelf geen garantie voor die universaliteit, want de voorbeelden van wetenschappelijke theorieën die later weerlegd worden, of van theorieën die onderling incompatibel zijn, zijn legio. De rationaliteit gebiedt dan om op basis van allerlei overwegingen (en dus ook niet-logische overwegingen) die theorie te kiezen die voor het moment het beste alternatief is.[2] Dit neemt echter niet weg dat de wetenschappelijke theorieën die we op basis van onze huidige inzichten de beste achten, van onmiskenbaar belang zijn in functie van onze interesse in de wereld.

Wetenschappelijke kennis hoeft niet van dien aard te zijn dat we al onze ervaringen in al hun rijkdom kunnen subsumeren onder een wetenschappelijke theorie —het leven is trouwens veel te rijk om helemaal in theorieën gevat te kunnen worden— maar ik denk dat er op wetenschappelijk vlak meer te bereiken valt dan tot dusver voor mogelijk gehouden werd. De adaptieve logica's, waarvan ik er sommige besprak in deel I, stemmen ons in die zin optimistisch dat het formeel mogelijk is om theorieën te ontwikkelen over aspecten van de wereld die niet meteen meetbaar zijn of uit te drukken op een eenduidige manier. Er komt wel degelijk een veel ruimer waaier aan waarnemingen in aanmerking als bron voor wetenschappelijke theorieën.

Ik wil hier nog een opmerking aan toevoegen in verband met het verband tussen interesse in de wereld en de gewaardeerdheid en zinnigheid van ons leven. Ik denk dat het moeilijk is om een blijvende interesse op te brengen voor die aspecten van de wereld die we door en door kennen. Heel concreet denk ik hierbij aan de weg die we dagelijks afleggen van huis naar werk of school, waar we nauwelijks aandacht aan besteden omdat we die weg al honderden keer afgelegd hebben. Ik denk ook aan wetenschappelijke verworvenheden die ons niet meer boeien omdat we ze al lang kennen. Kennis leidt inderdaad ook tot een afname van onze interesse. Ik wil echter geen pleidooi houden voor 'zalige onwetendheid'. Ook de wetenschappelijk verworvenheden die we door en door kennen en waar we het liefst niet steeds telkens opnieuw aandacht aan besteden, zijn natuurlijk belangrijk omdat we mede op basis van die verworvenheden een hele waaier aan gedragingen quasi automatisch

[2]Ik verwijs hier naar de relatieve rationaliteitsopvatting die verdedigd wordt in [Batens:1992].

kunnen laten verlopen en aldus onze aandacht op andere aspecten van de wereld kunnen richten. Ik pleit dus niet voor 'zalige onwetendheid', maar integendeel voor het verleggen van grenzen, voor een exploratieve ingesteldheid. Ik denk dat onze wereld (ook en vooral de wereld waar we dagelijks mee te maken hebben) als kennis-object onuitputtelijk is. In die zin is een verruiming van het domein dat in aanmerking komt voor wetenschappelijk onderzoek, en met name een uitbreiding naar het domein van het waardevolle in de wereld, niet alleen interessant omdat kennis van het waardevolle in de wereld hoe dan ook belangrijk is —we willen bijvoorbeeld geen doelen nastreven die wetenschappelijk onverantwoord zijn— maar ook omdat de wetenschappelijke bezigheid zelf onze interesse levendig houdt, en dus onze betrokkenheid op de wereld en de kwaliteit van ons leven ten goede komt.

In dit werk gaat de aandacht vooral naar de logische middelen die een rol spelen in de constructie van wetenschappelijke theorieën. Waar in deel I de klemtoon lag op de logische vorm die wetenschappelijke theorieën moeten of kunnen hebben, licht de klemtoon in deel II op de inhoudelijke aspecten. De belangrijkste vraag in deel II is: hoe verloopt het proces waarin onze wetenschappelijke theorieën inhoud krijgen door ons concreet contact met de wereld? Een centrale betrachting is aan te tonen dat er geen reden is waarom waarnemingen onder laboratoriumvoorwaarden wel het label "wetenschappelijk" kunnen verdienen en waarnemingen van het waardevolle in de wereld niet. Ook hier wordt de aandacht gefocust op de logische middelen die we kunnen aanwenden in het proces dat leidt van concrete ervaringen naar gemeenschappelijke kennis. Waar we in deel I vooral bezig waren met de vraag welke logica we het best gebruiken om onze (onvermijdelijk voorlopige) wetenschappelijke theorieën te formuleren, zijn we in deel II vooral bezig met vragen over het proces dat leidt van concreet contact met en concrete verwondering over aspecten van onze wereld, naar een wetenschappelijke theorie waarin onze concrete ervaringen een plaats krijgen. Het is een onmogelijke taak om dit proces volledig in beeld te brengen. Een groot stuk van deel II wordt gewijd aan problemen in verband met het taalgebruik.

De logische middelen die inzetbaar zijn in een creatieve proces als de constructie van een nieuwe theorie, zijn van een andere aard dan de logische middelen die gebruikt worden om theorieën te formuleren. Hier spelen ook ampliatieve inferenties een rol. De inductie-logica's uit [Batens/Haesaert:2003] zijn bijvoorbeeld heel nuttige instrumenten (sectie 11.3.4). De adaptieve logica **ALGG** is een logica die nuttig is wanneer (sectie 11.4) is een instrument waarmee we in beeld kunnen brengen hoe we tot een gemeenschappelijk gebruik van (natuurlijke) talen kunnen komen. De taal, waarmee we onze waarnemingen omzetten in uitspraken die hun plaats moeten vinden in een theorie, wordt preciezer en complexer doorheen het onderzoek. Niet alleen het concrete contact met de wereld speelt hierbij een rol, maar ook de concrete communicatie binnen de onderzoeksgroep.

In sectie 11.6 probeer ik dan enkele modellen te schetsen die bruikbaar zijn bij de constructie of reconstructie van theorieën. Een aantal van de besproken logica's spelen een belangrijke rol in deze modellen.

Wij hebben in deel I de weg van het logisch-empirisme bewandeld, en bij de bespreking van het logisch gedeelte zijn we er zomaar van uitgegaan dat we over premissen voor onze theorieën beschikken. We hebben ons geen vragen gesteld over de taal die we daarbij gebruiken, of over de manier waarop wij onze taal gebruiken. We hebben ons geen vragen gesteld over hoe wij vanuit onze waarnemingsgegevens tot observatie-zinnen komen. We hebben ons ook maar sporadisch vragen gesteld over hoe we algemene uitspraken genereren waaronder we onze concrete ervaringen kunnen subsumeren. Al deze vragen over het proces waarin ons contact met de wereld leidt tot gemeenschappelijke kennis over de wereld, komen in deel II aan bod. Maar eerst wil ik een stelling omtrent 'kennen' duidelijk en overtuigend op papier stellen.

Hoofdstuk 10

‘Kennen’ nader beschouwd

Ik wil alles geloven wat u tegen me zegt. Ik geloof het. Ik bied u een stoel aan: gaat u zitten, en laten we eens kijken of we het eens kunnen worden.
Nadat we ruim een uur met elkaar hebben gepraat, zijn we het volkomen eens. Morgen staat u met gebalde vuisten tegenover me en schreeuwt: ‘Hoe kan dat? Waar waren we het volgens u over eens? Had u soms niet dat en dat tegen me gezegd?’ Dat en dat, precies. Maar de ellende is dat u, mijn vriend, nooit zult weten hoe dat wat u zegt in mij vertaald wordt, en dat zal ik u ook nooit kunnen uitleggen. U sprak geen Turks, nee. Wij, u en ik, maakten gebruik van dezelfde taal, dezelfde woorden. Maar treft ons enige blaam, u en mij, als de woorden op zichzelf leeg zijn? Leeg, mijn beste. En u legt uw betekenis erin terwijl u ze tegen me uitspreekt, en ik leg, terwijl ik ze in me opneem, onvermijdelijk mijn betekenis erin.[1]

10.1 Inleiding

Me dunkt dat het belangrijkste kenmerk van onze kennis, namelijk het feit dat er altijd sprake is van mensen die de kennis gebruiken, zodanig vanzelfsprekend is dat het vaak vergeten wordt. Zelfs al zou er een formule bestaan die al sinds mensenheugenis erkend wordt als zijnde ‘waardevolle kennis’, dan nog moet die formule gebruikt worden opdat er van ‘waardevolle kennis’ sprake zou zijn, en dan is het verre van vanzelfsprekend dat deze formule voor iedereen die haar gebruikt, hetzelfde betekent.

In een ken-gebeuren worden mediumale vormen en ‘voorwerpen van ervaring’ aan elkaar gelinkt; dit wil echter niet zeggen dat een ken-gebeuren is zoals die educatieve spelletjes voor kinderen: op een blad staat links een kolom met 10 woordjes en staat rechts een kolom met 10 afbeeldingen; de opdracht is: verbind met elke tekening het juiste woord. Wat onze kennis betreft, is het niet zo dat er een aantal te kennen voorwerpen en een aantal mediumale vormen vooraf gegeven zijn; bovendien is het niet zo dat, voor zover een gemeenschap over duidelijke, afgelijnde mediumale vormen en goed onderscheiden, gekende voorwerpen beschikt, er een ‘absoluut juiste’ manier is om vormen en voorwerpen aan elkaar te linken; evenals het aflijnen van mediumale vormen en het duidelijk onderscheiden van gekende voorwerpen, is het ‘juist’ linken van de twee afhanke-

[1] [Pirandello], p. 39.

lijk van de gewoontes binnen een gemeenschap. Zelfs de argumenten die wij hanteren om iets als juist te bestempelen, zijn afhankelijk van de gewoontes binnen de gemeenschap.

Kennis staat niet los van de gemeenschap die haar voortbrengt en gebruikt. Ik beschouw kennis dan ook per definitie als gemeenschappelijke kennis—letterlijk: kennis die gedragen wordt door een gemeenschap. Als er al kennis-fragmenten zouden zijn die alle mensen van alle tijden en plaatsen als kennis kunnen erkennen, is er nog geen sprake van objectieve kennis, maar wel van (maximaal-)gemeenschappelijke kennis. En dan nog is het geen uitgemaakte zaak dat iedereen de mediumale vormen waarin die kennis-fragmenten uitgedrukt zijn op dezelfde manier gebruikt. Het is zelfs helemaal geen uitgemaakte zaak dat één mens die verschillende keren dezelfde mediumale vorm gebruikt, dit telkens op dezelfde manier doet.

Het is niet verwonderlijk dat gemeenschappelijke kennis gekleurd is door de gewoontes van deze gemeenschap. De taal waarin kennis uitgedrukt wordt, moet ergens vandaan komen, en het ligt voor de hand dat de natuurlijke, dagelijkse omgangstaal van de gemeenschap in kwestie een belangrijke bron is. De omgangstaal dient in de eerste plaats om te communiceren en om het dagelijks leven van de betreffende gemeenschap vlotter te laten verlopen. Als een term uit de omgangstaal met succes de rol van wetenschappelijke term vervult, houdt dit toch geen garanties in omtrent zijn ‘overeenstemming met de werkelijkheid’. Een wetenschappelijke term is succesvol als het gemeenschappelijk gebruik van die term niet tot inconsistenties leidt.

Het is evenmin verwonderlijk dat ons contact met de wereld gekleurd is door de taal en de kennis die binnen onze gemeenschap van kracht zijn. Van jongs af aan moeten we gemeenschappelijke woorden leren gebruiken, en gegeven we onze waarnemingen gestalte op basis van deze woorden. Het beeld dat we ons vormen van de wereld wordt vanzelf beïnvloed door de taal die we gebruiken. Taal is een selectie van alle onderscheiden die in principe mogelijk zijn. Deze selectie is afhankelijk van plaatselijke gewoontes, behoeften, herkenningspunten. Kennis is een verdere selectie.

10.2 Een stelling over ‘kennen’

Als wij tot gemeenschappelijke kennis willen komen, hebben wij een taal nodig die duidelijk genoeg is. Met het Nederlands kunnen we onder elkaar al ver geraken qua duidelijkheid. Met een formele taal kunnen we vaak preciezer te werk gaan. Deze precisie is van belang omdat wij enerzijds de zekerheid van onze kennis moeten halen uit de instemming van anderen, terwijl we anderzijds ook niet willen dat die instemming lukraak of om te ver uiteenlopende redenen gebeurt. Of wij al dan niet instemmen met een uitspraak hangt immers af van onze interpretatie van die uitspraak. In deze sectie wil ik de formele taal die ik geïntroduceerd heb in sectie 5.5 een beetje verrijken, zodat ik ze kan gebruiken om een kenmerk van de act van het kennen duidelijk —en hopelijk ook overtuigend— weer te geven.

10.2.1 Een aangrijpingspunt voor gemeenschappelijke kennis

Wij vinden een aangrijpingspunt in het feit zelf dat wij aan het communiceren zijn, en nu in het bijzonder in het feit dat u aan het lezen bent. Het ogenblik is aangebroken om dankbaar gebruik te maken van uw bereidwillige instemming met de uitspraak "U bent aan het lezen".[2] Uw instemming volstaat om meteen een aantal zaken als gemeenschappelijke zekerheden te beschouwen.

- Wij gebruiken een gemeenschappelijke taal.
- Wij beschouwen elkaar als communicatiepartners. Dit wil niet zeggen dat wij het eens zijn over de werkelijkheid achter het begrip "communicatiepartners", maar wel dat wij het elkaar toeschrijven ervaringen te hebben waarover wij kunnen spreken.
- (*i*) Wij hebben (soms) weet van wat wij aan het doen zijn. Als u met iets bezig bent, zoals met het lezen van deze tekst, dan hebt u daar onmiddellijk weet van. (*ii*) Wij kunnen waarnemen. Anders zou u geen weet hebben van deze tekst. (*iii*) Wij kunnen ons iets voorstellen. Als u zich niets zou kunnen voorstellen bij mijn woorden, zou u het er ook niet eens of oneens mee kunnen zijn. Kortom, wij hebben weet van bepaalde dingen; als wij weet hebben, heeft dit weet hebben een voorwerp.
- Wij kunnen het eens zijn met bepaalde uitspraken, gedurende een bepaalde periode. Wij kunnen op een bepaald moment bepaalde uitspraken tot onze opvattingen maken. Als wij in het Nederlands aan het communiceren zijn, kunnen wij de uitspraak "Wij zijn aan het communiceren" tot een gemeenschappelijke premisse maken.

Daarnaast neem ik aan dat we een notie van tijd hebben. Als wij het erover eens zijn dat u aan het lezen bent, dan hebben wij het niet over een eeuwigdurende gebeurtenis, maar over iets wat zich nu voordoet. Wij kunnen wel degelijk een onderscheid maken tussen nu en niet nu. En 'niet nu' delen wij gewoonlijk in in verleden en toekomst.

Deze zaken waarover wij het nu al eens zijn, werk ik nu verder uit. Ik probeer deze zaken weer te geven in een taal die zo ondubbelzinnig mogelijk is. Daartoe maak ik gebruik van de formele predicatieve taal die ik in sectie 5.5 voorgesteld heb. De ervaring van communicatiepartner $\sigma \in \Sigma$ die zich voordoet gedurende $\theta \in \Theta$ schrijven we als E_σ^θ, en de primitieve formules waarvan we gebruik maken zijn van de vorm $E_\sigma^\theta : T$ waarin T een typering van E_σ^θ is. Het is de bedoeling dat ik in deze taal enkele hypothesen formuleer, die wij eventueel als gemeenschappelijke premissen kunnen gebruiken. We zullen zien of wij uit die premissen interessante conclusies kunnen trekken.

Gemeenschappelijke taal

Als wij werken binnen een concrete gemeenschap Σ, kunnen wij ook concrete afspraken maken over het gebruik van onze taal. Ik gebruik een predicatieve taal die onder het taalschema van de klassieke logica valt. De taal die we beschouwen, bestaat uit talige

[2] Zie pagina 8.

uitdrukkingen ($\mathcal{U}_\Sigma$), waarvan wij in het bijzonder de niet-logische constanten ($\mathcal{Z}_\Sigma$, $\mathcal{C}_\Sigma$ en $\mathcal{P}^n_\Sigma$), en de zinnen ($\mathcal{F}_\Sigma$ en $\mathcal{W}_\Sigma$) beschouwen. Deze verzamelingen zijn respectievelijk deelverzamelingen van de verzamelingen $\mathcal{Z}$, $\mathcal{C}$, $\mathcal{P}^n$, $\mathcal{F}$ en $\mathcal{W}$, die bepaald werden in sectie 4.1.1. $\mathcal{T}_\Sigma$ is de verzameling van typeringen van ervaringen.

Entiteiten

Iets waar nooit iemand weet van heeft, kunnen wij niet in beschouwing nemen. Als wij het over de werkelijkheid willen hebben, kunnen wij het alleen hebben over de werkelijkheid voor zover iemand er weet van heeft. Terloops: fantaseren en gewaarworden zijn ook vormen van weet hebben. En ook: als wij denken aan de reële getallen, dan weten wij dat er reële getallen zijn waaraan nog nooit iemand een gedachte gewijd heeft; toch kunnen wij alle reële getallen als entiteiten beschouwen, alleen al omdat wij met de notie "reële getallen" kunnen werken. Ik bepaal "een entiteit" dan ook als "iets waarvan iemand op een bepaald moment op de een of andere manier weet heeft".

Definitie 57 $\Omega = \{x \mid x \textit{ is een entiteit } \}$.

Vormen van weet hebben

Wij weten wat het is weet te hebben (van een entiteit), want wij doen het. Wij kunnen alvast twee algemeenheden over 'weet hebben' zeggen, namelijk dat alle instanties van weet hebben een voorwerp hebben, en dat zij zich voordoen doorheen iemands ervaring. Zo voor de vuist weg kan ik drie vormen van weet hebben onderscheiden, namelijk het weet hebben dat ik "onmiddellijk" noem, het weet hebben langs zintuiglijke weg, en het weet hebben langs mentale weg. Ook na enige reflectie kan ik mij geen vorm van weet hebben voor de geest halen, die niet kan getypeerd worden als zintuiglijk, mentaal of[3] onmiddellijk. En vermoedelijk kunnen we elke vorm van onmiddellijk weten ook typeren als zintuiglijk en/of mentaal.

Definitie 58 *Voor $e \in \Omega$:*

$$\begin{array}{lll} W(e) & =_{\mathsf{df}} & \textit{het weet hebben van } e \\ \gamma(e) & =_{\mathsf{df}} & \textit{het onmiddellijke weet hebben van } e \\ Z(e) & =_{\mathsf{df}} & \textit{het zintuiglijk weet hebben van } e. \\ M(e) & =_{\mathsf{df}} & \textit{het mentaal weet hebben van } e. \end{array}$$

"$W(e)$", "$\gamma(e)$", "$Z(e)$" en $M(e)$" zijn typeringen van ervaringen, en behoren tot de verzameling $\mathcal{T}_\Sigma$. Een ervaring die kan getypeerd worden als het weet hebben van zichzelf, kunnen we typeren als $E^\theta_\sigma : \gamma(E^\theta_\sigma)$.[4]

Van het onmiddellijke weet hebben van e kunnen we niet zeggen dat het kennis van e is. Toch is het zo dat alle weet hebben zich voor iedereen altijd nu voordoet, en dus is alle weet hebben onmiddellijk. Het zou echter geen zin hebben met de notie

[3]Deze "of" is niet exclusief, want het is helemaal geen uitgemaakte zaak of er zich een vorm van weet hebben voor doet die puur zintuiglijk of puur mentaal is.

[4]Op pagina 26 vermeldde ik al dat we een dergelijke ervaring ook kunnen typeren als een 'zwart gat'.

"onmiddellijk weet hebben" te werken als wij niet ook werken met de notie "weet hebben dat niet onmiddellijk is" of "gemedieerd weet hebben". Het gemedieerde weet hebben is hetgeen waaraan men gewoonlijk denkt bij het gebruik van de term "weten". Alle vormen van expliciet weet hebben, waarnemen of zich voorstellen zijn immers vormen van gemedieerd weten. Als wij het hebben over "e kennen", kunnen wij twee vormen onderscheiden, namelijk 'e waarnemen' en 'zich e voorstellen'.

Definitie 59 *Voor $e \in \Omega$:*

$P(e) =_{\mathsf{df}}$ *het waarnemen van e.*

$C(e) =_{\mathsf{df}}$ *het zich voorstellen van e.*

$K(e) =_{\mathsf{df}}$ *het kennen van e.*

10.2.2 Hypothesen omtrent de werkelijkheid van weet hebben en kennen

Wij hebben al een minimale woordenschat voor onze formele taal. Het is de bedoeling nu ook nog uitspraken over onze werkelijkheid te doen in deze taal. Ik nodig de lezer uit om mijn hypothesen te gebruiken als premissen, zodat de gemeenschap Σ meer leden telt dan alleen mezelf. Wij zijn het er al over eens dat wij communiceren, dat wij kunnen waarnemen, en dat wij ons dingen kunnen voorstellen. Wij kunnen het er ook over eens zijn dat wij impliciet weten wat kennen is, want wij doen het. Het kan ook interessant zijn de vraag te stellen wat er precies gebeurt wanneer wij iets kennen.

Alle weet hebben is onmiddellijk, zintuiglijk of mentaal. Dit is niet zozeer een synthetische uitspraak, als wel een uitspraak die alle mogelijkheden uitdrukt. Een dergelijke uitspraak kan ik evenwel niet gewoonweg als definitie opvoeren, want deze uitspraak zegt toch veeleer iets over onze werkelijkheid dan over het gebruik van de termen.

Hypothese 1 $(\forall E_y^x)(\forall z)(E_y^x : W(z) \supset (E_y^x : \gamma(z) \vee E_y^x : Z(z) \vee E_y^x : M(z)))$

Het kennen van een entiteit gebeurt gemedieerd, en is dus niet hetzelfde als het onmiddellijk weet hebben van deze entiteit. Wij kunnen een onderscheid maken tussen kennen langs zintuiglijke weg, en kennen langs mentale weg. Het eerste noemen wij "waarnemen", het tweede "zich voorstellen". De volgende hypothese drukt uit dat als wij iets kennen, dat wij het dan waarnemen of het ons voorstellen.

Hypothese 2 $(\forall E_y^x)(\forall z)(E_y^x : K(z) \supset (E_y^x : (P(z) \vee E_y^x : C(z)))$

U kunt de letters van deze tekst waarnemen, en u kunt zich bij bepaalde uitspraken iets voorstellen. Wij moeten niet meer uitleggen wat het is iets waar te nemen of zich iets voor te stellen. Uit het feit dat wij communiceren, blijkt dat wij het doen en dus weet hebben van wat het is. Wij kunnen wel proberen vat te krijgen op hoe deze vormen van weten werken. Daartoe zal ik gebruik maken van het begrip "gestalten". Ik opteer er voor om de invulling van de term "gestalte" tamelijk open te laten. Ik gebruik de term “gestalte” om te verwijzen naar een beeld[5] dat als een nog niet geanalyseerd geheel verschijnt. Wij hebben er alleen impliciet weet van. Als voorbeeld kunnen wij de vlek nemen die je gewaarwordt net voor je je realiseert dat er een kat op de mat ligt. Een gestalte is bij wijze van spreken pre-conceptueel of pre-reflexief. Gestalten zijn zintuiglijk of mentaal. Van zintuiglijke gestalten nemen wij aan dat zij te maken hebben met de verschijningsvorm van ‘objectieve, fysische entiteiten’, met andere woorden entiteiten die een fysisch bestaan hebben los van de ervaring ‘van’ die entiteiten. Van mentale gestalten nemen wij aan dat zij weliswaar heel goed gelijken op zintuiglijke gestalten maar niet rechtstreeks teruggaan op ‘objectieve, fysische entiteiten’. Het zijn beelden die, bijvoorbeeld vanuit onze herinnering, voor ons geestesoog te voorschijn floepen.

Als gestalten al werkelijk bestaan —als “gestalten” dus meer is dan een theoretische begrip— dan zijn het hoe dan ook heel vluchtige entiteiten. Wij kunnen het ons zo voorstellen dat zij maar echt ‘van ons’ worden als wij er —hoe kortstondig ook— onze aandacht op richten, en ze identificeren of associëren met opgeslagen beelden. Om vat te krijgen op die opgeslagen beelden, hanteer ik het begrip “verworven vormen”. Dit laatste is in de eerste plaats een theoretisch begrip; wij kunnen het ons zo voorstellen dat verworven vormen opgeslagen zitten ‘in een communicatiepartner’. Deze voorstelling van zaken is misschien al te eenvoudig, maar dit belet niet dat wij ze wel degelijk kunnen hanteren, en dat zij een en ander kan duidelijk maken. Als wij niet werken met het begrip “verworven vormen” hebben wij hoe dan ook iets anders nodig waarmee wij kunnen uitleggen hoe het komt dat wij bepaalde gestalten of beelden kunnen herkennen, of identificeren of associëren met ... reeds verworven vormen.

Waar komen die verworven vormen vandaan? Zelfs als Plato’s ideeënwereld werkelijk zou bestaan, is het een nietszeggende veronderstelling dat onze verworven vormen herinneringen aan deze ideeënwereld zouden zijn. Slechts enkele vormen kunnen we als aangeboren beschouwen, namelijk deze die inherent zijn aan bepaalde primitieve reflexen of instincten. De andere verworven vormen komen voort uit de interactie met de concrete omgevingen waarin wij ons bevinden en bevonden hebben, uit de concrete communicatie die zich voorgedaan heeft, en uit de eigen creativiteit met taal en afbeeldingen.

Het spreekt voor zich dat de beperkingen en de mogelijkheden van onze zintuigen, en de manier waarop wij onze aandacht richten, medebepalend zijn voor onze zintuiglijke ervaringen. Bovendien is het belangrijk in te zien dat een zintuiglijke gestalte uiterst kort duurt. Wij hebben er weliswaar op de een of andere manier weet van, maar pas wanneer de gestalte geïdentificeerd wordt met een vorm die wij reeds kennen, is de gestalte ‘van ons’, en dan pas kan er sprake zijn van waarneming. Het voorwerp van onze waarneming is niet objectief gegeven, maar ontstaat doorheen een identificatie of associatie met vormen die wij al ter beschikking hebben. Er is geen sprake van dat wij via onze zintuigen de werkelijkheid rechtstreeks of ongeïnterpreteerd kennen. Geen enkele gestalte ‘van een reële entiteit’ is ons absoluut gegeven. Elke gestalte moet geïdentificeerd worden om ‘van ons’ te zijn, en identificeren kunnen wij alleen op basis van wat wij al weten. Om van een waarneming te kunnen spreken hebben wij (minimaal) het volgende nodig:

[5]Een beeld hoeft niet visueel te zijn, maar ons voorstellingsvermogen maakt veelal gebruik van visuele beelden.

— Bepaalde zintuiglijke gestalten brengen *het richten van de aandacht* met zich mee.
— Er doet zich *een continuïteit* voor doorheen opeenvolgende (zintuiglijke) gestalten waarop de aandacht gericht is.
— Het richten van de aandacht gaat gepaard met het *identificeren of associëren* van de gestalten met *met verworven vormen*, die daartoe tijdelijk geactiveerd worden.

Bij een voorstelling kunnen wij ons het volgende voorstellen:
— Zich iets voorstellen is als het ware 'waarnemen in de omgekeerde richting'. Een geactiveerde verworven vorm wordt 'ingekleurd' met een mentale gestalte. Het activeren van een verworven vorm kan bijvoorbeeld het gevolg zijn van het horen of het lezen van een woord.
— Door ons te concentreren, kunnen wij een geactiveerde vorm invullen of instantiëren met een mentaal beeld dat op een zintuiglijke gestalte gelijkt, en dat ik daarom een "mentale gestalte" noem.
— Wij krijgen aldus een beeld dat grote gelijkenissen vertoont met een waarneming. Dit beeld gaat ook gepaard met een identificatie en/of associatie van vorm en gestalte.

Als je op een bepaald moment een entiteit waarneemt, dan heb je eerst een reeks zintuiglijke gestalten *'van die entiteit'*. Die gestalten worden geïdentificeerd of geassocieerd met reeds verworven vormen. Deze identificatie of associatie noem ik "een percept". Als je je een entiteit voorstelt, dan roep je een verworven vorm op, die je 'zichtbaar' maakt door hem in te vullen met een mentale gestalte. Dit 'mentaal instantiëren' van een verworven vorm, noem ik een "concept". Percepten en concepten 'bestaan' dus maar doorheen specifieke acten van identificatie, associatie of instantiëring. Wanneer wij zeggen dat iemand een entiteit waarneemt, dan bedoelen wij dat hij weet heeft van een percept 'van die entiteit'; analoog voor voorstelling en het weet hebben van concepten.

Definitie 60 *Voor $e \in \Omega, \sigma \in \Sigma$:*
$\mathcal{P}_\sigma =_{\mathsf{df}} \{x \in \Omega \mid x$ *is een percept dat* σ *heeft* $\}$.
$\mathcal{C}_\sigma =_{\mathsf{df}} \{x \in \Omega \mid x$ *is een concept dat* σ *heeft* $\}$.

Definitie 61 *Voor $e \in \Omega, \sigma \in \Sigma, \theta \in \Theta$:*
$p(e)^\theta_\sigma =_{\mathsf{df}}$ *het percept dat* σ *heeft van* e *op* θ.
$c(e)^\theta_\sigma =_{\mathsf{df}}$ *het concept dat* σ *heeft van* e *op* θ.

Hypothese 3
$(\forall E^x_y)(\forall z)(E^x_y : P(z) \equiv E^x_y : \gamma(p(z)^x_y))$.
$(\forall E^x_y)(\forall z)(E^x_y : C(z) \equiv E^x_y : \gamma(c(z)^x_y))$.

Definitie 62 *Voor $\sigma \in \Sigma$:*
$\mathcal{G}_\sigma =_{\mathsf{df}} \{x \in \Omega \mid x$ *is een gestalte die* σ *heeft*$\}$.
$\mathcal{G}^Z_\sigma =_{\mathsf{df}} \{x \in \mathcal{G}_\sigma \mid (\exists E^y_\sigma)E^y_\sigma : Z(x)\}$.
$\mathcal{G}^M_\sigma =_{\mathsf{df}} \{x \in \mathcal{G}_\sigma \mid (\exists E^y_\sigma)E^y_\sigma : M(x)\}$.

Hypothese 4 *Voor $\sigma \in \Sigma$: $\mathcal{G}^Z_\sigma \cup \mathcal{G}^M_\sigma = \mathcal{G}_\sigma$.*

Definitie 63 *Voor $\sigma \in \Sigma$:*
$\mathcal{K}_\sigma =_{\mathsf{df}} \{x \in \Omega \mid x$ *is een verworven vorm, die is opgeslagen in* $\sigma\}$.

Definitie 64 *Voor $g \in \mathcal{G}_\sigma$, $k \in \mathcal{K}_\sigma$:*
$g \simeq k =_{\mathsf{df}}$ *het associëren of het identificeren van g met k (het subsumeren van g onder k of het instantiëren van k met g).*

Het in nuttig op te merken dat " $g \simeq k$" een entiteit is, en dus behoort tot Ω.

Hypothese 5 *Voor $\sigma \in \Sigma, \theta \in \Theta, e \in \Omega$:*
Als $p(e)^\theta_\sigma \in \mathcal{P}_\sigma$, dan is er een $g \in \mathcal{G}^Z_\sigma, k \in \mathcal{K}_\sigma$, zodat $p(e)^\theta_\sigma = (g \simeq k)$.
Als $c(e)^\theta_\sigma \in \mathcal{C}_\sigma$, dan is er een $g \in \mathcal{G}^M_\sigma, k \in \mathcal{K}_\sigma$, zodat $c(e)^\theta_\sigma = (g \simeq k)$.

Als we deze hypothesen en definities als gemeenschappelijke premissen beschouwen, kunnen wij met eenvoudige logische middelen de volgende stelling bewijzen: *als iemand een entiteit kent, dan heeft hij/zij weet van een percept of een concept van die entiteit, dit wil zeggen, dan identificeert of associeert hij/zij een gestalte met een verworven vorm.*

Stelling 1 *Voor $\sigma \in \Sigma, \theta \in \Theta, e \in \Omega$:*
Als $E^\theta_\sigma : K(e)$, dan is er een $g \in \mathcal{G}_\sigma, k \in \mathcal{K}_\sigma$, zodat $E^\theta_\sigma : \gamma(g \simeq k)$.

Bewijs. Neem een willekeurige $\sigma \in \Sigma, \theta \in \Theta, e \in \Omega$, zodat $E^\theta_\sigma : K(e)$. Uit hypothese 2 volgt dan $E^\theta_\sigma : P(e) \vee E^\theta_\sigma : C(e)$. Samen met hypothese 3 volgt hieruit dan $E^\theta_\sigma : \gamma(p(e)^\sigma_\theta) \vee E^\theta_\sigma : \gamma(c(e)^\sigma_\theta)$ (formule ($*1$)). Van de twee disjuncten van formule ($*1$) is er minstens één het geval. Als $E^\theta_\sigma : \gamma(p(e)^\sigma_\theta)$ het geval is, dan is $p(e)^\sigma_\theta \in \mathcal{P}_\sigma$, en dan volgt uit hypothese 5 dat er een $g \in \mathcal{G}^Z_\sigma$ is, en een $k \in \mathcal{K}_\sigma$, zodat $p(e)^\theta_\sigma = (g \simeq k)$. Als $E^\theta_\sigma : \gamma(c(e)^\sigma_\theta)$ het geval is, dan is $c(e)^\sigma_\theta \in \mathcal{C}_\sigma$, en dan volgt uit hypothese 5 dat er een $g \in \mathcal{G}^M_\sigma$ is, en een $k \in \mathcal{K}_\sigma$, zodat $c(e)^\theta_\sigma = (g \simeq k)$. Uit formule ($*1$) en hypothese 4 volgt, met behulp van de afleidingsregel dilemma, dat er een $g \in \mathcal{G}_\sigma$ is, en een $k \in \mathcal{K}_\sigma$, zodat $E^\theta_\sigma : \gamma(g \simeq k)$. ■

Waarneming en voorstelling typeer ik dus als het (onmiddellijke) weet hebben van percepten of concepten. Onthoud dat ik "verworven vormen" en "gestalten" als niets anders hoef te beschouwen dan theoretische termen waarmee ik een schets maak van wat ik bedoel met percepten en concepten. In deze schets doen percepten en concepten zich voor doorheen ervaringen. "Percept" staat alsnog niet in Van Dale, en "concept" gebruik ik niet in de gangbare betekenis.[6] In mijn invulling zijn percepten en concepten relatief vluchtige entiteiten die zich voordoen 'in het hoofd van communicatiepartners'. Als we communiceren plakken wij dikwijls een woord op onze percepten en concepten. Om onze spreektaal niet te zwaar te maken, *zeggen* wij dat wij een bepaald concept verschillende keren hebben, maar in feite heeft elk van ons telkens een ander concept dat ruwweg geïdentificeerd wordt met al die andere concepten waarvan wij gemakshalve zeggen dat zij één concept zijn—idem voor percept. Als kennis zich voordoet, als iemand bezig is met iets te kennen, dan heeft hij of zij weet van deze vluchtige entiteiten, die ik percepten en concepten noem.

[6]Er is natuurlijk niet één gangbare betekenis. In [The Encyclopedia of Philosophy], p. 177, zegt P.L.Heath dat het begrip precies door zijn ambiguïteit zeer nuttig is.

Figuur 10.1: **Waarneming en voorstelling**

<table>
<tr><td></td><td>Weet hebben van (door s)</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Verworven
$\mathcal{K}_s$
vormen</td><td>|Waarnemen |
| zintuiglijke
| gestalten hebben
| aandacht richten
identificeren, subsumeren |
| percepten |
| $g \simeq k$ |
| concepten |
activeren, aandacht concentreren
| identificeren, instantiëren
| mentale
| gestalten hebben
| Zich |
| voorstellen |</td><td>Gestalten
$\mathcal{G}_s$</td><td>Waarnemings-
entiteiten

Voorstellings-
entiteiten</td></tr>
</table>

10.3 Overzicht

In figuur 10.1 vind je een overzicht van wat individuele waarneming en voorstelling (minimaal) inhouden. De kolom met de titel “Weet hebben van” geeft het weet hebben weer, het is te zeggen: alles wat toegankelijk is voor het individu. Uiterst rechts vind je de veronderstelde ‘plaats’ waar waarnemings- of voorstellingsentiteiten zich bevinden.[7] Tussen deze entiteiten en het weet hebben plaats ik gestalten, die al dan niet louter theoretische entiteiten zijn. De kolom van de gestalten duidt geen ontische scheiding aan tussen het weet hebben en de waarnemings- en voorstellingsentiteiten, maar een epistemische. Strikt genomen kunnen we vanuit onze individuele werkelijkheid (vanuit ons weet hebben) niet weten of er iets werkelijks is voorbij de gestalten. Wat figuur 10.1 in wezen toont is dat een analyse van wat het is een entiteit waar te nemen of zich een entiteit voor te stellen, leidt tot een bevestiging van een epistemisch solipsisme.

Links vind je de veronderstelde ‘plaats’ waar onze verworven vormen opgeslagen zitten. Dit aspect van mijn model is gebaseerd op de veronderstelling dat we in ons geheugen beschikken over ‘een arsenaal verworven vormen’, die mede gestalte geven aan onze concrete ervaringen.

[7]Ik opteer er bewust voor om deze ‘plaats’ niet te benoemen.

10.3.1 Discrepantie

Figuur 10.1 illustreert een discrepantie tussen ons alledaags taalgebruik en de concrete werkelijkheid van het weet hebben. Als wij het hebben over waarneming of voorstelling, maken wij gewoonlijk niet het onderscheid tussen percepten en waarnemingsentiteiten, of tussen concepten en voorstellingsentiteiten. Wij zeggen een boom te zien, maar in feite hebben wij weet van een percept ‘van een boom’. Wij zeggen dat we de kat op de mat zien liggen, maar we hebben weet van een visueel percept. Wij zeggen dat wij ons de baan van de Aarde voorstellen, maar in feite hebben wij weet van een concept ‘van de baan van de Aarde’. Wij nemen aan dat die boom bestaat en dat de kat daar ligt, want anders zouden de overeenkomsten en continuïteiten die zich voordoen doorheen onze communicatie en onze waarnemingen alleen kunnen verklaard worden als *magic* (zie sectie 2.3.3). Wij nemen ook aan dat de baan van de Aarde is zoals wij die ons voorstellen, hoewel niemand die ooit gezien heeft. Desalniettemin moet iedereen het stellen met haar of zijn percepten en concepten, en die zijn voor iedereen telkens weer verschillend. Wanneer iemand een entiteit kent, dan is deze entiteit altijd een concept of een percept. Voor alle anderen is het onmogelijk deze entiteit te kennen, want percepten en concepten doen zich voor doorheen individuele ervaringen en zijn ontoegankelijk voor de anderen. Met andere woorden: gemeenschappelijke kennis van gemeenschappelijke entiteiten doet zich nooit voor. Als wij het hebben over de betekenis van woorden en zinnen, dan is die betekenis *a priori* voor iedereen verschillend. Deze conclusie is zo oud als het solipsisme, maar moet niet samen met het solipsisme afgevoerd worden. Wij willen inderdaad spreken over onze gemeenschappelijke werkelijkheid, maar wij houden er het best rekening mee dat ieder van ons het moet stellen met zijn of haar individuele percepten en concepten.

Een interessante vraag is wat de extensie is van het woord “begrip”. Een typering zou kunnen zijn: “een begrip is een voorstellingsentiteit die gewoonlijk aan een specifieke term of uitdrukking gekoppeld wordt, die in de teksten en gesprekken gebruikt wordt als de naam voor dat begrip.” Op basis van figuur 10.1 kunnen we echter aannemen dat de begrippen die gekoppeld worden aan termen als “boom”, “rechthoekige driehoek”, “gravitatie”, “de stelling van Pythagoras”, “subject”, “geluk” of “‘God” in de eerste plaats bestaan als (telkens weer individuele) concepten. Sommige termen voor begrippen, zoals “boom” kunnen we gebruiken om concrete waarnemingsentiteiten te benoemen. Andere termen voor begrippen, worden gebruikt om concrete waarnemingsentiteiten te verklaren. Het begrip dat gekoppeld wordt aan de term “gravitatie” wordt gebruikt om de neerwaartse beweging van fysische lichamen te verklaren. Nog andere begrippen worden gebruikt om ons een voorstelling van niet waarneembare entiteiten te vormen. Het begrip met de naam “subject” bijvoorbeeld, wordt gebruikt om ons een voorstelling van onze ervaringen te kunnen maken. Andere begrippen, zoals “hemel” worden gehanteerd om betekenis te geven aan andere entiteiten. Een begrip als “God” heeft zowel een verklarende als een betekenisgevende functie. Deze opsomming heeft niet de bedoeling exhaustief te zijn,[8] maar de aandacht te richten op de vraag of de begrippen waarmee we goochelen nog een ander bestaan hebben dan een verspreid bestaan als telkens weer

[8]Er zijn ook begrippen, zoals “kabouter” die enkel dienen om onze verbeelding te prikkelen.

nieuwe, individuele concepten. In feite kunnen we stellen dat dat er geen gemeenschappelijke begrippen bestaan. Er zijn wel termen die op een min of meer gemeenschappelijke manier gebruikt worden en waarbij we ons al dan niet iets voorstellen.

10.3.2 Geen principiële verschillen onder onze percepten en concepten

In figuur 10.1 duiken geen principiële verschillen op tussen waarneming en voorstelling. Op het vlak van individuele kennis moet aan waarnemingsentiteiten geen principieel andere status toegekend worden dan aan voorstellingsentiteiten. Het gaat bijvoorbeeld niet op om te zeggen dat waarnemingsentiteiten wel en voorstellingsentiteiten niet bestaan. Een groot stuk van onze kennis van de wereld heeft een theoretisch, hypothetisch karakter, en in onze beste wetenschappelijke modellen duiken er entiteiten op die niemand ooit heeft waargenomen. Een duidelijk grens tussen waarnemings- en voorstellingsentiteiten kunnen we niet trekken. Figuur 10.1 illustreert ook dat geen enkele organisatie van ons contact met de wereld ons weet hebben wel tot voorbij de gestalten kan. Het gebruik van meetinstrumenten, bijvoorbeeld, brengt geenszins met zich mee dat de we de gestalte-grens van onze waarnemingen plots wel zouden kunnen doorbreken. In sectie 10.3.1 wordt aangegeven dat gemeenschappelijke kennis over gemeenschappelijke entiteiten strikt genomen onmogelijk is, omdat kenprocessen zich altijd voordoen als het weet hebben van percepten en concepten, die hoe dan ook slechts toegankelijk zijn voor het individu in kwestie. Kennis via waarnemingen onder laboratoriumvoorwaarden heeft op dit vlak niets voor op andere kennis over onze werkelijkheid. Als wij nagaan hoe wij vanuit onze individuele percepten en concepten tot gemeenschappelijke kennis kunnen komen, lijkt het hoe dan ook onwaarschijnlijk of zelfs onmogelijk dat we ooit tot gemeenschappelijkheid komen. Anderzijds neemt iedereen aan dat er al heel wat gemeenschappelijke kennis vergaard is over de wereld. Is er dan een reden waarom gemeenschappelijke kennis over bepaalde waarnemingsentiteiten onmogelijk zou zijn ? Om tot gemeenschappelijke kennis te komen, moeten we hoe dan ook de welwillende 'sprong' maken, die erin bestaat aan te nemen dat sommige termen van onze gemeenschappelijke taal niet alleen onze individuele percepten of concepten betreffen, maar ook entiteiten die zich wel degelijk voordoen in de gemeenschappelijke wereld.

Wij zijn op problemen gebotst die op het eerste gezicht de mogelijkheid van een wetenschap van het waardevolle in de wereld ernstig in vraag stellen. Deze problemen doen zich echter voor bij elke poging om tot gemeenschappelijke kennis te komen. Gemeenschappelijke kennis over de beweging van biljartballen is even onmogelijk als gemeenschappelijke kennis over het waardevolle in de wereld. Het succes van bijvoorbeeld de klassieke mechanica levert dan ook een reden om optimistisch te zijn omtrent de mogelijkheid om een gemeenschappelijke theorie over het waardevolle in de wereld te construeren. Hoe onwaarschijnlijk het ook lijkt, toch is het mogelijk om vanuit individuele percepten en concepten tot kennis te komen die door een ruime gemeenschap gedragen wordt.

10.4 Gemeenschappelijke vormen

Eén van de redenen waarom gemeenschappelijke kennis wel mogelijk is, is te vinden in het feit dat we binnen een gemeenschap veel gemeenschappelijke vormen gebruiken in gemeenschappelijke omstandigheden. Bekijken we bijvoorbeeld wat er gebeurt wanneer we een ding zien dat we nooit eerder gezien hebben. Als een kind een raar paard ziet met twee bulten op zijn rug, noemt dat kind dat ding effectief "een paard", totdat iemand het erop wijst dat dat ding "een kameel" genoemd wordt. Het proces waarin iemand voor het eerst een woord aan een 'ding' in de wereld koppelt, gebeurt zelden of nooit in afzondering. Kinderen koppelen woorden die anderen gebruiken om aanwijsbare 'dingen' of afbeeldingen te benoemen, aan hun percepten van die 'dingen' en krijgen omtrent deze koppeling feedback totdat zij die koppeling op een gemeenschappelijke wijze maken.[9] Onze verworven vormen komen voor het grootste deel voort uit onze communicatie en onze gemeenschappelijke interactie met dingen in de wereld. Als dat inderdaad zo is, is het evident dat de taal van de gemeenschap een belangrijke rol speelt bij de vorming van onze verworven vormen, en dat de verschillende leden van een gemeenschap veel overeenkomsten vertonen wat betreft hun individuele verworven vormen. Dit levert een belangrijk argument voor de methodologische stap die ik in deze sectie zet. Ik stel namelijk voor om in figuur 10.1 de door communicatie verworven gemeenschappelijke taal de plaats te laten innemen van de individuele verworven vormen.

10.4.1 Gemeenschappelijke taal in de plaats van verworven vormen

In een wetenschappelijk werk verschijnt kennis in de eerste plaats als een geheel van geschreven zinnen. In figuur 10.1 wordt echter geen gewag gemaakt van taal. In figuur 10.1 staat eigenlijk *niets* dat ons een houvast zou kunnen geven in onze pogingen om tot gemeenschappelijke kennis te komen over onze wereld. Als gestalten al echt bestaan, zijn het heel vluchtige entiteiten, en hebben wij er maar weet van voor zover wij ze identificeren of associëren met verworven vormen. Als verworven vormen al echt bestaan, hebben wij er maar weet van voor zover wij ze identificeren of associëren met zintuiglijke of mentale gestalten. Onze percepten en concepten zijn eenmalig, en staan nooit op papier. Onze waarnemings- en voorstellingsentiteiten zijn ons niet gegeven, laat staan dat wij ze op papier kunnen zetten. Figuur 10.1 biedt ons al enig inzicht in hoe percepten en concepten tot stand komen, maar brengt ons niet meteen dichter bij ons doel. Wanneer een groep communicatiepartners tot gemeenschappelijke kennis komt, dan komt daar een geheel van zinnen aan te pas dat door die gemeenschap als gemeenschappelijke kennis erkend wordt. Het is misschien geen slecht idee om onze gemeenschappelijke taal simpelweg in ons beeld in te brengen.

In figuur 10.1 heb ik proberen te tonen hoe onze percepten en concepten tot stand komen. De notie "verworven vormen" speelt hierin een belangrijke rol. Zoals ik verworven vormen voorstel, zijn zij per definitie methodologisch van weinig of geen nut bij het formuleren van gemeenschappelijke kennis. Mede op basis van methodologische overwegingen schuif in nu de idee naar voor om onze gemeenschappelijke taal de rol te laten

[9] Of totdat de 'feedbackers van dienst' het kind opgeven als een hopeloos geval.

spelen van onze verworven vormen.[10] Laat ons dit nu even effectief doen in figuur 10.1. In het gewijzigde model worden percepten en concepten voorgesteld als het associëren of identificeren van talige uitdrukkingen met zintuiglijke of mentale gestalten. Ik zal het hebben over "expliciete percepten en concepten". Als wij ons dan ook nog beperken tot geschreven talige uitdrukkingen, bekomen wij een beeld van 'expliciet weet hebben' dat enerzijds goed aansluit bij figuur 10.1, en dat anderzijds bruikbaar wordt met het oog op het formuleren van gemeenschappelijke kennis.

Definitie 65 *Voor $e \in \Omega$: $X(e) =_{\mathsf{df}}$ het expliciet kennen van e.*

Definitie 66 *Voor $\sigma \in \Sigma, e \in \Omega$:*
$\mathcal{X}_\sigma =_{\mathsf{df}} \{x \in \Omega \mid x$ *is een expliciet concept of percept dat* σ *heeft* $\}$.

Definitie 67 *Voor $\sigma \in \Sigma, \theta \in \Theta, e \in \Omega$:*
$\xi(e)^\theta_\sigma =_{\mathsf{df}}$ *het expliciet percept of concept dat σ heeft van e op θ.*

Definitie 68 *Voor $\sigma \in \Sigma$, $\theta \in \Theta$:*
$\mathcal{U}^\theta_\sigma = \{x \in \mathcal{U}_\Sigma \mid x$ *is een uitdrukking, die σ op θ (reeds) verworven heeft* $\}$.

Nu kunnen wij ook proberen de begrippen "expliciete percepten" en "expliciete concepten" beter in beeld te brengen.

Hypothese 6 $(\forall E^x_y)(\forall z)(E^x_y : X(z) \equiv E^x_y : \gamma(\xi(z)^\theta_\sigma))$.

Hypothese 7 *Voor $\sigma \in \Sigma, \theta \in \Theta, e \in \Omega$:*
Als $\xi(e)^\theta_\sigma \in \mathcal{X}_\sigma$ dan is er een $g \in \mathcal{G}_\sigma$ en een $u \in \mathcal{U}^\theta_\sigma$ zodat $\xi(e)^\theta_\sigma = (g \simeq u)$.

Stelling 2 *Voor $\sigma \in \Sigma, \theta \in \Theta, e \in \Omega$:*
Als $E^\theta_\sigma : X(e)$, dan is er een $g \in \mathcal{G}_\sigma, u \in \mathcal{U}^\theta_\sigma$, zodat $E^\theta_\sigma : \gamma(g \simeq u)$.

Bewijs. Neem een willekeurige $\sigma \in \Sigma, \theta \in \Theta, e \in \Omega$, zodat $E^\theta_\sigma : X(e)$. Samen met hypothese 6 volgt hieruit dat $E^\theta_\sigma : \gamma(\xi(e)^\sigma_\theta)$. Als E^θ_σ kan getypeerd worden als $\gamma(\xi(e)^\sigma_\theta)$, dan is $\xi(e)^\sigma_\theta \in \mathcal{X}_\sigma$, en dan volgt uit hypothese 7 dat er een $g \in \mathcal{G}_\sigma$ is, en een $u \in \mathcal{U}^\theta_\sigma$, zodat $\xi(e)^\theta_\sigma = (g \simeq u)$, en dus: $E^\theta_\sigma : \gamma(g \simeq u)$. ■

Uit methodologische overwegingen laat ik de gemeenschappelijke taal in de plaats komen van de verworven vormen. Op geschreven of gesproken taal hebben we veel meer vat dan op onze verworven vormen. Deze methodologische ingreep is zeker niet louter kunstmatig. Als ik bij mijzelf naga wat er gebeurt als ik iets waarneem of mij iets voorstel, merk ik dat ik gewoonlijk mijn percepten en concepten associeer met Nederlandse bewoordingen, zeker wanneer het waarnemings- of voorstellingsentiteiten betreft die uitdrukkelijk onder mijn aandacht komen. Bij de voorstelling van entiteiten is het veelal het horen of het lezen van woorden dat onze voorstelling activeert. Ook wanneer communicatiepartners ons iets tonen, gaan hun woorden veelal vooraf aan onze waarneming.

[10]Deze methodologische overwegingen slaan dus vooral op het feit dat we onze gemeenschappelijke taal op papier kunnen zetten en onze individuele verworven vormen niet.

Figuur 10.2: **Gemeenschappelijke taal en individueel weten**

	Weet hebben van (door s)		
Verworven $\mathcal{U}_\Sigma$ taal	|**Waarnemen** | | zintuiglijke | gestalten hebben identificeren, associëren | | **expliciete** | | **percepten** | | $g \simeq u$ | | **expliciete** | | **concepten** | activeren, instantiëren | | mentale | gestalten hebben | **Zich** | | **voorstellen** |	Gestalten $\mathcal{G}_s$	Waarnemings- entiteiten Voorstellings- entiteiten

Wij willen tot een geheel van uitspraken komen waarover wij het eens zijn. Als figuur 10.2 representatief is voor hoe wij iets expliciet kennen, zien wij dat wij bij het streven naar gemeenschappelijke kennis rekening moeten houden met het feit dat verschillende communicatiepartners normaal gezien niet dezelfde betekenis geven aan één en dezelfde uitdrukking. Dit individueel gebruik van onze gemeenschappelijke taal moeten wij dus proberen te counteren.

10.4.2 Gemeenschappelijk gebruik van gemeenschappelijke taal

Wij willen er toe komen een geheel van zinnen te formuleren waarmee wij het eens kunnen zijn. Wij willen niet uitsluiten dat alle mensen van alle tijden het op ieder moment met deze uitspraken eens zijn, maar deze universele instemming is niet nodig om van gemeenschappelijke kennis te kunnen spreken. Er kan in onze gemeenschappelijke kennis wel een zweem zitten van “iedereen die onze situatie kent, en onze taal gebruikt zoals wij ze gebruiken, zal het ook met deze uitspraken eens zijn”, maar aan deze principiële instemming hebben wij eigenlijk niets. De gesitueerdheid van onze kennis hoeven wij niet als een nadeel te beschouwen. Uiteindelijk wordt het belang van onze kennis afgewogen aan haar bijdrage tot de realisatie van onze centrale waarden, en deze zijn evenzeer gesitueerd. De instemming van iemand die effectief onze situatie kent, en onze taal gebruikt zoals wij ze gebruiken, is ons veel dierbaarder. Bovendien kunnen wij met communicatiepartners die in onze omgeving vertoeven, veel gemakkelijker onze gemeenschappelijke kennis evalueren, herzien, bijschaven en uitbreiden.

Wij willen echter vermijden dat de redenen waarom verschillende communicatiepartners met een zin instemmen, te ver uiteenlopen. Ook op dat vlak willen wij gemeenschappelijkheid. Van oudsher probeert men daartoe tot een eenduidige taal te komen. Als de bevindingen in sectie 10.3.1 steek houden, dan is het absoluut onrealistisch vast te houden aan de norm "één term, één betekenis". Wij houden er beter rekening mee dat iedereen het heeft over de eigen percepten en concepten. Eenduidigheid kan dus niet betekenen dat iedereen met dezelfde term hetzelfde bedoelt. Het begrip kan hoogstens gebruikt worden in situaties waarin het gebruik van een term niet tot tegenstrijdigheden of andere abnormaliteiten leidt. Wij gebruiken het dan ook beter niet. "Gemeenschappelijk gebruik van de taal" drukt beter uit wat wij willen.

Ik vermeld twee strategieën om tot een hogere graad van gemeenschappelijkheid te komen in het gebruik van de gemeenschappelijke taal. De eerste strategie noem ik *representatie aan de hand van gemeenschappelijke referentiepunten.* Ik heb van deze strategie gebruik gemaakt om de ervaringen van de leden van Σ gedurende Θ aan te duiden.[11] Ik ga ervan uit dat wij onze communicatiepartners kunnen onderscheiden en benoemen en dat wij met een tijdsindeling kunnen werken. Dit volstaat om een alternatief coördinatenstelsel te genereren, waarin "E_σ^θ" verwijst naar de ervaring van σ gedurende θ. Deze term *representeert* een stuk werkelijkheid —op voorwaarde dat σ op θ in leven is— maar *leert ons niets* over die werkelijkheid. Met representatie kunnen wij op een gemeenschappelijke wijze onze taal in onze concrete werkelijkheid verankeren.[12]

Van representaties kunnen wij net zomin als van coöridinaten zeggen dat zij een uitdrukking zijn van onze werkelijkheid. Onze interesse gaat vooral uit naar termen die ons iets zeggen over onze werkelijkheid. Gelet op de discrepantie die in sectie 10.3.1 belicht wordt, kunnen wij nooit onomstootbaar vastleggen wat wij precies bedoelen met een term of een zin, omdat onze individuele percepten en concepten niet voor elkaar toegankelijk zijn. Als Jan en Piet afspreken om het met de naam "Jan" te hebben over Jan ("over jou" zegt Piet; "over mij dus" zegt Jan), kunnen zij onder elkaar tot een vlot gebruik van de naam "Jan" komen. Maar zelfs onder elkaar kunnen zij niet op een eenduidige, positieve manier bepalen wat nu precies de entiteit is waar "Jan" naar verwijst. In het beste geval komen zij tot een situatie waarin er geen tegenstrijdigheden of andere abnormaliteiten meer opduiken, die te wijten zijn aan het gebruik van de naam "Jan".[13] Het is mijn betoog dat wij er van uit moeten gaan dat wij deze optimale situatie nooit absoluut kunnen bereiken, maar dat wij ernaar moeten blijven streven. Het is evident dat het gebruik van termen maar een hogere graad van gemeenschappelijkheid kan bereiken doorheen de communicatie tussen leden van de betreffende gemeenschap. Gelet op de bevindingen in sectie 10.3.1, kunnen wij er dan ook beter rekening mee houden dat er tegenstrijdigheden

[11] Zie definitie 16, pagina 128.

[12] Wij kunnen representaties echter niet "eenduidig" noemen, en zeker niet "universeel eenduidig", want de 'eenduidigheid' van "E_σ^θ" is afhankelijk van de accuraatheid waarmee wij elkaar benoemen en van de precisie waarmee wij de tijd indelen.

[13] Een simpel voorbeeld van een dergelijke abnormaliteit: Piet heeft een foto van Jan gemaakt, met de flits en van veel te dichtbij, en zegt dat Jan rode oogjes heeft en er bleek uit ziet, waarop Jan in de spiegel kijkt en zegt, welnee, mijn ogen zijn groen, en ik ben helemaal niet bleek.

of andere abnormaliteiten zullen opduiken wanneer communicatiepartners streven naar een taal met een hogere graad van gemeenschappelijkheid. Het wegwerken van deze abnormaliteiten kan op zo’n manier gebeuren dat de taal er preciezer en rijker door wordt. De tweede strategie om tot een hogere graad van gemeenschappelijkheid te komen wat betreft het gebruik van onze gemeenschappelijke taal, bestaat dan ook in het uitdrukkelijk op zoek gaan naar abnormaliteiten. Deze strategie werk ik uit in hoofdstuk 11.

10.4.3 Fenomenologische versus gemeenschappelijke zekerheid

Fenomenologen beschouwen onze fenomenen als onze zekerheden bij uitstek. Als we fenomenen proberen te plaatsen in figuur 10.1, dan is het duidelijk dat we fenomenen niet kunnen vereenzelvigen met gestalten, want die zijn nooit echt van ons; het is zelfs geen uitgemaakte zaak of “gestalten” iets meer is dan een theoretische term die de beeldvorming dient. Blijft over dat fenomenen percepten of concepten moeten zijn. Als we kennis over de wereld willen —ik neem aan dat fenomenologen dat ook willen— dan dringt de vereenzelviging van “fenomenen” met “percepten” zich op. Van percepten weten we dat ze medebepaald worden door onze verworven vormen en door de manier waarop we verworven vormen en gestalten aan elkaar linken. Het onderscheid tussen percepten en concepten is overigens niet altijd duidelijk te maken. Hoe de zekerheid omtrent onze fenomenen aanleiding geeft tot zekerheid op het vlak van kennis blijft echter onduidelijk. De fenomenologische link tussen taal en gemeenschappelijke ‘dingen’ blijft problematisch. Het blijft overigens een filosofisch probleem dat mensen die alleen zekerheid vinden in fenomenen, zich beroepen op het medium schrift, en geïnteresseerd blijven in gemeenschappelijke kennis over een gemeenschappelijke wereld waarin ze eigenlijk niet ten volle geloven.

Gemeenschappelijke zekerheid lijkt dan paradoxaal genoeg veel meer in de leefwereld verankerd te zijn: het samengaan van woord en ding is er van meet af aan, in concrete gemeenschappelijke contexten.[14] In onderwijssituaties wordt het ‘ding’ wel eens vervangen door afbeeldingen, maar het gegeven blijft. We worden het van jongs af aan gewoon om de individuele fenomenen over te slaan en ons te baseren op een gemeenschappelijke link tussen woord en ding. We leggen die link inderdaad *collectief*, en uit deze collectieve link halen we onze zekerheid. Dit brengt zelfs met zich mee dat we vaak te weinig vertrouwen hebben in onze individuele ervaring.[15] Als wij beroep doen op anderen om bevestiging te krijgen over onze waarnemingsentiteiten, leert dit ons vooral dat wij onze percepten blijkbaar niet al te hard vertrouwen. Zoals in het volgende citaat van Pirandello gesuggereerd wordt, hechten wij vaak meer waarde aan de bevindingen van anderen dan aan onze eigen percepten.

> Roepen we niet altijd iemand te hulp, als we toevallig iets ontdekken waar we van aannemen dat geen ander het nog ooit heeft gezien, zodat hij het met ons kan zien?

[14]Daarvan maakte ik ook gebruik, op pagina 8 om de lezer ertoe te brengen het eens te zijn met de uitspraak “u bent aan het lezen”.

[15]Misschien moeten we in onderwijssituaties flexibeler zijn ten aanzien van kinderen die niet onmiddellijk ‘de juiste koppeling’ maken tussen woord en ding, en hen van jongs af aan bijbrengen dat hun individuele ervaring ook een bijdrage kan zijn tot gemeenschappelijke kennis.

> .../... Als de kijk van de anderen ons niet helpt om op een of andere manier in ons de werkelijkheid van wat we zien te construeren, dan weten onze ogen niet meer wat ze zien; ons bewustzijn verdwijnt, want dat wat wij als de kern van onszelf beschouwen, ons bewustzijn, betekent eigenlijk *de anderen in ons* en we zijn niet in staat ons alleen te voelen.[16]

10.5 Over de oorsprong van gemeenschappelijke theorieën

10.5.1 Over de oorsprong van de meetkunde

Ook nadat we onze gemeenschappelijke taal in beeld gebracht hebben, blijven er vragen over omtrent het proces dat ertoe leidt dat bepaalde zinnen opgenomen worden in gemeenschappelijke theorieën. Laat ons eens kijken wat Husserl schrijft over de oorsprong van de meetkunde, met name over het proces dat leidt van originele inzichten in de eigenschappen van meetkundige entiteiten, naar het formuleren van gemeenschappelijke kennis.[17] Op het eerste gezicht is het misschien eigenaardig dat ik tijdens mijn onderzoek naar het tot stand komen van wetenschappelijke kennis over de wereld stil sta bij het tot stand komen van de meetkunde en 'de constitutie van meetkundige objecten'. Boehm beweert dat Husserl inderdaad de meetkunde beschouwt als een eerste stap in de creatie van wiskundige theorieën over de werkelijkheid.

> [D]e constitutieve problematiek van ideële objecten .../... brengt rechtstreeks ook die van de constitutie van de reële objecten met zich mee, tenminste voor zover de objectieve realiteitswetenschappen zoals ze zich gevormd hebben in de loop van de moderne tijden .../... hun eigen objectiviteit juist funderen op de toepassing van de wiskunde en het terugvinden van ideële objecten van wiskundige aard te midden van de realiteit. (De meetkunde is voor Husserl juist het eerste voorbeeld van een toegepaste wiskunde.)[18]

De term "objecten" is misschien misleidend. Als Husserl het heeft over oorspronkelijke evidenties, heeft hij het niet over het ontstaan van een begrip als "rechthoekige

[16] [Pirandello], p. 127.

[17] Toen ik in een ver gevorderd stadium in de voorbereiding van deze tekst mijn lesnota's ter hand nam van de cursus "Grondige studie van teksten: fenomenologie", die werd gegeven door Rudolf Boehm in het academiejaar 1991-1992 aan de (toen nog) Rijksuniversiteit Gent, was ik verbaasd over het feit dat ik hierin opvattingen terugvond die heel goed aansluiten bij de dingen waarmee ik nu bezig ben. Abraham was blijkbaar vergeten waar hij zijn mosterd gehaald heeft. De fenomenologische tekst waarvan Rudolf Boehm zijn interpretatie gaf, was "Over de oorsprong van de meetkunde" van Husserl, die trouwens ingeleid en van noten voorzien wordt door Boehm zelf in ([Husserl:1977]). Husserls verhandeling over de constitutie van ideële objecten sluit wonderwel aan bij wat ik aan het doen ben, en dus lijkt het mij niet minder dan gepast enkele bladzijden te voorzien voor een kritische reflectie over de betreffende opvattingen van Rudolf Boehm en Edmund Husserl. Vooraf is het niet oninteressant op te merken dat Husserl zich distantieert van een psychologische kentheorie, omdat deze het bestaan van de objecten veronderstellen alsof ze al bij voorbaat gekend zouden zijn ([Husserl:1977], inleiding door Boehm, p. 12). In zijn fenomenologische kentheorie worden de (ideële en reële) objecten geconstitueerd doorheen het verwerven van kennis.

[18] [Husserl:1977], inleiding door Boehm, p. 9.

driehoek",[19] maar bijvoorbeeld wel over het 'inzicht' dat ondertussen gekend is onder de naam "de stelling van Pythagoras". De suggestie van Boehm is dat bijvoorbeeld ook de wetten van Newton op analoge wijze geconstitueerd zijn.

> [D]e objectiviteit van ideële objecten van de soort van de meetkunde [komt] tot stand in vijf etappen: oorspronkelijke evidentie — afvloeien van deze evidentie in een passieve herinnering — reactivering van de oorspronkelijke evidentie in een actieve herinnering — communicatie van deze teruggevonden evidentie met anderen — stoffelijke vastlegging.[20]

Misschien kunnen we die oorspronkelijke evidentie zien als een concept,[21] waarin een nieuwe, net tot stand gebrachte, complexe verworven vorm betrokken is. "De evidentie ... duurt slechts een tijd, en gaat onvermijdelijk voorbij. Ze verdwijnt uit het actuele bewustzijn van haar ontdekker."[22] Het woord "ontdekker" wijst erop dat Boehm — ondanks zijn strijd tegen de wetenschappelijke drang naar objectiviteit— van mening is dat de evidenties zó moesten zijn. Ik denk dat de evidentie eerder aldus is: iemand ziet een mogelijkheid om uit het probleem te geraken dat zich voor haar of hem stelt: "zo *kan* ik het aanpakken". Ik denk dus wel degelijk dat het inzicht ook anders had kunnen zijn. De neiging om de meetkunde te zien als iets dat zó moest zijn, vinden wij niet in dezelfde mate bij Husserl zelf. Bij hem wordt niet uitgesloten dat de meetkunde anders had kunnen zijn. Zijn betoog is dat, nu de (Euclidische) meetkunde geconstitueerd is (zoals ze nu eenmaal geconstitueerd is), ze voor iedereen die haar definities en axioma's begrijpt zoals ze bedoeld zijn, een waarheid als een berg is.

> De meetkunde heeft zelfs vanaf haar eerste funderend begin een eigensoortig boventijdelijk bestaan, waarvan wij overtuigd zijn dat het toegankelijk is voor alle mensen, en in de eerste plaats voor alle werkelijke en mogelijke wiskundigen van alle volken en tijdperken.[23]

De derde stap op de weg van de constitutie van ideële objecten bestaat in de actieve herinnering van de 'afgevloeide', passieve herinnering.

> Ik kan mij een vroeger opgedane evidentie slechts werkelijk herinneren door ze mij opnieuw voor 'ogen' te stellen, dus door de inhoud van de vroegere evidentie opnieuw voor mij evident te maken. Daarbij hoort in de herinnering het —eveneens evidente— bewustzijn van de identiteit, de eenzelvigheid van de vroeger opgedane en de nu opnieuw tot stand gebrachte evidentie. En door het feit dat ik dezelfde evidentie kan terugvinden, nadat ze uit mijn actief bewustzijn verdwenen was, krijgt ze een eerste vorm van objectiviteit.[24]

In de woorden van Husserl: "Daarbij ontstaat in een oorspronkelijke gelijkheid (Deckung) een evidentie van identiteit."[25] Om het in mijn termen te zeggen: de verworven vorm

[19] Husserl heeft weinig of geen last van vragen over het gemeenschappelijk gebruik van een gemeenschappelijke taal. Eenduidigheid lijkt voor hem niet alleen mogelijk, maar ook evident.

[20] [Husserl:1977], inleiding door Boehm, p. 17.

[21] Zie pagina 231 en hypothese 3.

[22] [Husserl:1977], inleiding door Boehm, p. 19.

[23] [Husserl:1977], p. 53.

[24] [Husserl:1977], inleiding door Boehm, p. 17.

[25] [Husserl:1977], p. 65.

die betrokken was in het oorspronkelijk concept (in de oorspronkelijke evidentie), wordt actief betrokken in een nieuw concept, dat wegens zijn al te opvallende gelijkenis met het oorspronkelijke concept, toegeschreven wordt aan een voorstellingsentiteit—een entiteit die voor het geestesoog van het individu in kwestie staat, zoals een berg wel eens voor zijn fysische ogen staan. We dienen er wel rekening mee te houden dat de 'eenzelvigheid' waarvan Boehm spreekt, niet zó evident is. De actieve herinnering kan er wel degelijk voor zorgen dat de voorstellingsentiteit anders voor het geestesoog verschijnt.

Hoe dan ook is er nog geen sprake van 'objectiviteit'.

> [Toch blijft de evidentie] nog steeds gebonden aan iets wat slechts een bestendige dispositie van mij zou kunnen zijn om steeds hetzelfde weer evident te vinden. Het moet, om helemaal van mijn subjectiviteit losgemaakt te worden, de proef van communicatie met anderen ondergaan.[26]

Andermaal krijgen we een illustratie van hoe de termen "subjectief" en "objectief" verwarrend werken. Blijkbaar is iets maar objectief als het *helemaal* van mijn en van om het even wiens subjectiviteit losgemaakt is. Aldus komen we *nooit* iets objectiefs tegen. We zijn beter af als we met het termen-koppel individueel/gemeenschappelijk werken. Het spreekt dan voor zich dat een entiteit pas gemeenschappelijk wordt als ze de proef van de communicatie doorstaat. Maar wederom moeten we opmerken dat het niet evident is dat de gecommuniceerde 'evidentie' identiek is aan de oorspronkelijke 'evidentie'. En hier stelt het identiteitsprobleem zich nog uitdrukkelijker dan in verband met de actieve herinnering. Hoe dan ook stuurt het expliciteren het inzicht een bepaalde richting uit, die medebepaald wordt door de mogelijkheden en de beperkingen van de gemeenschappelijke taal. Het is zelfs niet vanzelfsprekend dat het individu in kwestie zelf zijn oorspronkelijke evidentie terugvindt in de mediumale vormen die het produceert. Niet alleen kan de communicatie falen, ook de explicitering kan al onbevredigend zijn. Inzichten in een communiceerbaar medium uitdrukken is niet iets wat automatisch succesvol verloopt. Feedback speelt een belangrijke rol. Maar goed, Husserl neemt aan dat het uitdrukken van het inzicht in een gemeenschappelijke taal vlekkeloos kan verlopen. De anderen moeten nu op hun beurt het inzicht oproepen. Wanneer een communicatiepartner van mij mijn woorden hoort, en probeert te achterhalen wat ik met die woorden wil zeggen, doet hij of zij dit op basis van zijn of haar verworven vormen. Ook de evaluatie van dit opgeroepen concept gebeurt op basis van zijn of haar verworvenheden.

> [H]et feit dat ik de evidentie niet kan overdragen op een ander ... maakt dat de objectiviteit van het evidente gegeven op een hoger peil komt te staan indien de communicatie lukt.[27]

We kunnen echter niet vaststellen of de communicatie *lukt*,[28] het is te zeggen: daar bestaat er geen positieve test voor. We kunnen enkel positief vaststellen dat de communicatie niet lukt. Gewoonlijk baseren we ons op het (alsnog) uitblijven van mislukking om te

[26] [Husserl:1977], inleiding door Boehm, p. 20.

[27] [Husserl:1977], inleiding door Boehm, p. 21.

[28] Boehm neemt zelfs de woorden "identieke inhoud voor mij en voor de ander" in de mond (p. 22), wat toch ingaat tegen het beeld van concepten dat ik geschetst heb.

besluiten dat we een gemeenschappelijk inzicht bereikt hebben. We moeten inderdaad deze optimistische inferentie maken om te kunnen zeggen dat de communicatie *lukt*. Maar goed, het uitblijven van een mislukking bekrachtigt het oorspronkelijk inzicht.[29]

Tenslotte is het het schrift dat het ideële object constitueert. En hier doet zich in de ideeën van Boehm en Husserl een merkwaardige symmetrie voor tussen 'schrift op zich' en 'object op zich'. Zowel Boehm als Husserl lijken ervan uit te gaan dat schrift voor zich spreekt, en dat dit samengaat met de objectiviteit van het beschrevene. Welnu, schrift spreekt nooit voor zich, en het beschrevene is nooit helemaal losgekoppeld van elke subjectiviteit. Schrift spreekt maar als er communicatiepartners zijn die het doen spreken, en de manier waarop dit gebeurt wordt niet alleen bepaald door schrift. Wat er met dat schrift gedaan wordt, hangt af van tijdelijke en plaatselijke gewoontes. Schrift constitueert geen objectiviteit, maar brengt wel met zich mee dat gemeenschappelijke entiteiten niet strikt afhankelijk blijven van concrete communicatiesituaties. Schrift functioneert dan als gemeenschappelijk geheugen, als ruimer toegankelijk arsenaal van verworven vormen. Schrift bepaalt in ruime mate mee hoe gemeenschappelijke entiteiten eruit zien. We moeten echter niet —zoals Husserl en Boehm— doen alsof het beschreven object daardoor eenduidig vastligt. Geschreven zinnen moeten telkens weer geactualiseerd worden in concepten die hoe dan ook telkens weer individueel zijn.

Ik volg Boehm en Husserl niet meer —ook niet na de vervanging van "subjectief/objectief" door "individueel/gemeenschappelijk"— wat het vervolg van *"Over de oorsprong van de meetkunde"* betreft, behalve dan in hun oproep om actiever op zoek te gaan naar de ervaringen die aanleiding gegeven hebben tot de neergeschreven gemeenschappelijke kennis. Husserl wijst er terecht op dat je schrift kunt communiceren op een louter mechanische wijze. Je kunt logische afleidingen maken zonder nog stil te staan bij de vraag wat de afgeleide zinnen eigenlijk betekenen. Als de lezer geen inspanningen doet om 'de oorspronkelijke evidentie' te reconstrueren, wordt de tekst enkel gewaardeerd om zijn eigenschappen als tekst (consistentie, ritme, ...).[30]

Waar ik het vooral moeilijk mee heb is dat Husserl op zoek blijft naar een absolute basis voor onze kennis. Zoals ik hem begrijp, meent hij die uiteindelijk te vinden in de manier waarop mensen ervaren, in het ingebed zijn van de mensen in de wereld; het 'apodictische invariabele', het 'absolute apriori' verwoordt Husserl tenslotte aldus:

> [We kunnen] nu als volledig zeker vooronderstellen: dat het menselijke milieu in wezen nu en altijd hetzelfde is[.][31]

Zoveel absoluutheid hebben wij niet nodig. We zijn al heel gelukkig omdat we vaststellen dat er via communicatie heel wat te bereiken valt. Op basis van duidelijke definities en succesvol gecommuniceerde hypothesen, kunnen we tot een gemeenschappelijke

[29]Het is ook niet zo dat elke mislukte communicatie ertoe leidt dat de oorspronkelijke evidentie dan maar vergeten wordt—integendeel, vaak zul je zien dat het individu in kwestie zijn oorspronkelijke evidentie anders probeert te verwoorden totdat zijn inzicht bekrachtigd wordt. Of de mislukte communicatie kan ertoe leiden dat de oorspronkelijke evidentie bijgestuurd wordt.

[30]Het feit dat teksten een eigen leven gaan leiden, hoeft niet negatief te zijn. De loskoppeling van de ervaring, waar Boehm en Husserl voor waarschuwen, maakt bijvoorbeeld mogelijk dat een tekst op een andere wijze nuttig wordt, dat nieuwe interpretaties nieuwe 'evidenties' oproepen.

[31][Husserl:1977], p. 127.

meetkunde komen, en op de ingeslagen weg ook tot een gemeenschappelijke fysica, en zo verder.[32] Deze weg kan ook leiden naar een gemeenschappelijke theorie over het waardevolle in de wereld. Mijn oproep bestaat dan ook hierin: laten we onze aandacht toespitsen op wereld in al zijn rijkdom. Laat ons proberen hierover tot oorspronkelijke evidenties te komen, en laat ons hierover communiceren. Doorheen deze communicatie zal onze taal geschikter worden en zullen onze inzichten genuanceerder en dieper worden. We hebben absoluut geen behoefte aan absoluutheid of instemming van iedereen van elk volk van elk tijdperk.

10.5.2 De oorsprong van nieuwe gegevens ?

In [Husserl:1977] vinden we niets over het ontdekkingsproces dat leidt tot de oorspronkelijke inzichten. We vinden ook niets over hoe de persoon in kwestie worstelt met de taal die hij of zij ter beschikking heeft om er zijn of haar inzicht mee tot uitdrukking te brengen, of, over hoe de taal die de persoon in kwestie kent, aan de basis ligt van zijn inzichten. Ik verwijs nogmaals naar het citaat van Herman De Ley op pagina 44, waarin hij stelt dat het filosoferen van Aristoteles juist voor een belangrijk deel bestaat uit zijn worstelen met de omgangstaal. Ik denk dat we bij het in beeld brengen van de oorsprong van een gemeenschappelijke theorie inderdaad het worstelen met de omgangstaal in beeld moeten brengen. Een ander voorbeeld van het gebruik van termen uit de omgangstaal, die (veel) later hun gefixeerde betekenis krijgen, vinden we bij Anaximander, die de toendertijd ingeburgerde term voor “rechtvaardigheid” gebruikt om in beeld te brengen hoe de verdichting en verdunning (van de stof) elkaar beurtelings ‘straffen’. Pas veel later heeft deze term de betekenis “evenwicht” gekregen.[33]

Het punt dat ik wil maken is dat er geen sprake kan zijn van oorspronkelijke inzichten die hun neerslag vinden in schrift, als er geen taal voorhanden is waarin die inzichten geformuleerd kunnen worden. Zoals De Ley opmerkt,[34] ontstaan de (filosofische en wetenschappelijke) begrippen doorheen de worsteling met de natuurlijke taal. Een precieze invulling krijgen deze begrippen pas veel later. Maarten Van Dyck gaf hier onlangs een interessant voorbeeld van: Galileo deed onderzoek naar de snelheid van vallende voorwer-

[32] De overgang van de meetkunde naar de fysica verloopt haast ongemerkt. Op een gelijkaardige ‘ideële manier’ worden ‘fysische concepten’ gehanteerd om ‘fysische inzichten’ te boek te stellen. De taal blijft uiterst wiskundig. Een vraag die bij mij opkomt is dan waarom zoveel mensen het blijkbaar zo evident vinden dat de voorstellingsentiteiten (ideële objecten) van de fysica van toepassing zijn op onze waargenomen wereld. De meest voor de hand liggende verklaring is dat de bijzondere aandacht voor de ideële fysische entiteiten onze waarneming dusdanig beïnvloedt dat we die ideële objecten ook werkelijk zien. We zien hoe de kracht waarmee een projectiel omhoog geschoten wordt afneemt en tenslotte moet onderdoen voor de wederzijdse aantrekking van dit projectiel en de aarde. We zien hoe de wederzijdse aantrekkingskracht van het dak en de aarde geneutraliseerd wordt door de constructie van de muren. We moeten echter niet vergeten dat mensen al gotische kathedralen bouwden en pijlen recht in de roos schoten lang voor Newton geboren werd, en dus lang voor het ideële object dat we gravitatie noemen, bestond. De alom tegenwoordige ideële objecten van de fysica beïnvloeden onze waarneming ook op een minder subtiele wijze: door de succesvolle communiceerbaarheid en toepasbaarheid van de wiskundige taal gaan we ons vaak slechts concentreren op de werkelijkheid voor zover ze in wiskundige termen te vatten is.

[33] [Ferré:1996], pp. 22–24.

[34] Andermaal p. 44.

pen, maar de term “snelheid” had bij hem bijlange nog niet de betekenis van momentane snelheid, die deze term nu heeft in de fysica.[35]

Het taal-probleem stelt zich ook bij de communicatie. Hoe kunnen we zeker zijn dat de communicatie lukt ?

Een tweede tekortkoming van [Husserl:1977] is dat de meetkunde in veel opzichten geen goed voorbeeld is voor kennis over de wereld. Dit uit zich bijvoorbeeld in het feit dat er geen inductie-probleem bestaat in de meetkunde. Elke cirkel wordt beschouwd als een totaal willekeurige cirkel en dus als een instantie die alle instanties vertegenwoordigt. Je kunt uit $A(a)$ besluiten tot $(\forall x)A(x)$.

Een derde tekortkoming bestaat erin dat er geen rekening gehouden wordt met het feit dat ook oorspronkelijke inzichten die fout zijn, succesvol de communicatie-test kunnen doorstaan.

Zoals zal blijken in de volgende secties, kunnen we met behulp van adaptieve logica’s voor een groot stuk tegemoet komen aan de vermelde tekortkomingen.

[35]‘Lunchtalk’ georganiseerd binnen het centrum voor logica en wetenschapsfilosofie, UGent; 20-02-2004. Maarten haalde dit gegeven uit: [Damerov/Freudenthal/McLaughlin/Renn:1992].

Hoofdstuk 11

Van individuele ervaringen naar gemeenschappelijke kennis

11.1 Probleemstelling

De vraag hoe natuurlijke, 'warrige' ervaring wetenschappelijke ervaring kan worden [...] is de kardinale methodische vraag van elke empirische wetenschap.[1]

In dit werk stel ik de vraag hoe gemeenschappelijke theorieën, die ik zal voorstellen als koppels van de vorm $\langle \Gamma_{\langle \Sigma,\Theta \rangle}, \mathbf{L}_{\langle \Sigma,\Theta \rangle} \rangle$,[2] gestalte krijgen. In deel I heb ik bekeken hoe de beschikbare logische middelen onze visie op wetenschappelijke theorieën en onze attitude ten opzichte van het construeren van theorieën kunnen wijzigen. Ik heb ook de vraag behandeld welke logica we het best kiezen om een theorie van de vorm $\langle \Gamma, \mathbf{L} \rangle$ te construeren. Omdat we geen garanties hebben dat onze theorieën perfect zijn, zijn correctieve adaptieve logica's de beste kandidaten om theorieën te formuleren. Specifieke omstandigheden kunnen een specifieke keuze van een correctieve adaptieve logica met zich meebrengen, maar als we een algemeen antwoord moeten geven, kunnen we stellen dat de inconsistentie-adaptieve logica $\mathbf{ACLuN^m}$ momenteel de beste kandidaat is om theorieën te formuleren die weliswaar bedoeld zijn om perfect te zijn, maar die normaal gezien de perfectie nooit zullen halen. De klassieke logica is misschien wel de geschikte logica voor perfecte theorieën, maar of een theorie wel degelijk perfect is, kunnen we nooit weten, en in het uitzonderlijke geval waarin we met een perfecte theorie te maken hebben, weten we dat $\langle \Gamma_{\langle \Sigma,\Theta \rangle}, \mathbf{ACLuN^m} \rangle = \langle \Gamma_{\langle \Sigma,\Theta \rangle}, \mathbf{CL} \rangle$.

In deel II bekijk ik het proces dat leidt van concrete ervaringen tot het bepalen van de verzameling $\Gamma_{\langle \Sigma,\Theta \rangle}$. Het spreekt voor zich dat de keuze van $\mathbf{ACLuN^m}$ invloed heeft op de manier waarop we $\Gamma_{\langle \Sigma,\Theta \rangle}$ bepalen, net zoals bedenkingen omtrent de verzameling $\Gamma_{\langle \Sigma,\Theta \rangle}$ invloed hebben op de keuze van $\mathbf{ACLuN^m}$. Het gebruik van de logica $\mathbf{ACLuN^m}$ bevrijdt ons alvast van de noodzaak om op voorhand garanties te hebben dat de verzameling $\Gamma_{\langle \Sigma,\Theta \rangle}$ consistent moet zijn. We doen ons best, maar we zijn niet alwetend, en ook van een eindige theorie kunnen we niet ineens alle gevolgen overzien.

[1] [Husserl:1911/80], p. 69. *Logos* p. 308.

[2] Σ is de naam van een gemeenschap, Θ staat voor de periode waarin de gemeenschap actief is.

De vraag die de rode draad vormt doorheen hoofdstuk 11 is hoe we de wording van de verzameling $\Gamma_{\langle\Sigma,\Theta\rangle}$ in beeld kunnen brengen. Het is vermoedelijk een onmogelijke opdracht om één model te construeren dat in alle gevallen rechtstreeks van toepassing is. We kunnen wel proberen, om in de geest van [Batens:2003b], een model te schetsen dat kan gebruikt worden om in concrete situaties concrete instructies te genereren. In dit hoofdstuk stel ik enkele modellen voor die van toepassing kunnen zij bij de (re)constructie van een theorie. De voorgestelde modellen hebben niet de pretentie het hele proces te omvatten dat voorafgaat aan de publicatie van een handboek over de theorie in kwestie. Ik besteed vooral aandacht aan problemen die te maken hebben met de taal. Hoe kunnen we "de worsteling met de taal"[3] in beeld brengen ? Hoe worden 'oorspronkelijke inzichten' in communiceerbare taal gegoten ?[4] Hoe komen de verschillende onderzoekers ertoe aan te nemen dat hun taalgebruik 'wetenschappelijk genoeg' is ?

Als we de output van wetenschappelijk onderzoek bekijken, krijgen we de indruk dat wetenschappers alleen maar klassieke logica kennen. Creatieve processen komen zelden of nooit in de handboeken terecht, en als dat wel al gebeurt, is het verslag van dit proces zelden of nooit instructief.[5] Als we het proces dat voorafgaat aan de output bekijken, stellen we vast dat de rationaliteit van dit proces zeker niet alleen maar bepaald wordt door de normen van de klassieke logica.[6] Er zijn wel degelijk logische middelen inzetbaar bij dit proces.

Om het probleem "Hoe bepalen we $\Gamma_{\langle\Sigma,\Theta\rangle}$?" aan te pakken, formuleren we enkele afgeleide problemen.

1. Hoe wordt het domein afgebakend ? Wat zijn de basisentiteiten waarover de theorie zich wil uitspreken ? Wat is de basisstructuur van het domein ?

2. Wat zijn de relevante eigenschappen van of relaties tussen de entiteiten van het domein ?

3. Wat zijn de data die de theorie moet plaatsen ? Deze vraag betreft niet alleen de observatie-gegevens maar ook de taal die we gebruiken om deze gegevens om te zetten in observatie-zinnen.

4. Welke uitspraken over het domein komen in aanmerking als premissen voor de theorie ?

In verband met vraag (1) moeten we meteen opmerken dat een vaag idee voldoende is om het domein af te bakenen. Hoe kunnen we bijvoorbeeld het domein van de fysica afbakenen ? We kunnen de fysica bijvoorbeeld omschrijven als "de studie van de fysische

[3]Zie het citaat van Herman De Ley op pagina 44.

[4]Ik ga er niet van uit dat de relatie tussen inzicht en taal eenrichtingsverkeer is. Ik denk dat er doorheen de waarnemingen van de onderzoekers aspecten in de wereld ontdekt worden die erom smeken opgenomen te worden in een theorie, maar ik denk evenzeer dat de taal die de onderzoekers gebruiken mee aan de basis ligt van nieuwe inzichten.

[5]Ik verwijs hier naar Archimedes in zijn bad, naar de appel van Newton, en naar alle dromen en visioenen die de natuurwetenschappen al vooruit geholpen hebben.

[6]Zie sectie 2.2.2.

entiteiten". Deze typering kunnen we bezwaarlijk heel accuraat noemen, maar dit belet niet dat deze vage aanwijzing reeds de aandacht richt. We hoeven niet precies te weten wat fysische entiteiten tot fysische lichamen maakt; van heel wat concrete waarnemings- en voorstellingsentiteiten weten we heel goed of het al dan niet fysische entiteiten zijn. Het domein van de fysica bestond oorspronkelijk vooral uit planeten en projectielen. Nu stelt men het voor alsof het bestaat uit puntmassa's: entiteiten met een massa groter dan nul en een volume gelijk aan nul. Het domein kan dus veranderingen ondergaan. De voorwaarden waaraan de elementen van het domein moeten voldoen, kunnen evolueren.

Bij het bepalen van het domein stellen zich ook reeds vragen over de structuur van de te gebruiken taal en de grammaticale representatie van de entiteiten van het domein. Zijn de basisentiteiten driedimensionale voorwerpen, toestanden, gebeurtenissen of processen ? Moeten de entiteiten weergegeven worden aan de hand van individuele variabelen, aan de hand van predikaten of aan de hand van proposities ? Of schiet een predicatieve taal (van eerste orde) hoe dan ook tekort om over het domein te spreken ? Ik heb er al een paar keer op gewezen dat er geen reden is waarom de structuur van de taal zou moeten gelijken op de structuur van het bestudeerde domein. Belangrijk is alleen dat de mensen die de taal gebruiken erin slagen om die taal op een gemeenschappelijke wijze te gebruiken.[7] Ik denk dan ook dat het te verantwoorden is dat ik mijn onderzoek beperk tot het gebruik van een predicatieve taal van eerste orde, zoals die in alle reeds vermelde logica's gebruikt wordt. De elementen van het domein worden dan weergegeven als individuele variabelen of individuele constanten. De wetenschap dat er adaptieve logica's bestaan, stelt ons in die zin gerust dat de logische abnormaliteiten die hun oorzaak vinden in de discrepantie tussen de structuur van de predicatieve taal en de structuur van het bestudeerde domein, opgevangen kunnen worden op een manier die geen drastische verarming van de theorie met zich mee hoeft te brengen.

De representatie van de elementen van het domein kan een belangrijke invloed hebben op de uiteindelijke wetenschappelijke output, maar we kunnen deze representatie zelf nog geen kennis noemen. Wat opvalt is dat de elementen van het domein van de fysica eigenlijk niet gerepresenteerd worden in de output van de fysica. Einsteins formule "$e = m \times c^2$" wekt de indruk dat de entiteiten die het domein van de fysica uitmaken niet zozeer projectielen, planeten of puntmassa's zijn, als wel energie, massa of lichtsnelheid.

Wij komen bij vraag (2): wat zijn de relevante aspecten van (de entiteiten in) het domein die onderzocht (moeten) worden ? Ook hier kunnen we gewagen van een vage bepaling die naderhand preciezer gemaakt wordt. Een deel van de wetenschappelijke activiteit bestaat net in het preciezer bepalen van de relevante kenmerken. Zoals aangegeven wordt in [Damerov/Freudenthal/McLaughlin/Renn:1992],[8] had Galileo nog geen benul

[7] Dit brengt met zich mee dat zowel vragen over de eigenschappen van de taal als vragen over de mogelijkheid om de taal op het domein te betrekken een rol spelen bij de keuze van de talige representatie. In [Atkinson/Peijnenburg:2004] p.22, wordt hierover een voorbeeld uit de kwantummechanica gegeven. In 1926 bewijst Schrödinger de equivalentie tussen zijn eigen golfmechanica en Heisenbergs op de deeltjesvisie gebaseerde matrixmechanica. Niettegenstaande deze equivalentie prefereert Schrödinger zijn eigen aanpak, omdat de golfmechanica mathematisch veel handiger en bovendien aanschouwelijker is. De grote meerderheid van de fysici sloot zich bij Schrödinger aan.

[8] Andermaal hartelijk dank aan Maarten Van Dyck voor zijn bespreking van dit historisch voorbeeld.

van de notie “momentane snelheid”. In feite kunnen we aannemen dat de oorspronkelijke invulling van “snelheid” enkel gebaseerd was op het gebruik van deze term in de omgangstaal.[9]

Ook het antwoord op de vraag naar de te onderzoeken eigenschappen van of relaties tussen de entiteiten van het domein, evolueert. Vanzelfsprekend is er een wisselwerking tussen het inzicht in de onderzochte eigenschappen of relaties en de bepaling van het domein. Zoals blijkt uit [Christiaens:2001] brengen de ontwikkelingen in de kwantummechanica een herziening van het domein van de fysica met zich mee; er is zelfs behoefte aan een ontologische en metafysische herbronning.[10]

Het spreekt voor zich dat ik op vragen (1) en (2) geen algemene antwoorden kan geven. Ik kan wel een probleem belichten dat zich bij het zoeken naar antwoorden op deze vragen hoe dan ook stelt. Waar haalt men de woordenschat voor de taal waarin de elementen van het domein en de relevante eigenschappen en relaties weergegeven worden ? Deze vraag komt aan bod in sectie 11.2. De vraag hoe men tot een gemeenschappelijk gebruik van deze taal komt, vormt de rode draad doorheen heel hoofdstuk 11. Deze vragen, worden net als vragen (3) en (4), uitvoerig behandeld in de hedendaagse wetenschapsfilosofie. Mijn bedrevenheid in logica is groter dan mijn bedrevenheid in wetenschapsfilosofie, en mijn ambitie bestaat er dan ook enkel in om logische middelen te vermelden die bruikbaar zijn bij het verwerven van singuliere data, bij het maken van spontane inducties, bij het aanwenden van achtergrondkennis of lenen van inzichten uit andere disciplines. De logische middelen zijn stuk voor stuk adaptieve logica’s. In de context van theorieconstructie is het haast vanzelfsprekend dat we gebruik maken van logische middelen die zich aanpassen aan de beschikbare gegevens, overweg kunnen met dynamiek, en toelaten voorlopige conclusies te trekken. Vanaf sectie 11.3 worden logische middelen besproken die bruikbaar zijn bij het genereren van zinnen die opgenomen worden of verklaard moeten worden in de theorie. In sectie 11.4 stel ik de logica **ALGG** voor die vrij accuraat gebruik maakt van de verschillende soorten zinnen die in sectie 11.3 besproken worden, en die op haar beurt weer heel nuttig is voor de modellen voor de constructie van gemeenschappelijke theorieën die in sectie 11.6 voorgesteld worden.

De ontwikkeling van een theorie heeft niet alleen te maken met de ontwikkeling van het inzicht, maar evenzeer met de ontwikkeling van de wetenschappelijke taal. Het spreekt voor zich dat er een wisselwerking is tussen de ontwikkeling van de wetenschappelijke taal en de telkens weer voorlopige wetenschappelijke bevindingen. Voorlopige bevindingen moeten getest werden. Als bepaalde bevindingen de testen niet consistent doorstaan, dan wijst dit erop dat de taal waarin de bevindingen geformuleerd zijn niet accuraat genoeg is, of dat de bevindingen niet stroken met (het gemeenschappelijke contact met) de werkelijkheid. Het kan natuurlijk ook zijn dat er iets aan de test zelf scheelt. Het is mijn vermoeden dat er minder investeringen nodig zijn om de precisie van de taal te

Galileo’s oorspronkelijke hypothese was trouwens dat de snelheid van een (vallend) lichaam evenredig was met de afstand.

[9]Bijvoorbeeld: als koerier a in een afstand aflegt in een kortere tijdspanne dan koerier b, dan is de snelheid van koerier a groter dan de snelheid van koerier b.

[10]Ik denk natuurlijk dat we af moeten van de idee dat er dingen zijn die op zich eigenschappen hebben.

testen dan om correctheid van de bevindingen te testen. Het heeft overigens geen zin de correctheid van een uitspraak te testen, als er geen consensus is over de betekenis van die uitspraak. Dit doet mij besluiten dat een model voor de ontwikkeling van nieuwe theorieën in de eerste plaats aandacht moet besteden aan de ontwikkeling van de domein-specifieke taal.

11.2 Woordenschat

Er zijn niet altijd accurate termen voor handen waarmee we de dingen die we zien kunnen tot uitdrukking brengen. Als we willen communiceren over iets wat we zien, dan kunnen we er naar wijzen, en onder elkaar afspraken maken over de woorden waarmee we naar deze gemeenschappelijke waarnemingsentiteit kunnen verwijzen. Als we willen communiceren over iets wat we met zijn allen gezien hebben, kunnen we deze afgesproken woorden gebruiken, of, bij gebrek aan dergelijke afspraken, gebruik maken van omschrijvingen als “dat zus en zo ding dat we daar en toen gezien hebben”. Als we willen communiceren over iets wat niet iedereen gezien heeft, dan moeten we tekeningetjes maken, of het ding omschrijven met behulp van gekende uitdrukkingen. Een omschrijving als “een paard met twee bulten op zijn rug” zal volstaan om iemand die weet wat kamelen zijn duidelijk te maken dat je het over een kameel hebt, maar het beeld dat iemand die nog nooit een kameel gezien heeft, zich vormt op basis van de aangehaalde woorden zal niet noodzakelijk op een kameel gelijken. Dit moet ons echter niet doen besluiten dat iets aanwijzen wel een garantie op een gemeenschappelijk taalgebruik inhoudt, en iets omschrijven niet. Een positieve test voor gemeenschappelijk taalgebruik bestaat niet.

Als bij de output van nieuwe inzichten gebruik gemaakt wordt van nieuwe uitdrukkingen, dan is het een geplogenheid dat het gebruik van deze uitdrukkingen op de een of andere manier aangegeven wordt. (i) Sommige termen kunnen expliciet gedefinieerd worden. Hoewel expliciete definities in theorie niet creatief zijn, verruimen of diversifiëren deze definities toch onze blik op de wereld. Expliciete definities zijn echter ook al een resultante van een creatief proces. In dit proces spelen de specifieke problemen waarmee men worstelt en de beschikbare taal een rol. Het is duidelijk dat nieuwe begrippen niet uit de lucht komen gevallen of in visioenen verschijnen. We kunnen veeleer gewagen van ‘een systematisch aftasten’. Het dwingende karakter van het probleem waarmee de onderzoeker of de onderzoeksgroep worstelt, brengt een aftasten van de beschikbare middelen met zich mee. Dit aftasten verloopt zeker niet via *trial and error*. Het ‘genie’ van de onderzoeker of de onderzoeksgroep bestaat er dan in dat men systematiek brengt in het aftasten. Een eenvoudige schets van het probleem kan al met zich meebrengen dat overeenkomsten met reeds opgeloste problemen aan het licht komen. (ii) Bij de ontwikkeling van (nieuwe) theorieën worden natuurlijk ook uitdrukkingen gebruikt die niet definieerbaar zijn in termen waarvan het gebruik in de theorie in kwestie reeds goed bepaald is. Het gebruik van nieuwe termen kan ook intuïtief of stipulatief bepaald worden, door gebruik te maken van de omgangstaal. Dit zijn de interessantste gevallen. Het aftasten van de beschikbare middelen wordt hier niet beperkt tot de middelen die tot de theorie zelf behoren. Inzichten uit andere theorieën of uit het dagelijkse leven kunnen dan ook aan de basis liggen van het gebruik van nieuwe uitdrukkingen.

In verband met voorstellingsentiteiten zoals ‘inzichten’ stelt het probleem zich nog uitdrukkelijker. Hoe drukken we een nieuw inzicht uit in woorden ? Tot nieuwe inzichten moeten we hoe dan ook komen als we onze waarnemingsgegevens willen plaatsen in een theorie. “Kangoeroes komen alleen voor in Australië” is geen verklaring voor het feit dat er in de Ardennnen geen kangoeroes leven. Darwins theorie vormt wel een verklaring. Deze verklaring bestaat echter zelf niet uit waarnemingsgegevens zoals “kangoeroes komen alleen in Australië voor”, maar uit een coherent ‘verhaal’, waarmee we de specifieke waarnemingsgegevens kunnen plaatsen.

Wetenschapsfilosofen zijn heden ten dage heel bedrijvig in het in beeld brengen van processen die leiden tot het formuleren van dergelijke (verklarende) inzichten. Zoals we bijvoorbeeld in [D’Hanis:2003] kunnen lezen, speelt het gebruik van metaforen een belangrijke rol. “It often happens that when a new concept is developed, there is no way of naming it, other than using a metaphor.”[11] Bovendien is het denken over iets in termen van iets anders een belangrijke factor in wetenschappelijke vernieuwingen.[12] Het gebruik van metaforen kan inderdaad aanleiding geven tot nieuwe inzichten.

Natuurlijk zijn niet alle nieuwe wetenschappelijke termen metaforen. Als we niet te maken hebben met een betekenisloze naamgeving (zoals de namen die aan vitaminen gegeven werden), zijn nieuwe termen veelal termen waarvan het gebruik gekend is uit andere contexten. Ook vage uitdrukkingen uit de natuurlijke taal komen in aanmerking.

Er is natuurlijk een sterk verband tussen de nieuwe uitdrukkingen en de nieuwe inzichten. Het gebruik van de nieuwe naam “π” om de verhouding tussen de omtrek van een cirkel en de diameter van deze cirkel weer te geven, staat natuurlijk niet los van het inzicht dat deze verhouding voor alle cirkels dezelfde is. De introductie van de uitdrukking “markering van een lijn” staat natuurlijk niet los van het inzicht dat het neerschrijven van een formule in het tweede element van een lijn niet noodzakelijk impliceert dat die formule afleidbaar is uit de premissen.

Waar vindt een groep onderzoekers predikaten om de entiteiten van het domein te beschrijven ? De verzameling *beschikbare* predikaten is niet oneindig. Op elk moment is de gemeenschappelijke woordenschat eindig. Als a de naam is van een element van het domein, en als $\{P_1, ..., P_n\}$ de enige predikaten van rang 1 zijn die beschikbaar zijn in de gemeenschappelijke taal, en als er een zekere dringendheid is om a te beschrijven, dan *moet* $P_1a \vee ... \vee P_na$ aanvaard worden als gemeenschappelijke waarheid. Als bijvoorbeeld P_i geselecteerd wordt als kandidaat om a te beschrijven, kan en zal het vermoedelijk ook wel zo zijn dat de betekenis van P_i verandert doorheen het gebruik van de term.

[11] [D’Hanis:2003] p. 216.
[12] [D’Hanis:2003] p. 215.

11.3 De herkomst van bruikbare zinnen

11.3.1 Verschillende soorten zinnen

We hebben natuurlijk niet alleen een domein-specifieke taal nodig, maar ook uitspraken over het domein, in die taal. In secties 6.4 en 7.6.3 gaf ik al aan hoe we een theorie kunnen beschouwen als een selectie van alle mogelijke zinnen die we kunnen vormen aan de hand van de beschikbare niet-logische termen. Zelfs het systeem dat erin bestaat om alle mogelijke zinnen één voor één te 'proberen', is een systeem dat ons meer houvast biedt dan de romantische voorstelling waarin nieuwe inzichten plots opduiken of in dromen verschijnen. Er zijn natuurlijk heel wat niet-logische *constraints*, waardoor de selectie van bruikbare zinnen efficiënter kan gebeuren.

In *"The web of belief"*[13] geven Quine en Ullian een overzicht van welke soorten zinnen een rol spelen in kennis-aangelegenheden: observatie-zinnen, zelf-evidente zinnen (definitorische en logische), getuigenissen, hypothesen, zinnen die voortkomen uit inductie, analogie of intuïtie, verklaringen, en tenslotte persuasieve en evaluatieve zinnen.[14] Onder deze zinnen kunnen we een onderscheid maken op basis van de rol die ze spelen in de constructie van een theorie.

(1) Zinnen die het het gebruik van termen vastleggen. Dat definities zelf-evident zijn, is natuurlijk geen universele waarheid. Ook het zogezegd zelf-evidente karakter van logische stellingen is afhankelijk van de logica die men kiest te gebruiken.

(2) Zinnen die vooral voortkomen uit het contact met de wereld. Deze zinnen hebben een beschrijvende of classificerende functie.

(3) Zinnen die hun oorsprong vooral vinden in onze verwachtingen ten aanzien van een theorie. Ik denk vooral aan zinnen die voortkomen uit onze behoefte om specifieke waarnemingsentiteiten te verklaren, en wat een wetenschap van het waardevolle in de wereld betreft: onze behoefte om betekenis te geven aan specifieke waarnemingsentiteiten.[15] Het zijn vooral zinnen van deze soort die de kern van een theorie uitmaken.

11.3.2 Formeel

Formeel gesproken is er eigenlijk weinig verschil tussen de drie onderscheiden soorten zinnen uit sectie 11.3.1. Een voor de hand liggend verschil is wel dat beschrijvingen vaak singuliere uitspraken zijn. Deze singuliere observatie-zinnen belanden normaal gezien niet in de uiteindelijke formulering van de theorie. Een goede theorie bevestigt natuurlijk de data. Een observatie als "entiteit a, met eigenschap P, heeft ook eigenschap Q", brengt niet met zich mee dat $Pa\&Qa \in \Gamma_{\langle\Sigma,\Theta\rangle}$, maar $\Gamma_{\langle\Sigma,\Theta\rangle}$ moet wel zo zijn, dat $\Gamma_{\langle\Sigma,\Theta\rangle} \cup \{Pa\} \vdash_{\mathbf{L}_{\langle\Sigma,\Theta\rangle}} Qa$. Overigens pleit het voor een theorie dat ze testen overleeft. Als $\Gamma_{\langle\Sigma,\Theta\rangle} \cup \{Pa\} \vdash_{\mathbf{L}_{\langle\Sigma,\Theta\rangle}} Qa$, en als we weten dat Pa het geval is, dan zou het contact

[13] [Quine/Ullian:1978].

[14] *'Vragen'* zijn opvallend afwezig in deze opsomming. In wat volgt heb ook ik het niet over erotetische logica's.

[15] De uitdrukking "waarnemingsentiteiten plaatsen", gebruik ik als een gemeenschappelijke noemer voor waarnemingsentiteiten verklaren" en "betekenis geven aan "waarnemingsentiteiten".

met de wereld moeten bevestigen dat Qa inderdaad het geval is. Hoewel observatie-zinnen gewoonlijk niet voorkomen in de kern van een theorie $\langle \Gamma_{\langle \Sigma, \Theta \rangle}, \mathbf{L}_{\langle \Sigma, \Theta \rangle} \rangle$, spelen ze een belangrijke rol in het wordingsproces van een theorie. Als een theorie $Pa \supset Qa$ waar maakt, terwijl de observatie ons leert dat $Pa \& {\sim} Qa$ het geval is, dan vrijwaart het gebruik van een correctieve adaptieve logica ons weliswaar van trivialiteit, maar dit belet niet dat we in zo'n geval met een probleem zitten dat opgelost moet worden. Het oplossen van dergelijke problemen, vormt de motor achter de ontwikkeling van wetenschappelijke theorieën.

Singuliere observatie-zinnen zijn, formeel gesproken, van de vorm $A(a)$ of van de vorm $(\exists x)A(x)$. Ik vermoed dat we kunnen aannemen dat alle andere zinnen die een rol kunnen spelen bij de constructie van een theorie van de vorm $(\forall x)A(x)$ zijn. In wat volgt maak ik een onderscheid tussen $\langle \Xi_{\langle \Sigma, \Theta \rangle}, \mathbf{L}_{\Xi} \rangle$ en $\langle \Gamma_{\langle \Sigma, \Theta \rangle}, \mathbf{L}_{\Gamma} \rangle$. $\langle \Xi_{\langle \Sigma, \Theta \rangle}, \mathbf{L}_{\Xi} \rangle$ staat voor de gemeenschappelijke kennis (over een bepaald domein) die een gemeenschap Σ er gedurende Θ op na houdt. $\langle \Gamma_{\langle \Sigma, \Theta \rangle}, \mathbf{L}_{\Gamma} \rangle$ —of zoals we voorgesteld hebben: $\langle \Gamma_{\langle \Sigma, \Theta \rangle}, \mathbf{ACLuN^m} \rangle$ staat voor een gemeenschappelijke theorie over een bepaald domein. We kunnen wel stellen dat voor een bepaalde uitspraak A, waarvoor $\Gamma_{\langle \Sigma, \Theta \rangle} \vdash_{\mathbf{L}_{\Gamma}} A$ het geval is, ook $\Xi_{\langle \Sigma, \Theta \rangle} \vdash_{\mathbf{L}_{\Xi}} A$ het geval zal zijn. De andere richting geldt echter niet. Galileo's bevinding dat het projectiel a de specifieke baan b beschrijft, behoort niet tot de kern van de klassieke mechanica, maar de klassieke mechanica kan Galileo's specifieke bevinding wel plaatsen.

11.3.3 Singuliere observatie-zinnen

In *"The web of belief"* wordt de logische-empirische idee in ere gehouden dat observaties en logische waarheden *de* zekerheden zijn waarrond een theorie opgebouwd wordt. We weten echter al dat de wereld geen verzameling netjes onderscheiden feiten is, en dat ons gebruik van zinnen slechts onder voorbehoud gemeenschappelijk kan genoemd worden. Observatie-zinnen kunnen we dus slechts onder voorbehoud gemeenschappelijk noemen. Als we sceptisch ingesteld zijn, zullen we de waarheid van nieuwe gegevens maar aanvaarden als verschillende waarnemers tot gelijkaardige bevindingen komen. Als we te maken hebben met een onderzoeksgemeenschap waarvan alle leden belang hebben bij de constructie van een betrouwbare theorie, zullen we gewoonlijk wel aannemen dat de inbreng van onze partners betrouwbaar is. Het is te zeggen: we zullen aannemen dat wat ze waargenomen hebben in principe door iedereen van de gemeenschap waargenomen kan of had kunnen worden. Als we niet over een uitgepuurde taal beschikken, zullen we echter niet zomaar aannemen dat de observatie-*zin* die gebruikt wordt om het observatie-gegeven weer te geven een eenduidige betekenis heeft.

11.3.4 'Spontane inductie'

Strikt genomen kan logisch-empirische kennis over de wereld slechts bestaan uit klassieke gevolgen van singuliere observatie-zinnen. Laat ons nog aannemen logisch-empiristen erin slagen hun waarnemingsgegevens weer te geven in een eenduidige taal. Wat zij dan bekomen, kunnen we het best vergelijken met een verzameling foto's: een verzameling zinnen die momentopnames van de waarneembare wereld zijn. Met deze 'foto's' kan men strikt genomen niets meer doen dan ze naast mekaar plaatsen, of ze in stukjes knippen. In logische taal: met waarnemingsgegevens en een deductieve logica, zijn eigenlijk alleen de conjunctie-regel en de simplificatie-regel relevant. Universeel gekwantificeerde formules, die typisch zijn voor wetenschappelijke kennis, kan men dan eigenlijk niet bekomen.

Slechts wanneer men met een eindig en overzichtelijk domein te maken heeft, met n elementen $a_1, \ldots, a_n$, kan men door observatie vaststellen of een uitspraak van de vorm $(\forall x)A(x)$ al dan niet het geval is, want dan is de volgende invulling van universeel gekwantificeerde formules van kracht:

$$(\forall x)A(x) =_{\mathsf{df}} A(a_1)\& \ldots \& A(a_n)$$

Desalniettemin kunnen we aannemen dat zelfs de meeste rabiate positivist *conjectures* maakt, en zijn waarnemingen als exemplarisch voor alle waarnemingen beschouwt, en universeel gekwantificeerde formules invoert. Inducties maken we in ons dagelijks leven eigenlijk vrij vlug. Het ligt immers in de lijn van de verwachtingen dat onze toevallige waarnemingen geen uitzonderingen zijn. We zijn echter haast even vlug in het bijsturen van onze al te snelle inducties. Als we één of twee P's gezien hebben die Q zijn, besluiten we dat alle P's Q zijn. Als we later echter een P zien die geen Q is, besluiten we dat het niet het geval is dat alle P's Q zijn, en dat het eveneens niet het geval is dat er geen enkele P Q is. Deze eenvoudige vaststellingen vragen om een (heel simpele) adaptieve logica voor inductie. De eerste logica voor inductie vinden we in [Batens:b]. In dit artikel schrijft Batens heel lakoniek “It is often said that there is no logic of induction. This view is mistaken: this paper contains one.” Die logica is even voor de hand liggend als zinnig. Ze laat toe om uit singuliere gegevens universele kwantificeringen van de vorm $\forall(A \supset B)$ af te leiden, tenzij en totdat er een tegenvoorbeeld afgeleid wordt. Batens schrijft in hetzelfde artikel dat universele generaliseringen aan twee voorwaarden moeten voldoen: (i) ze moeten compatibel zijn met de premissen; (ii) ze moeten onderling compatibel zijn. In mijn bespreking van deze inductielogica, baseer ik me op [Batens/Haesaert:2003].[16] **CL** is de ondergrenslogica voor de logica's $\mathbf{IL^r}$ en $\mathbf{IL^m}$. De abnormaliteiten zijn formules van de vorm $\exists A \& \exists{\sim}A$. Er is één conditionele regel, die toelaat om uit een lijn met $\exists A$ als tweede element en Δ als vijfde element, een lijn af te leiden met $\forall A$ als tweede element en $\Delta \cup \{\exists A \& \exists{\sim}A\}$ als vijfde element. De bovengrenslogica wordt **UCL** genoemd, en kunnen we bepalen als de logica die we bekomen door aan **CL** het axioma $\exists A \supset \forall A$ toe te voegen.

Het beste argument voor het gebruik van de logica's $\mathbf{IL^r}$ en $\mathbf{IL^m}$ is dat ze bestaan. Bovendien zijn ze heel eenvoudig, en intuïtief correct. Ter illustratie laat ik de logica $\mathbf{IL^m}$ los op dezelfde data die ik gebruikt heb in sectie 7.6.3 om een creatief gebruik van de logica $\mathbf{ACLuU^m}$ te illustreren. Net zoals in sectie sectie 7.6.3, concentreer ik me op inductieve veralgemeningen van de vorm $(\forall x)(Px \supset A)$. $?A$ gebruik ik als afkorting voor $(\exists x)A\&(\exists x){\sim}A$.

[16] In [Batens:b] wordt om didactische redenen gekozen voor abnormaliteiten van de vorm ${\sim}\forall(A \supset B)$. Het feit dat **CL** de ondergrenslogica is, samen met het feit dat $\vdash_{\mathbf{CL}} {\sim}\forall(A \supset B) \vee {\sim}\forall(A \supset {\sim}B) \vee {\sim}\forall({\sim}A \supset B) \vee {\sim}\forall({\sim}A \supset {\sim}B)$, brengt dan echter met zich mee dat geen enkele verzameling premissen ‘normale modellen’ heeft (zie [Batens/Haesaert:2003], p. 263.

	1.	Pa	Prem	$\emptyset$
	2.	Qa	Prem	$\emptyset$
	3.	$\sim Ra$	Prem	$\emptyset$
	4.	Pb	Prem	$\emptyset$
	5.	$\sim Rb$	Prem	$\emptyset$
	6.	$Pa \supset Qa$	2; RU	$\emptyset$
	7.	$(\forall x)(Px \supset Qx)$	6;RC	$\{?(Px \supset Qx)\}$
	8.	$Pa \supset \sim Ra$	3; RU	$\emptyset$
$\boxed{13}$	9.	$(\forall x)(Px \supset \sim Rx)$	8; RC	$\{?(Px \supset \sim Rx)\}$
	10.	$Pb \supset Rb$	4; RU	$\emptyset$
$\boxed{12}$	11.	$(\forall x)(Px \supset Rx)$	10; RC	$\{?(Px \supset Rx)\}$
	12.	$?(Px \supset Rx)$	1,3,5; RU	$\emptyset$
	13.	$?(Px \supset \sim Rx)$	3,4,5; RU	$\emptyset$

Net zoals op pagina 182 —maar deze keer *in* het bewijs— kunnen we op basis van de data $\{Pa, Pb, Qa, Ra, \sim Rb\}$ de universeel gekwantificeerde formule $(\forall x)(Px \supset Qx)$ afleiden. Ten opzichte van het creatief gebruik van $\mathbf{ACLuU^m}$ betekent deze logica een grote stap vooruit.

Wat wel opvalt is dat Pa en Pb een eigenaardige rol spelen. Als Pa niet gegeven zou zijn, zou $(\forall x)(Px \supset Qx)$ ook afleidbaar zijn, en zouden de formules $(\forall x)(Px \supset Rx)$ en $\sim Pa$ wel afleidbaar zijn. Wat het afleiden van $(\forall x)(Px \supset Qx)$ betreft, zien we immers dat ook $(\forall x)Qx$ ook afleidbaar is uit deze premissen, want we kunnen bijvoorbeeld de formules $(\forall x)(Tx \supset Qx)$, $(\forall x)(\sim Tx \supset Qx)$ en $(\forall x)((Tx \vee \sim Tx) \supset Qx)$ afleiden. Pa speelt wel een rol bij het afleiden van de DAB-formule in lijn 12, die ervoor zorgt dat lijn 11 gemarkeerd wordt. Zonder Pa is deze DAB-formule niet afleidbaar. Met andere woorden: Pa heeft geen invloed op het introduceren van formules van de vorm $(\forall x)(Px \supset A)$, maar wel op het elimineren van dergelijke formules. Dit roept bij mij de vraag op of de conditionele regel van een adaptieve logica er niet als volgt zou moeten uitzien:

> Als $\exists(A\&B)$ het tweede element is van een lijn waarvan Δ het vijfde element is, leid dan een lijn af met $\forall(A \supset B)$ als tweede element en $\Delta \cup \{\exists(A\&B)\&\exists(A\&\sim B)\}$ als vijfde element.

Het lijkt mij inderdaad minstens even aannemelijk om niet met abnormaliteiten van de vorm $\exists(A \supset B)\&\exists\sim(A \supset B)$ te werken, maar wel met abnormaliteiten van de vorm $\exists(A\&B)\&\exists(A\&\sim B)$.[17]

We moeten er wel rekening mee houden dat een inductieve logica alleen op formele aspecten let en ook inducties toelaat die we niet zouden maken als we ook op de inhoud van de data letten. Een fictief voorbeeld. Er wordt onderzoek gedaan naar acne bij 15-16-jarigen. Uit de ingezamelde data blijkt dat alle onderzochte jongeren regelmatig

[17] Als we het voorstel uit [Batens/Haesaert:2003] volgen, dan kunnen we in het hierna vermelde fictieve voorbeeld ook de uitspraak “Alle ooievaars masturberen” afleiden, terwijl deze uitspraak niet afleidbaar is als we de net voorgestelde eenvoudige wijziging doorvoeren. Deze formule wordt weliswaar weer weg gemarkeerd zodra we gegevens hebben over een ooievaar die niet masturbeert, maar de vraag stelt zich of we in specifieke omstandigheden rekening moeten houden met ooievaars.

masturberen. Dit laat toe te besluiten dat wie regelmatig masturbeert, acne heeft. Deze 'regelmaat' interpreteren als een oorzakelijk verband is natuurlijk nog meer fout. Men kan beter ook eens nagaan of er wel 15-16-jarigen zijn die niet regelmatig masturberen.

Tot slot van deze sectie over inductie wil ik nog vermelden dat tegenvoorbeelden voor spontane inducties eigenlijk een trigger vormen voor verder onderzoek. Als we de formule $(\forall x)(Px \supset Qx)$ afgeleid hebben, op basis van de gegevens $Pa\&Qa$ en $Pb\&Qb$, maar later ook vaststellen dat $Pc\&{\sim}cx$ het geval is, dan kan dit tegenvoorbeeld voor $(\forall x)(Px \supset Qx)$ aanleiding geven tot de vraag: welke eigenschappen hebben a en b waardoor zij Q zijn, en welke eigenschappen heeft c waardoor het niet Q is ? We kunnen dus op zoek gaan naar eigenschappen R en R', zodat $(\forall x)((Px\&Rx) \supset Qx)$ en $(\forall x)((Px\&R'x) \supset {\sim}Qx)$. Het ligt voor de hand dat we daartoe c vergelijken met a en b.

11.3.5 Achtergrondkennis

In [Batens/Haesaert:2003] wordt het gebruik van de eenvoudige inductieve logica's $\mathbf{IL^r}$ en $\mathbf{IL^m}$ gecombineerd met adaptieve logica's voor het gebruik van achtergrondgeneraliseringen en achtergrondtheorieën. De gecombineerde logica maakt gebruik van preferenties; aldus zorgt de logica zelf voor een strengere selectie van de adaptieve modellen.

Onder de achtergrondgeneraliseringen wordt een onderscheid gemaakt tussen 'gewone' en pragmatische achtergrondgeneraliseringen. De gewone achtergrondgeneraliseringen worden gemarkeerd zodra er een tegenvoorbeeld afgeleid wordt. Uit de pragmatische kunnen er instanties afgeleid worden ook nadat er tegenvoorbeelden afgeleid werden. Pragmatische achtergrondgeneraliseringen vinden hun oorsprong gewoonlijk in een andere theorie, een wereldbeeld of een *conceptual frame*.[18]

In [Batens/Haesaert:2003] worden drie keer twee adaptieve logica's bepaald, die dus respectievelijk dienen om met gewone achtergrondgeneraliseringen, met pragmatische achtergrondgeneraliseringen en met universeel gekwantificeerde formules afkomstig uit achtergrondtheorieën te werken. Bovendien worden deze drie (maal twee) verschillende logica's, samen met de logica $\mathbf{IL^r}$ of $\mathbf{IL^m}$ geïntegreerd in een **m**- of **r**-adaptieve logica waarin de gevolgen uit de data en uit de drie soorten achtergrondkennis dynamisch op elkaar inwerken. Deze integrerende logica bespreek ik niet (ik stel straks een alternatief voor). Ik belicht wel even de drie soorten 'achtergrond-logica's'.

De gewone achtergrondgeneraliseringen worden ingevoerd als formules van de vorm $\diamond^i\forall A$, waarin $\diamond^i$ een reeks is van i ruitjes. Hoe minder ruitjes voor een formule staan, hoe groter de prioriteit is die ze toegemeten krijgt. De ondergrenslogica is een ietwat ongewone modale logica, die hierdoor gekenmerkt wordt dat je met formules van de vorm $\diamond^i A$ eigenlijk niets kunt doen. In de adaptieve logica wordt de regel $\diamond A \supset A$ voorwaardelijk aangewend. Abnormaliteiten zijn van de vorm $\diamond^i\forall A\&{\sim}\forall A$. Uit een achtergrondgeneralisering $\diamond^i(\forall x)(Px \supset Qx)$ in een lijn met $\emptyset$ als vijfde element, kunnen we een lijn afleiden met $Pa \supset Qa$ als tweede en $\{\diamond^i(\forall x)(Px \supset Qx)\&{\sim}(\forall x)(Px \supset Qx)\}$ als vijfde element. Als de data bijvoorbeeld Pb en ${\sim}Qb$ bevatten, dan kan de DAB-formule $\diamond^i(\forall x)(Px \supset Qx)\&{\sim}(\forall x)(Px \supset Qx)$ afgeleid worden, en dan wordt de premisse

[18] [Batens/Haesaert:2003], p. 257.

$\diamond^i(\forall x)(Px \supset Qx)$ onbruikbaar. De prioriteiten (de reeksen ruitjes $\diamond^i$) spelen een rol in de markeer-definities. Op de precieze bepalingen ga ik niet dieper in, omdat ik straks een logica voorstel die op een andere manier met prioriteiten omgaat.

Pragmatische achtergrondgeneraliseringen worden eigenlijk beschouwd als verzamelingen instanties. Als $(\forall x)(Px \supset Qx)$ een pragmatische achtergrondgeneralisering is met prioriteit i, dan kunnen we voor elke constante a de premisse $\diamond^i(Pa \supset Qa)$ invoeren, en uit deze premisse kunnen we een lijn afleiden met $Pa \supset Qa$ als tweede en $\{\diamond^i(Pa \supset Qa) \& {\sim}(Pa \supset Qa)\}$ als vijfde element. Een dergelijke lijn wordt niet gemarkeerd als bijvoorbeeld $\diamond^i(Pb \supset Qb) \& {\sim}(Pb \supset Qb)$ onvoorwaardelijk afgeleid wordt.

Universeel gekwantificeerde formules die afkomstig zijn uit achtergrondtheorieën worden aangepakt met de modale operator $\Diamond$, zoals die in de logica **T** (van Feys) bepaald wordt. Als een gevolg van een theorie gefalsifieerd wordt, wordt de hele theorie verworpen. Universeel gekwantificeerde formules uit verworpen theorieën kunnen echter wel afzonderlijk ingevoerd worden als (pragmatische) achtergrondgeneraliseringen. Theorieën worden als één premisse $\Diamond^i(A_1\&\ldots\&A_n)$ ingevoerd. Abnormaliteiten zijn van de vorm $\Diamond^i(A_1\&\ldots\&A_n)\&{\sim}(A_1\&\ldots\&A_n)$. Een formule van de vorm $\Diamond^i(A_1\&\ldots\&A_n)\&{\sim}(A_1\&\ldots\&A_n)$ is afleidbaar uit bijvoorbeeld $\Diamond^i A_j \& {\sim} A_j$ $(1 \leq j \leq n)$.

Interessant is dat het artikel al deze logica's (inclusief de 'logica's voor spontane'inductie) integreert in de logica's $\mathbf{IL^{+r}}$ en $\mathbf{IL^{+m}}$, waarin zowel de regels $\diamond A \supset A$, $\Diamond A \supset A$, als $\exists A \supset \forall A$ voorwaardelijk toegepast worden, en waarin de markering afhankelijk is van de prioriteiten.

Het is een interessante idee om inductieve inferenties en het redeneren vanuit achtergrondkennis te integreren in één logica. Hieronder stel ik de logica **ALGG** voor, die weliswaar niet toelaat inductieve inferenties te genereren, maar die wel toelaat om met universeel gekwantificeerde formules van allerlei oorsprong te werken. De logica die ik voorstel doet dus hierin onder voor de logica die voorgesteld wordt in [Batens/Haesaert:2003] dat ze niet toelaat om de logica's $\mathbf{IL^r}$ of $\mathbf{IL^m}$ te integreren. Bovendien laat ze geen verschillende behandeling van universeel gekwantificeerde formules uit achtergrondtheorieën en gewone en pragmatische achtergrondgeneraliseringen toe. En daarbovenop zorgt de logica die ik voorstel niet zelf voor een selectie van de modellen op basis van de preferenties.

De logica **ALGG** laat wel toe om met informatie uit allerlei bronnen te werken. De data die gebruikt worden als premissen voor de logica's $\mathbf{IL^r}$ of $\mathbf{IL^m}$, komen in aanmerking, evenals de $\mathbf{IL^r}$- of de $\mathbf{IL^m}$-gevolgen van deze data. Ook alle universeel gekwantificeerde formules uit allerlei soorten achtergrondkennis komen in aanmerking. In tegenstelling tot de logica's $\mathbf{IL^{+r}}$ en $\mathbf{IL^{+m}}$ maakt **ALGG** slechts gebruik van één soort abnormaliteiten. Bovendien laat de logica **ALGG** wel toe om naderhand heel accuraat gebruik te maken van het feit dat premissen een andere prioriteit kunnen hebben naargelang hun oorsprong. Deze prioriteit moet echter niet op voorhand gekend zijn, waardoor een probleem omzeild wordt dat in [Batens/Haesaert:2003] eigenlijk niet behandeld wordt: is er wel een algemene manier om op voorhand prioriteiten toe te kennen aan de premissen waarmee we werken? Zijn singuliere data over het algemeen betrouwbaarder dan achtergrondtheorieën. Moeten generaliseringen die voortkomen uit *common sense* altijd een lagere prioriteit krijgen dan achtergrondtheorieën? En altijd een hogere dan spontane inducties ? Ik denk dat dergelijke vragen accurater beantwoord kunnen worden in concrete situaties voor concrete formules. De logica **ALGG** laat toe om het aantal toe te kennen prioriteiten minimaal te houden. Maar bovenal: de logica **ALGG** houdt ook rekening met het feit dat de betekenis van de niet-logische termen die gebruikt worden helemaal niet eenduidig is. We moeten ook rekening houden met het feit dat de data, die in de logica's $\mathbf{IL^{+r}}$ en $\mathbf{IL^{+m}}$onvoorwaardelijk ingevoerd kunnen worden, zelf abnormaal kunnen zijn, vooral vanwege het ontbreken van een positieve test voor het gemeenschappelijk gebruik van NLC. Als iemand een paard met twee bulten gezien heeft, en als we weten dat paarden hinniken, kunnen we dan zomaar besluiten dat dat paard met twee bulten hinnikt ?

De logica **ALGG** maakt gebruik van het mechanisme van ambiguïteiten-adaptieve logica's. In [Batens/Haesaert:2003] wordt trouwens een hint gegeven in de richting van het gebruik van een ambiguïteiten-adaptieve logica. Ik citeer: "[...] a pragmatic background generalization $(\forall x)(Px \supset Qx)$ should not be interpreted as "most P are Q". The idea is rather that there is an as yet unknown P', which is closely related to P, and an as yet unknown Q', which is closely related to Q, and that *all* P' are Q'."[19]

De interpretatie van de indices in de DAB-gevolgen van de premissen laat toe om bij de evaluatie van de DAB-formules een volgorde van onderzoek in te stellen. Deze volgorde heeft niet alleen te maken met prioriteiten op het vlak van betrouwbaarheid, maar ook met de kostprijs van het onderzoek. Vragen aan een lid van de onderzoeksgroep of hij of zij bij de formulering van een premisse gebruik gemaakt heeft van metaforen, kost bijvoorbeeld veel minder dan een steekproef organiseren.

11.4 ALGG, een adaptieve logica voor het gemeenschappelijke gebruik van (natuurlijke) talen.

11.4.1 Inleiding

De constructie van een theorie kunnen we opvatten als een communicatieproces. In sectie 11.4 stel ik een logica voor die kan gebruikt worden om dergelijke communicatieprocessen in goede banen te leiden, of, als het om bestaande theorieën gaat, te reconstrueren. Zoals uit de volgende secties zal blijken, kan deze logica dienen om te helpen bepalen welke richting verder onderzoek kan uitgaan. De aandacht wordt bij het gebruik van deze logica gefocust op het gemeenschappelijke gebruik van (natuurlijke) talen. Bovendien sluit deze logica perfect aan bij een kennisbeeld waarin onze ervaringen een centrale plaats krijgen.

Even resumeren. Wij willen vanuit onze ervaringen tot gemeenschappelijke kennis komen, maar botsen op een discrepantie:[20] ook al maken wij gebruik van een gemeenschappelijke taal, toch krijgen de termen die wij gebruiken voor elk van ons betekenis via onze individuele percepten en concepten. De norm "één term, één betekenis" kan dus maar gehaald worden als wij voor elk percept of concept dat wij willen uitdrukken

[19] [Batens/Haesaert:2003], p. 257.

[20] Zie sectie 10.3.1.

een nieuwe term gebruiken. Met zo'n eenduidige taal zou het onmogelijk worden om de (unieke) betekenis van onze termen te achterhalen. Als twee communicatiepartners σ_1 en σ_2 naar één en dezelfde boom kijken, en erover willen spreken, zouden zij één term moeten gebruiken voor het percept dat σ_1 zich daarvan maakt op tijdstip θ_1, en een andere term voor het percept dat σ_2 zich daarvan maakt op θ, en nog andere termen voor de percepten die σ_1 en σ_2 zich daarvan maken op tijdstippen $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \ldots$. De taal zou te precies zijn, en σ_1 en σ_2 zouden het niet meer over de boom zelf kunnen hebben. Als wij de norm "één term, één betekenis" willen halen, zou onze taal uitdrukking geven aan onze individuele, eenmalige percepten en concepten, maar zouden wij geen uitspraken kunnen formuleren waaraan iedereen een betekenis kan koppelen, laat staan dat onze taal iets over onze gemeenschappelijke wereld zou zeggen. Wij gaan dan ook omgekeerd te werk. We maken gebruik van een vooraf gegeven gemeenschappelijke taal en proberen te weten te komen in hoeverre wij ze op gemeenschappelijke wijze gebruiken. Wanneer wij ontdekken dat wij een bepaalde uitdrukking niet op gemeenschappelijke wijze gebruiken, schaven wij onze taal bij.

Om vat te krijgen op het gemeenschappelijk gebruik van een gemeenschappelijke taal, gebruik ik de adaptieve logica **ALGG**, de adaptieve logica voor het gemeenschappelijke gebruik van gemeenschappelijke talen. In de rest van hoofdstuk 11.4 geef ik een definitie van **ALGG** en leg ik uit hoe ik ertoe kom om **ALGG** zo te bepalen als ik ze bepaald heb.

11.4.2 De logica ALGG

De logica **ALGG** is een adaptieve logica, die enkel van de logica **ACL2** verschilt in de bepaling van de ondergrenslogica, en in het feit dat we abnormaliteiten van de logica **AAL^1** gebruiken.[21] De abnormaliteiten zijn dus formules van de vorm $C^l \neq C^\Sigma$, waarin C een NLC is.

Om de ondergrenslogica te bepalen, maken we gebruik van de volgende notationele afspraak:

Definitie 69 *Voor $A \in \mathcal{W}$: $A^l =_{\mathsf{df}}$ de formule die we bekomen door elke NLC C in A te vervangen door C^l.*

Als we kijken naar de bepaling van de verzameling $\mathcal{I}(A)$,[22] dan zien we meteen dat $A^l \in \mathcal{I}(A)$. Als $\Gamma = \{A\}$, dan is het echter niet zo dat $\{A^l\} \in \mathcal{I}(\Gamma)$.[23]

De ondergrenslogica van **ALGG** is **CL**, toegepast op verzamelingen $\Xi^I_{\langle\Sigma,\Theta\rangle}$ waarvan alle leden van de vorm A^l zijn.[24] Het is de bedoeling dat de logica **ALGG** gebruikt wordt

[21] Voor de bepaling van **ACL2**, zie sectie 7.8.2; voor de bepaling van de abnormaliteiten van de logica **AAL^1** zie bijvoorbeeld definitie 47, pagina 204.

[22] Zie pagina 196. $\mathcal{I}(A)$ is de verzameling van alle formules $A' \in \mathcal{W}^\omega$ die ten hoogste hierin verschillen van $A \in \mathcal{W}$ dat sommige of alle NLC van A een superscript krijgen in A'. Voor elke $A' \in \mathcal{I}(A)$, is de oorspronkelijke A dus de formule die we bekomen door de superscripts in A' weg te laten.

[23] Zie definitie 43, pagina 196.

[24] Voor de precieze definitie van $\Xi^I_{\langle\Sigma,\Theta\rangle}$, zie definitie 70.

in omstandigheden die toelaten een specifieke betekenis te koppelen aan de superscripts—zie volgende secties. Zoals **ACL2** wordt **ALGG** bepaald aan de hand van de **m**-strategie. **ALGG** is dus de 'luie' schrijfwijze voor $\mathbf{ALGG^m}$.

11.4.3 De logica ALGG en typeringen van ervaringen.

In hoofdstukken 1 en 2 heb ik ervoor gepleit om onze ervaringen een plaats te geven in ons beeld van de wetenschappen. In sectie 5.5 heb ik een klassieke predicatieve taal ontwikkeld waarin ervaringen gerepresenteerd worden aan de hand van tekenreeksen van de vorm $E^{\theta}_{\sigma} : T$. Laat me die taal $\mathcal{L}^E$ noemen. In wetenschappelijke output vinden we tot dusver weinig uitspraken die onder het taalschema van $\mathcal{L}^E$ vallen, behalve dan zinnen als "Einstein schrijft dat A", en "Schrödinger schrijft dat B". In de eigenlijke wetenschappelijke theorieën staat echter alleen "A" of "B". In wetenschappelijke theorieën worden niet de ervaringen van de onderzoekers weergegeven, maar het object van hun ervaringen. In deze sectie wil ik tonen dat de taal $\mathcal{L}^E$, in combinatie met een ambiguïteiten-adaptieve logica, ons toelaat om om het even welke theorie te reconstrueren op een manier waarin wel rekening gehouden met het feit dat alle wetenschappelijke begrippen eigenlijk alleen bestaan in de hoofden van de mensen die de wetenschappelijke uitdrukkingen gebruiken.[25] Deze manier om wetenschappen te reconstrueren is meteen een geschikte manier om nieuwe theorieën te construeren.

Om te beginnen beperken we de verzameling $\mathcal{T}_\Sigma$ van typeringen van ervaringen tot typeringen van de vorm $\Xi(A)$ waarin A een welgevormde klassieke formule is, en $\Xi(A)$ staat voor "weten dat A", "waarnemen dat A", "zich voorstellen dat A", $\ldots$, kortom voor alles vormen van expliciet weten dat A.

Een tweede restrictie die we doorvoeren is de volgende. We beschouwen alleen welgevormde primitieve formules, dus formules die effectief van de vorm $E^{\theta}_{\sigma} : \Xi(A)$ zijn. We laten dus geen kwantoren toe over E^x_y, noch connectieven die formules van de vorm $E^{\theta}_{\sigma} : \Xi(A)$ complexer maken.

Vervolgens maken we een notationele afspraak. We herschrijven elke formule van de vorm "$E^{\theta}_{\sigma} : \Xi(A)$" als $A^{\langle\sigma,\theta\rangle}$. Deze notatie is natuurlijk *ook* te lezen als een vertaling van de zin A.

De volgende stap vraagt misschien iets meer verantwoording (zie sectie 11.4.4). Die volgende stap bestaat er namelijk in $A^{\langle\sigma,\theta\rangle}$ te vervangen door de formule A waarin alle NLC het superscript $\langle\sigma,\theta\rangle$ krijgen.

Als Σ en Θ respectievelijk staan voor een gemeenschap van onderzoekers, en de periode waarin het onderzoek plaats vindt,[26] dan kunnen we $\Xi^I_{\langle\Sigma,\Theta\rangle}$ als volgt bepalen:

Definitie 70 $\quad \Xi^I_{\langle\Sigma,\Theta\rangle} = \{A^{\langle\sigma,\theta\rangle} \mid A \in \mathcal{W}, \sigma \in \Sigma, \theta \in \Theta, \textit{ en } E^{\theta}_{\sigma} : \Xi(A)\}$

Eerst wil ik nog een technische afspraak maken omtrent de superscripts.[27] $\langle\mathsf{CO}\rangle$ zullen wij beschouwen als de verzameling labels, die representaties zijn van 'wie en wanneer' of

[25] Zie sectie 10.3.

[26] Zie sectie 5.5, pagina 126.

[27] Ik gebruik "index", "superscript" en "label" door elkaar, als synoniemen.

preciezer: van de bevinding of de opvatting van één of meerdere communicatiepartners gedurende een bepaalde periode. Ook als wij niet precies weten wie wanneer een bepaalde premisse gebruikt, kunnen wij namen voor leden van $\langle \mathsf{CO} \rangle$ gebruiken om onze premissen te labelen. Over het algemeen zal ik een superscript $\langle \sigma_i, \theta_i \rangle$ afkorten als i. Het superscript $\langle \Sigma, \Theta \rangle$ kort ik af als Σ. Als $l \in \langle \mathsf{CO} \rangle$, dan staat A^l voor de formule A waarin elke NLC C vervangen wordt door C^l.

Ik geef een eenvoudig voorbeeld van een bewijs. Zoals voorheen kort ik $C^i \neq C^\Sigma$ af tot $?C^i$.

	1.	P^1a^1	Prem	$\emptyset$
	2.	Q^2b^2	Prem	$\emptyset$
	3.	$(\forall x)((P^3x \vee Q^3x) \supset R^3x)$	Prem	$\emptyset$
	4.	$\sim R^4b^4$	Prem	$\emptyset$
	5.	$P^\Sigma a^\Sigma$	1; RC	$\{?P^1, ?a^1\}$
$\boxed{20}$	6.	$Q^\Sigma a^\Sigma$	2; RC	$\{?Q^2, ?b^2\}$
$\boxed{20}$	7.	$(\forall x)((P^\Sigma x \vee Q^\Sigma x) \supset R^\Sigma x)$	3; RC	$\{?P^3, ?Q^3, ?R^3\}$
$\boxed{20}$	8.	$(P^\Sigma a^\Sigma \vee Q^\Sigma a^\Sigma) \supset R^\Sigma a^\Sigma$	7; RC	$\{?P^3, ?Q^3, ?R^3\}$
$\boxed{20}$	9.	$(P^\Sigma b^\Sigma \vee Q^\Sigma b^\Sigma) \supset R^\Sigma b^\Sigma$	7; RC	$\{?P^3, ?Q^3, ?R^3\}$
$\boxed{20}$	10.	$R^\Sigma a^\Sigma$	5,8; RC	$\{?P^1, ?a^1, ?P^3, ?Q^3, ?R^3\}$
$\boxed{20}$	11.	$R^\Sigma b^\Sigma$	6;9 RC	$\{?Q^2, ?b^2, ?P^3, ?Q^3, ?R^3\}$
$\boxed{20}$	12.	$\sim R^\Sigma b^\Sigma$	4; RC	$\{?R^4, ?b^4\}$
	13.	$\mathsf{DAB}\{?Q^2, ?b^2, ?P^3, ?Q^3, ?R^3, ?R^4, ?b^4\}$	11,12; IDAB	$\emptyset$
	14.	$(\forall x)((P^3x \supset R^3x)$	3; RU	$\emptyset$
	15.	$(\forall x)((P^\Sigma x \supset R^3x)$	14; RU	$\{?P^3\}$
	16.	$P^\Sigma a^\Sigma \supset R^3a^\Sigma$	15;RU	$\{?P^3\}$
	17.	R^3a^Σ	5,16; RU	$\{?P^1, ?a^1, ?P^3\}$
	18.	$(\forall x)((Q^3x \supset R^3x)$	3; RU	$\emptyset$
	19.	$Q^3b^\Sigma \supset R^3b^\Sigma$	18; RU	$\emptyset$
	20.	$\mathsf{DAB}\{?Q^2, ?b^2, ?Q^3, ?R^3, ?R^4, ?b^4\}$	2,4,19; RU	$\emptyset$

In stadium 13 worden lijnen 6 tot en met 12 gemarkeerd. Lijnen 15, 16 en 17 worden gemarkeerd zodra ze neergeschreven worden, maar verliezen hun markering weer in stadium 20. In stadium 20 is er geen reden meer om de INLC P^3 ervan te verdenken niet op een gemeenschappelijke manier gebruikt te zijn. Op het eerste gezicht blijven er misschien veel abnormaliteiten over, maar uiteindelijk zijn er slechts drie NLC waarvan het gebruik moet gecontroleerd worden. Als $\mathsf{v}(b^2)$, het object waar b^2 naar verwijst, nog aanwezig is, kan de 4de communicatiepartner meteen zien of b^4 naar hetzelfde verwijst. Als $\mathsf{v}(b^2)$ niet meer aanwezig is, en $\mathsf{v}(b^4)$ ook niet meer, dan kunnen de 2de en de 3de communicatiepartner aan elkaar vragen en aan elkaar proberen uitleggen hoe ze het predikaat Q eigenlijk gebruikt hebben. Als blijkt dat Q^2 anders bedoeld is dan Q^3, dan kan een nieuwe term S ingevoerd worden, bijvoorbeeld ter vervanging van Q^2, en dan krijgen we het volgende bewijs:

1.	P^1a^1	Prem	$\emptyset$
2.	S^2b^2	Prem	$\emptyset$
3.	$(\forall x)((P^3x \vee Q^3x) \supset R^3x)$	Prem	$\emptyset$

4.	$\sim R^4 b^4$	PREM	$\emptyset$
5.	$P^\Sigma a^\Sigma$	1; RC	$\{?P^1, ?a^1\}$
6.	$S^\Sigma a^\Sigma$	2; RC	$\{?S^2, ?b^2\}$
7.	$(\forall x)((P^\Sigma x \vee Q^\Sigma x) \supset R^\Sigma x)$	3; RC	$\{?P^3, ?Q^3, ?R^3\}$
8.	$(P^\Sigma a^\Sigma \vee Q^\Sigma a^\Sigma) \supset R^\Sigma a^\Sigma$	7; RC	$\{?P^3, ?Q^3, ?R^3\}$
9.	$(P^\Sigma b^\Sigma \vee Q^\Sigma b^\Sigma) \supset R^\Sigma b^\Sigma$	7; RC	$\{?P^3, ?Q^3, ?R^3\}$
10.	$R^\Sigma a^\Sigma$	5,8; RC	$\{?P^1, ?a^1, ?P^3, ?Q^3, ?R^3\}$
11.	$\sim R^\Sigma b^\Sigma$	4; RC	$\{?R^4, ?b^4\}$
12.	$\sim P^\Sigma b^\Sigma \& \sim Q^\Sigma b^\Sigma$	9,11;RU	$\{?P^3, ?Q^3, ?R^3, ?R^4, ?b^4\}$

Door het aanduiden van één plaats waar een term niet op gemeenschappelijke wijze gebruikt wordt, kan het afleiden van DAB-formules verhinderd worden, en kunnen alle individuele premissen gebruikt worden als gemeenschappelijke premissen.

Het spreekt voor zich dat we door het gebruik van de labels ook achtergrondkennis kunnen toelaten als input voor **ALGG**-bewijzen. Het label waarvan we deze input voorzien, kan ofwel verwijzen naar de onderzoeker die deze input voor het eerst aanbrengt, of naar de onderzoekers die de achtergrondtheorie geconstrueerd hebben. Inductieve inferenties kunnen niet gemaakt worden *in* het bewijs, maar het spreekt voor zich dat er in elk stadium van een bewijs inductieve generaliseringen ingevoerd kunnen worden, voorzien van een nieuw label. De interpretatie van deze labels laat een niet-logische verwerking van prioriteiten toe. Hiervoor verwijs ik naar sectie 11.6.

Het is misschien interessant een overzicht te geven van de verschillende stappen die leiden van een waarneming door σ op θ, tot de aanvaarding van een gemeenschappelijke observatie-zin A. Figuur 11.1 geeft het best-casescenario weer, het is te zeggen, te situatie die zich voordoet wanneer er geen reden is om eraan te twijfelen of σ de zin A op gemeenschappelijke wijze gebruikt.
We beginnen bij een waarneming door σ op θ. Stap $\Downarrow 1$ bestaat in het associëren van zintuiglijke input met de zin A (dit is een stap die 'in het hoofd van σ' gebeurt). Stap $\Downarrow 2$ gebeurt later, en bestaat in het typeren van de ervaring (die σ had op θ) als het (expliciet) weten dat A. Zodra deze typering publiek gemaakt wordt, kan in principe iedereen de ervaring E^θ_σ typeren als het weet hebben dat A. Om in aanmerking te komen als input voor gemeenschappelijke kennis moet er hoe dan ook rapportering gebeuren. Stap $\Downarrow 4$ kunnen we beschouwen als een notationele ingreep. Deze ingreep gebeurt echter niet zonder accentverschuiving. Waar $E^\theta_\sigma : \Xi(A)$ nog duidelijk een uitspraak over een ervaring is, ziet $A^{\langle\sigma,\theta\rangle}$ er al meer uit als de weergave van 'iets objectiefs', gezien door de ogen van σ op θ. Bovendien is de stap die erin bestaat $A^{\langle\sigma,\theta\rangle}$ te lezen als de formule A waarin alleen de NLC op een niet-gemeenschappelijke manier kunnen gebruikt zijn, geen evidente stap. Als er in de confrontatie met andere inbreng geen abnormaliteiten opduiken, en als de onderzoeksgroep Σ waartoe σ behoort niet al te sceptisch ingesteld is, kan de inbreng van σ aanvaard worden als een gemeenschappelijke observatie-zin. Het is alleen in stap $\Downarrow 5$ dat abnormaliteiten aan het licht kunnen komen. Precies met deze stap houdt de logica **ALGG** zich bezig. Theoretisch is het mogelijk nu ook nog A af te leiden als 'objectieve uitspraak', maar dit lijkt mij absurd en overbodig. In veel gevallen is het trouwens nuttig de herkomst van een observatie-zin bij te houden.

Figuur 11.1: **Van individuele waarneming tot gemeenschappelijke observatiezin; optimistische versie.**

$$
\begin{array}{c}
\sigma \text{ neemt iets waar.} \\
\Downarrow 1 \\
E^{\theta}_{\sigma} : \gamma(g \simeq A) \\
\Downarrow 2 \\
E^{\theta}_{\sigma} : \Xi(A) \\
\Downarrow 3 \\
\text{Rapportering} \\
\Downarrow 4 \\
A^{\langle\sigma,\theta\rangle} \\
\Downarrow 5 \\
A^{\langle\Sigma,\Theta\rangle}
\end{array}
$$

11.4.4 Omtrent de keuze van ALGG.

In deze sectie leg ik uit waarom ik precies voor deze 'ambiguë' interpretatie van $A^{\langle\sigma,\theta\rangle}$ gekozen heb, en waarom ik de logica **ALGG** bepaal zoals ik ze bepaal.

In ideale omstandigheden zouden we kunnen aannemen dat alle relevante ervaringen van de vorm $E^{\theta}_{\sigma} : \Xi(A)$ van dien aard zijn dat we onmiddellijk kunnen aannemen dat $A^{\langle\Sigma,\Theta\rangle} \in \Xi^{I}_{\langle\Sigma,\Theta\rangle}$, namelijk dat A als gemeenschappelijke kennis beschouwd wordt, en dat A moet geplaatst worden in de uiteindelijke theorie $\langle\Gamma_{\langle\Sigma,\Theta\rangle}, \mathbf{ACLuN^m}\rangle$.[28] We hebben echter alle redenen om aan te nemen dat niet alle dergelijke formules A eenduidig zijn. Gelet op de bevindingen in hoofdstuk 10 verwachten we in de eerste plaats dat de norm "één term, één betekenis" niet gehaald wordt. In een vroeg stadium van een nieuwe theorie zou het onrealistisch zijn ervan uit te gaan dat iedereen alle termen op één gemeenschappelijke wijze gebruikt. Wat dit gemeenschappelijk gebruik van een term betreft, weten we dat we strikt genomen nooit kunnen vaststellen dat alle leden van een gemeenschap een bepaalde term op een gemeenschappelijke wijze gebruiken. Wanneer het gebruik van een term door verschillende communicatiepartners leidt tot een inconsistentie, stellen we wel positief vast dat die term *niet* op een gemeenschappelijke manier gebruikt wordt. We kunnen dus alleen maar op een adaptieve wijze besluiten dat een term op gemeenschappelijke wijze gebruikt wordt. Dit gaat als volgt: voor elke relevante ervaring van de vorm $E^{\theta}_{\sigma} : \Xi(A)$, nemen we aan dat ${\sim}C^{\langle\sigma,\theta\rangle} \neq C^{\langle\Sigma,\Theta\rangle}$ het geval is voor elke

[28] En als we dan toch ideale omstandigheden veronderstellen kunnen we evengoed spreken van de theorie $\langle\Gamma_{\langle\Sigma,\Theta\rangle}, \mathbf{CL}\rangle$.

NLC C in A, tenzij en totdat het tegendeel blijkt. Dit levert al een globaal argument voor de keuze van een ambiguïteiten-adaptieve logica en van premissen van de vorm $A^{\langle\sigma,\theta\rangle}$. Toch blijven er nog een aantal onbeantwoorde vragen over, die ik hier opsom:

- Waarom krijgen alle NLC in één premisse hetzelfde superscript ?
- Waarom zijn het NLC die een superscript krijgen (en bijvoorbeeld niet (sub)formules) ?
- Waarom zijn de abnormaliteiten van de vorm $A^{\langle\sigma,\theta\rangle} \neq A^{\langle\Sigma,\Theta\rangle}$ en niet van de vorm $A^{\langle\sigma,\theta\rangle} \neq A^{\langle\sigma',\theta'\rangle}$?
- In verband met de vertaling: waarom werken met een adaptieve logica van het type (7.2) en niet van het type (7.1) (zie sectie 7.5.3) ?
- Waarom niet simpelweg in $\mathbf{ACLuN^m}$ of $\mathbf{A[CL]^m}$ de formules van superscripten voorzien ?
- Waarom de **m**-strategie en niet de **r**-strategie ?

Op welk niveau laten we abnormaliteiten toe ?

Als we in beeld willen brengen hoe een gemeenschappelijke taal geleidelijk aan wetenschappelijker wordt, is het misschien wel aannemelijk dat we daartoe een ambiguïteiten-adaptieve logica gebruiken, maar als we het concreet taalgebruik bekijken, weten we dat het niet alleen de NLC zijn die op een niet-gemeenschappelijke manier gebruikt worden. Vaak zijn het complexe uitdrukkingen die als geheel op een niet-gemeenschappelijke manier gebruikt worden. De logica **ALGG** zou dus adequater zijn als ze ambiguïteiten toeliet op alle niveaus. Doorheen mijn onderzoek naar dergelijke logische systemen ben ik echter tot de bevinding gekomen dat een logica die 'niet-logische keuzes' omtrent de bepaling van toegestane abnormaliteiten wil vermijden, log en onpraktisch wordt (zie sectie 7.8.4 en eigenlijk ook al sectie 7.7). Bij het kiezen van een geschikt instrument moeten we echter niet alleen rekening houden met filosofische overwegingen, maar moeten we ook kijken naar de concrete effecten van het gebruik van het instrument. De logica **ALGG** heeft het voordeel dat ze veel minder log is dan een logica die ambiguïteiten op alle niveaus toelaat. Bovendien laten de indices van de abnormaliteiten ons toe om ineens de hele premisse waarin de betreffende INLC voorkomt, te bevragen. Als $C^{\langle\sigma,\theta\rangle}$ voorkomt in $A^{\langle\sigma,\theta\rangle}$, en als de DAB-formule $\mathsf{DAB}(\Delta \cup \{C^{\langle\sigma,\theta\rangle} \neq C^{\langle\Sigma,\Theta\rangle}\})$ afgeleid wordt, kunnen we altijd eerst informeren of σ de formule A niet als geheel op een abnormale manier gebruikt heeft.

We zouden echter ook in overweging kunnen nemen om indices toe te voegen in de formules die we neerschrijven in een $\mathbf{ACLuN^m}$-bewijs. Deze indices zouden dan geen invloed hebben op de berekening van de $\mathbf{ACLuN^m}$-gevolgen, maar zouden wel toelaten om de oorsprong van de abnormaliteiten te achterhalen. Voorbeelden zoals deze die aangehaald worden in sectie 7.5.2 geven echter aan dat $\mathbf{ACLuN^m}$ vaak te weinig formules verdacht maakt. $\mathbf{ACLuN^m}$ heeft de eigenschap het aantal abnormaliteiten zo laag mogelijk te houden, en deze eigenschap is een positieve kwaliteit als we een zo rijk mogelijke, niet-triviale deductieve logica willen gebruiken, maar wanneer we vat willen krijgen op het gemeenschappelijke gebruik van de taal, ligt het, bijvoorbeeld, voor de hand dat we evenzeer (de NLC in) A verdenken als we uit A en $A \supset B$ willen besluiten tot B, als dat we (de NLC in) D verdenken als we uit $A \supset D$ en $\sim D$ besluiten tot $\sim A$.[29]

Een tussenoplossing zou erin kunnen bestaan dat we alleen primitieve formules verdenken. Deze 'tussenoplossing' brengt echter met zich mee dat bijvoorbeeld $\{Pab^l, \sim Pab^k\}$ 16 minimale DAB-gevolgen heeft, namelijk

$$Pab^l \neq Pab^\Sigma \vee Pab^k \neq Pab^\Sigma$$
$$Pab^l \neq Pab^\Sigma \vee Pax^k \neq Pax^\Sigma$$
$$Pab^l \neq Pab^\Sigma \vee Pxb^k \neq Pxb^\Sigma$$
$$Pab^l \neq Pab^\Sigma \vee Pxy^k \neq Pxy^\Sigma$$
$$\vdots$$
$$Pxy^l \neq Pxy^\Sigma \vee Pxy^k \neq Pxy^\Sigma$$

in plaats van één met **ALGG**.[30] Deze 'tussenoplossing' is dus geen goeie oplossing.

Intern-consistente premissen

Ik denk niet dat het zin heeft om binnenin één premisse nog op zoek te gaan naar betekenisverschuivingen. Als wij tot gemeenschappelijke kennis willen komen, en iemand zegt in één adem "$A\&(A \supset B)$" dan kunnen wij er wel van op aan dat A hierin twee keer dezelfde betekenis heeft. Wij kunnen dus elke premisse met precies één koppel $\langle \sigma, \theta \rangle$ laten overeenstemmen. Omgekeerd is het wel mogelijk dat wij meerdere premissen met hetzelfde koppel laten overeenstemmen, als wij bijvoorbeeld weten dat een communicatiepartner een gans verhaal doet om een ervaring uit te drukken. In de praktijk kunnen wij de premissen die samen één verhaal vormen, schrijven als één conjunctie van deze premissen. Dan kunnen wij vasthouden aan de vuistregel: één premisse, één label.

Als we de formalisering van de Russell-paradox als premisse beschouwen, die op pagina 7.8.3 gebruikt werd als illustratie van de $\mathbf{AAL^0}$-gevolgrelatie, dan bekomen we de volgende **ALGG**-premisse:

$$(\exists x)(V^r x \& (\forall y)(V^r y \supset (L^r yx \equiv \sim L^r yx)))$$

Deze premisse is, ook na het toevoegen van de indices, nog inconsistent. $\perp$ is een **CL**-gevolg van deze premisse. De vertaling die gebruikt wordt om de logica **ALGG** te bepalen verschaft ons dus geen absolute garantie tegen trivialiteit. Op het eerste gezicht lijkt deze vaststelling een argument te vormen tegen deze bepaling van **ALGG**, maar als we de bedenking in rekening brengen, die vermeld wordt op pagina 72 in punt (ii),[31] dan kunnen we echter besluiten dat dergelijke premissen vermeden kunnen worden als we premissen proberen te formuleren die iets zeggen over de wereld in plaats van premissen die enkel

[29] Dit komt nog even ter sprake onder de titel "Andere correctieve adaptieve logica's" op pagina 268.

[30] Namelijk $P^l \neq P^\Sigma \vee P^k \neq P^\Sigma \vee a^l \neq a^\Sigma \vee a^k \neq a^\Sigma \vee b^l \neq b^\Sigma \vee b^k \neq b^\Sigma$.

[31] En des te meer als we 'het scheermes' hanteren dat in sectie 13.1 van de appendix voorgesteld wordt.

geformuleerd worden omdat ze grammaticaal correct zijn en dus *kunnen* geformuleerd worden. Ik bedoel: moeten we een instrument afvoeren omdat iemand het misbruikt? Het is onmogelijk om met perfecte premissen te werken, maar dit wil niet zeggen dat we om het even welke onzin als premisse moeten dulden. We kunnen ervan uitgaan dat een groep communicatiepartners die een theorie construeren *over de wereld*, geen reden zullen hebben om dergelijke intern-inconsistente premissen in overweging te nemen, net zomin als ze $\perp$ een geschikte premisse voor een theorie over de wereld zouden vinden.

Hoe geven we "niet-gemeenschappelijk gebruik" formeel weer?

Wij kunnen twee invullingen geven aan "σ en σ' gebruiken de formule A op gemeenschappelijke wijze." Een eerste invulling bestaat erin dat σ en σ' *onderling* de formule op gemeenschappelijke wijze gebruiken. De tweede invulling is als volgt: σ en σ' behoren tot een gemeenschap Σ, en we nemen aan dat er voor elke term een gemeenschappelijk gebruik (in de maak) is. Met deze invulling gebruiken σ en σ' beiden apart de formule A op gemeenschappelijke wijze.

Als wij de eerste invulling volgen, dan komen de adaptieve voorwaarden erop neer dat de formule $C^{\langle\sigma,\theta\rangle}\neq C^{\langle\sigma',\theta'\rangle}$ niet waar mag zijn, voor elke NLC C in A. Als wij de tweede invulling volgen, dan mag de formule $C^{\langle\sigma,\theta\rangle}\neq C^{\langle\Sigma,\Theta\rangle} \vee C^{\langle\sigma',\theta'\rangle}\neq C^{\langle\Sigma,\Theta\rangle}$ niet waar zijn. Voor **ALGG** hebben we de tweede invulling gevolgd. Een eerste argument voor deze keuze is te vinden in het feit dat we uiteindelijk toch tot een gemeenschappelijk gebruik van de termen in kwestie door alle leden van Σ willen komen.

Een tweede argument is te vinden in het feit dat alle formules van de vorm $C^i\neq C^j$ verdacht worden, zodra $C^{\langle\sigma,\theta\rangle}\neq C^{\langle\sigma',\theta'\rangle}$ verdacht is. Voor de technische verklaring hiervan verwijs ik naar pagina's 197 en 206.

Een derde argument gaat als volgt. Als voldaan is aan de voorwaarde dat $C^{\langle\sigma,\theta\rangle}\neq C^{\langle\Sigma,\Theta\rangle} \vee C^{\langle\sigma',\theta'\rangle}\neq C^{\langle\Sigma,\Theta\rangle}$ niet mag waar zijn, dan is er meteen ook voldaan aan de voorwaarde dat $C^{\langle\sigma,\theta\rangle}\neq C^{\langle\sigma',\theta'\rangle}$ niet waar mag zijn. Stel dat ${\sim}C^{\langle\sigma,\theta\rangle}\neq C^{\langle\sigma',\theta'\rangle}$ en $C^{\langle\sigma,\theta\rangle}\neq C^{\langle\Sigma,\Theta\rangle} \vee C^{\langle\sigma',\theta'\rangle}\neq C^{\langle\Sigma,\Theta\rangle}$ beide waar zijn; dan zou ook de formule $C^{\langle\Sigma,\Theta\rangle}\neq C^{\langle\Sigma,\Theta\rangle}$ waar zijn, wat duidelijk niet kan.

De keuze voor de tweede invulling van "gemeenschappelijk gebruik van formules" heeft technische voordelen, maar is ook filosofisch te verantwoorden. Stel dat wij een gemeenschap Σ hebben van twee leden σ en σ'. Wat betekent het dan dat een formule van de vorm $C^{\langle\sigma,\theta\rangle}\neq C^{\langle\Sigma,\Theta\rangle}\vee C^{\langle\sigma',\theta'\rangle}\neq C^{\langle\Sigma,\Theta\rangle}$ waar is? Als $C^{\langle\sigma,\theta\rangle}\neq C^{\langle\Sigma,\Theta\rangle}$ waar is, dan komt de manier waarop σ de NLC C gebruikt niet overeen met het gemeenschappelijk gebruik van A. "Het gemeenschappelijk gebruik van A" staat echter voor "de gemeenschappelijke manier waarop σ en σ' A gebruiken", want $\Sigma = \{\sigma, \sigma'\}$. Vanzelfsprekend maakt σ gebruik van A zoals σ gebruik maakt van A. En dus komt het feit dat σ de formule A niet op gemeenschappelijke wijze gebruikt, erop neer dat σ en σ' de formule A niet op gemeenschappelijke wijze gebruiken. Wij kunnen dus zeggen dat de hier gekozen invulling het alternatief incorporeert.

Vergissingen ?

Het is natuurlijk niet zo dat alle inconsistenties te wijten zijn aan een niet-gemeenschappelijk taalgebruik. We kunnen ons ook vergissen, ook in een klaar en duidelijke taal. Formeel gesproken komen vergissingen maar aan het licht voor zover er abnormaliteiten opduiken. In **ALGG** komen vergissingen dus aan het licht wanneer formules van de vorm $C_1^{i_1} \neq C_1^{\Sigma} \vee \ldots \vee C_n^{i_n} \neq C_n^{\Sigma}$ afgeleid worden. Slechts in onze interpretatie zijn de disjuncten van deze formules abnormaliteiten ten opzichte van het gemeenschappelijke gebruik van de betreffende NLC. Of dit werkelijk zo is, moet blijken uit een evaluatie. Als de evaluatie aan het licht brengt dat alle INLC $C_j^{i_j}$ op een gemeenschappelijke manier gebruikt worden, dan moeten we de evaluatie verder zetten, en ons afvragen of de premissen waarin de INLC $C_1^{i_1} \ldots, C_n^{i_n}$ voorkomen niet op een andere manier abnormaal kunnen zijn.

Andere correctieve adaptieve logica's

Het is niet omdat de filosofie achter het instrument beter aansluit bij onze doelstellingen, dat het instrument daarom ook het beste is om onze doelstellingen te realiseren. Een logica die filosofisch goed onderbouwd is, kan te complex zijn (te genuanceerde taal, afleidingsregels die wel technisch in orde zijn, maar veel te complex worden om in het dagelijks leven toegepast te worden, ...). Daarom: een evaluatie.

In [Batens:2003c] worden verschillende correctieve adaptieve logica's met elkaar vergeleken. Zoals ook al aangegeven werd in sectie 7.5.1 scoren de inconsistentie-adaptieve logica's met **CLuN** als ondergrenslogica beter dan de inconsistentie-adaptieve logica's met **CLuNs** als ondergrenslogica, omdat deze laatste inconsistenties *spreiden*.[32] Een inconsistentie als $(p \vee q) \& {\sim}(p \vee q)$ wordt inderdaad gespreid over twee inconsistenties $(p \& {\sim}p) \vee (q \& {\sim}q)$. In het voorbeeld dat aangegeven wordt in sectie 7.5.1, stellen we vast dat dit ertoe leidt dat s geen $\mathbf{ACLuNs^m}$ gevolg maar wel een $\mathbf{ACLuN^m}$-gevolg is van $\{p,\, r,\, r \supset {\sim}(p \vee q),\, {\sim}p \vee s\}$. We kunnen echter niet stellen dat het altijd het geval is dat $Cn_{\mathbf{ACLuNs^m}}(\Gamma) \subseteq Cn_{\mathbf{ACLuN^m}}(\Gamma)$, want als we hetzelfde voorbeeld bekijken, dan zien we meteen dat ${\sim}p$ en ${\sim}q$ wel $\mathbf{ACLuNs^m}$-gevolgen zijn, maar geen $\mathbf{ACLuN^m}$-gevolgen. Het betreft hier dan wel formules die betrokken zijn in de minimale DAB-gevolgen van deze premissen.

In [Batens:2003c] worden ambiguïteiten-adaptieve logica's verder buiten beschouwing gelaten met als enige argument dat ze abnormaliteiten spreiden. Het is inderdaad waar dat de bestaande ambiguïteiten-adaptieve logica's veel overeenkomsten vertonen met $\mathbf{ACLuNs^r}$ en $\mathbf{ACLuNs^m}$, en vaak ook nog armer zijn omdat modus ponens bijvoorbeeld onvoorwaardelijk toegepast kan worden in $\mathbf{ACLuNs^r}$ en $\mathbf{ACLuNs^m}$ maar niet in de bestaande ambiguïteiten-adaptieve logica's.

Ter vergelijking: $\mathsf{DAB}\{?p^1, ?p^2, ?r^1, ?r^2\}$ is een minimaal DAB-gevolg van $\{p^1, r^1, r^2 \supset {\sim}(p^2 \vee q^1), {\sim}p^3 \vee s^4\}$, waardoor noch s noch ${\sim}q$, noch ${\sim}p$ afleidbaar zijn met een ambiguïteiten-adaptieve logica.

Een ander voordeel dat inconsistentie-adaptieve logica's hebben ten opzichte van

[32] Batens gebruikt de uitdrukking “to spread inconsistencies”.

ambiguïteiten-adaptieve logica's is dat Socratische bewijzen ons toelaten de minimaal-abnormale modellen te berekenen. De indices die in ambiguïteiten-adaptieve logica's gebruikt worden verhinderen echter een analoge Socratische aanpak.[33]

Maar wat echter wel pleit voor het gebruik van een ambiguïteiten-adaptieve logica zoals **ALGG** is dat de abnormaliteiten *veel* preciezer gelokaliseerd worden. We krijgen niet alleen een indicatie van welke formules zich mogelijk abnormaal gedragen, maar ook een indicatie van welke *occurrences* van formules zich abnormaal gedragen. Met het oog op een evaluatie van de minimale DAB-gevolgen en het bijschaven van de theorie is dat een onvergelijkelijk voordeel. Als tegen-argument kan natuurlijk opgevoerd worden dat we door het pad van minimale DAB-gevolgen in $\mathbf{ACLuN^m}$-bewijzen terug te volgen tot bij de premissen, ook kunnen nagaan welke *occurrences* van formules van de vorm $\sim A$ in de premissen aan de basis liggen van de DAB-gevolgen, maar ditzelfde tegen-argument kan gebruikt worden bij de evaluatie van minimale DAB-gevolgen in ambiguïteiten-adaptieve logica's: we kunnen alle occurrences van verdachte NLC die in de premissen niet voorkomen binnen het bereik van een negatie schrappen als verdachte abnormaliteiten. En hier komen we terug op het onlogische punt van inconsistentie-adaptieve logica's, dat al aangeven werd in sectie 7.5.2: er is geen reden waarom formules van de vorm $\sim A$ wel verdacht en formules van een andere vorm niet verdacht kunnen zijn.

Om de theorie te formuleren gebruiken we $\mathbf{ACLuN^m}$, omdat deze logica over het algemeen de rijkste en interessantste gevolgenverzameling bepaalt. Bij de ontwikkeling van nieuwe kennis, kan een ambiguïteiten-adaptieve logica echter heel nuttig zijn.

Omtrent de superscripts

De logica **ALGG** is net zoals **ACL2** en in tegenstelling tot $\mathbf{AAL^1}$ geformuleerd *in* de vertaling, en is dus van het type (7.2) (zie pagina 177). We werken dus met uitdrukkingen van de vorm $\Xi^I_{\langle\Sigma,\Theta\rangle} \vdash_{\mathbf{ALGG}} A$. De logica **ALGG** is dan ook bedoeld om effectief *vanuit* gelabelde premissen te redeneren. We willen *vanuit* de individuele inbreng tot gemeenschappelijke kennis komen (en niet op basis van een definitie).

Het werken met indices heeft ook specifieke voordelen. Stel dat we prioriteiten in rekening willen brengen. Dan kunnen we net zoals in [Batens/Haesaert:2003] ruitjes voor onze formules plaatsen, maar dan moeten we ons op voorhand bezighouden met het toekennen van prioriteiten aan alle premissen. Als we dan een DAB-formule van de vorm $? \diamond \diamond \diamond A \vee ? \diamond \diamond B \vee ? \diamond C$ afleiden, kunnen we met louter logische besluiten dat alleen A abnormaal is. Als we met indices werken, moeten we ons op voorhand niets van prioriteiten aantrekken, waardoor we in vergelijking met de ruitjes-aanpak veel tijd en moeite uitsparen. Als we dan een DAB-formule van de vorm $?A^i \vee ?B^j \vee ?C^k$ afleiden, hebben we nog alle tijd om de drie premissen met labels i, j en k te ordenen volgens hun onderlinge prioriteit. Als we dan aan de premisse met label i de laagste prioriteit

[33] Zodra de labels conditioneel vervangen zijn door het label Σ, kunnen we op de afgeleide formules van de vorm A^Σ wel de knepen van $\mathbf{SCL^o}$ toepassen om op een efficiënte wijze $\perp$ voorwaardelijk af te leiden. Daarna kunnen we met een toepassing van de regel IDAB DAB-formules afleiden.

toekennen, kunnen we nog altijd de DAB-formule $?A^i$ als premisse invoeren (wat zeker niet minder logisch is dan een voorafgaande ruitjes-vertaling van de premissen).

Maar er is meer. Vaak kunnen we een dergelijke prioriteit niet bepalen, en moeten we de abnormaliteiten oplossen door nieuw onderzoek. De labels kunnen dan ook gebruikt worden om de volgorde te bepalen waarin de verschillende disjuncten van (minimale) DAB-formules onderzocht moeten worden. Deze volgorde wordt niet zozeer bepaald op basis van de prioriteit die we aan bronnen toeschrijven, als wel op basis van de kostprijs van het verdere onderzoek.

De labels die in **ALGG** gebruikt worden, zijn natuurlijk ook de zichtbare tekenen van de pogingen die we ondernemen om onze ervaringen een plaats te geven in ons kennisbeeld. Een formule als $A^{\langle\sigma,\theta\rangle}$ zegt wel degelijk iets over de ervaring van σ op θ.

Minimaal abnormaal of betrouwbaar ?

De keuze van de strategie is in hoge mate irrelevant, omdat het vooral de afgeleide DAB-formules zijn die bepalend zijn voor de ontwikkeling van de taal. De DAB-gevolgen zijn niet afhankelijk van de strategie, maar van de ondergrenslogica.

We gebruiken een correctieve adaptieve logica om een theorie te formuleren, omdat we enerzijds wel willen de klassieke logica gebruiken, maar anderzijds toch verwachten dat er inconsistenties zullen opduiken. Welke formules aanleiding zullen geven tot inconsistenties, kunnen we echter niet voorzien. We krijgen daar pas zicht op wanneer we DAB-formules afleiden. De vooruitgang van de theorie in kwestie komt dan vooral voort uit het wegwerken van de abnormaliteiten. Dit is zo, ook als we in de plaats van **ALGG** een andere correctieve adaptieve logica kiezen.

Slechts wanneer we er niet in slagen alle abnormaliteiten weg te werken, kan er sprake zijn van verschillen die te maken hebben met de keuze van de strategie. In deze gevallen denk ik dat het terecht is om te opteren voor de **m**-strategie. Maar ook dan blijft de keuze tot op zekere hoogte irrelevant. Als we een concreet bewijs neerschrijven om de adaptieve gevolgen van een verzameling gegevens te berekenen, dan verschilt een **m**-bewijs slechts hierin van een **r**-bewijs dat er in sommige gevallen minder lijnen gemarkeerd worden. Als we dan kiezen om alleen de **r**-gevolgen te selecteren, gaat er eigenlijk interessante informatie verloren. Ik geef een voorbeeld:

	(1)	p^1	Prem	$\emptyset$
	(2)	$p^2 \supset A^2$	Prem	$\emptyset$
	(3)	q^3	Prem	$\emptyset$
	(4)	$q^4 \supset A^4$	Prem	$\emptyset$
	(5)	$\sim p^5 \vee \sim q^5$	Prem	$\emptyset$
$\boxed{13^{\mathbf{m}}}$	(6)	p^Σ	1; RC	$\{?p^1\}$
	(7)	$p^\Sigma \supset A^\Sigma$	2; RC	$\{?p^2, ?A^2\}$
$\boxed{13^{\mathbf{m}}}$	(8)	q^Σ	3; RC	$\{q^3\}$
	(9)	$q^\Sigma \supset A^\Sigma$	4; RC	$\{?q^4, ?A^4\}$
$\boxed{13^{\mathbf{m}}}$	(10)	$\sim p^\Sigma \vee \sim q^\Sigma$	5; RC	$\{?p^5, ?q^5\}$
$\boxed{13^{\mathbf{r}}}$	(11)	A^Σ	6,7; RU (MP)	$\{?p^1, ?p^2, ?A^2\}$
$\boxed{13^{\mathbf{r}}}$	(12)	A^Σ	8,9; RU (MP)	$\{?q^3, ?q^4, ?A^4\}$

(13) $\mathsf{DAB}\{?p^1, ?p^5, ?q^3, ?q^5\}$ 1,3,5; RU $\emptyset$

In stadium 13 van dit bewijs, worden met de **m**-strategie lijnen 11 en 12 niet gemarkeerd. Immers: om de formule in lijn 13 waar te maken, hoeft er slechts één abnormaliteit waar gemaakt te worden. Als $?p^5$ of $?q^5$ waar zijn, dan is A^Σ afgeleid in lijnen 11 en 12. Als $?p^1$ waar is, dan is A^Σ afgeleid in lijn 12. Als $?q^3$ waar is, dan is A^Σ afgeleid in lijn 12. Als we nu alleen de **r**-gevolgen zouden behouden, dan gaat de informatie in lijnen 11 en 12 verloren. Als naderhand dan toch blijkt dat één van de abnormaliteiten uit lijn 13 weggewerkt kan worden, dan is A^Σ ook afleidbaar met de **r**-strategie. Als we dan toch gemeenschappelijkheid veronderstellen tenzij en totdat het tegendeel blijkt, kunnen we beter veronderstellen dat er slechts één *bad guy* is, dan dat er vier zouden zijn. Zeker in situaties waarin de beschikbare gegevens schaars zijn (wat te verwachten is in een vroeg stadium van een theorie), kunnen we beter maximaal gebruik maken van de inbreng van de verschillende onderzoekers. Er is nog een tussenoplossing waarin we eigenlijk nog minder beschikbare informatie weggooien. In dit voorbeeld, waarin A^Σ een **m**-gevolg is, maar geen **r**-gevolg, kunnen we $A^{\mathbf{m}}$ gebruiken als gemeenschappelijk aanvaarde formule in plaats van A^Σ. Als er ooit een conflict opduikt tussen $A^{\mathbf{m}}$ en B^Σ, kunnen we het **m**-superscript beschouwen als een net lagere preferentie dan het Σ-superscript.

11.5 Interpretatie van DAB-gevolgen

Het gebruik van de logica **ALGG** suggereert dat een afgeleide DAB-formule erop wijst dat een bepaalde INLC niet op een gemeenschappelijke manier gebruikt is. Als $?C_1^{l_1} \vee \ldots \vee ?C_n^{l_n}$ een DAB-gevolg is van $\Xi^I_{\langle\Sigma,\Theta\rangle}$, dan hebben we slechts één zuiver logisch middel ter beschikking om sommige van deze $?C_j^{l_j}$ $(1 \leq j \leq n)$ niet te verdenken, en dat is het afleiden van een DAB-formule waaruit de formule $?C_1^{l_1} \vee \ldots \vee ?C_n^{l_n}$ afleidbaar is. Dit illustreert dat een heuristiek die ons zo efficiënt mogelijk de minimale DAB-gevolgen laat afleiden echt wel belangrijk is. Een logische eliminatie van verdachte formules kost over het algemeen immers veel minder dan een niet-logische.[34]

Ik ga ervan uit dat het afleiden van DAB-formules in een vroeg stadium van de constructie van een theorie —het stadium waarin we vooral bezig zijn met een beschrijving van het domein— het afleiden van abnormaliteiten niet alleen waarschijnlijk is, maar ook wenselijk. De afgeleide DAB-formules leveren namelijk de impulsen voor verder onderzoek. Het ‘oplossen van een DAB-formule’ gaat steeds gepaard met een verdere ontwikkeling van de theorie. Als we abnormaliteiten willen oplossen, is het belangrijk te weten hoe we het afleiden van DAB-formules kunnen interpreteren. Het ligt voor de hand dat we eerst het taalgebruik onderzoeken. Vaak heeft dit onderzoek ook de laagste kostprijs. Het heeft ten andere geen zin de correctheid van een premisse te onderzoeken, wanneer er nog geen duidelijkheid is over haar betekenis.

[34] Er zijn natuurlijk gevallen waarin we het niet-gemeenschappelijke gebruik vrij gemakkelijk kunnen vaststellen. De aanbrenger van premisse $A^{\langle\sigma,\theta\rangle}$ kan bijvoorbeeld gewoonweg zeggen dat sommige van de NLC in $A^{\langle\sigma,\theta\rangle}$ op een metaforische wijze gebruikt zijn.

Wanneer aan het licht komt dat een NLC niet op een gemeenschappelijke wijze gebruikt is, bijvoorbeeld wanneer de communicatiepartner in kwestie zegt dat de betreffende NLC op een overdrachtelijke manier gebruikt is, beschouwen we de betreffende occurrence gewoonweg als een occurrence van een andere NLC. Daarmee is de formele abnormaliteit opgelost. Het komt er dan natuurlijk nog op aan het gebruik van de overdrachtelijke term in te perken. Dit kan bijvoorbeeld op basis van een gesprek.

Het afleiden van DAB-formules is de formele, mediumale tegenhanger van het opduiken van tegenstrijdigheden in gesprekken. Het voorstel om eerst te kijken of deze tegenstrijdigheden niet te wijten zijn aan het taalgebruik hangt samen met de opvatting dat we doorheen onze communicatie uitdrukking proberen te geven aan onze (individuele) ervaringen, en met de overtuiging dat ervaringen eigenlijk niet fout kunnen zijn. Bij 'conflicten' is de beste houding opnieuw te luisteren naar elkaar. De eerste vraag moet niet zijn "ben ik het daarmee eens?" maar "wat bedoelt u?" In plaats van meteen op zoek te gaan naar de zwakke punten in iemands uiteenzetting, kunnen we ons beter eerst afvragen of de persoon in kwestie niet iets belangrijks probeerde te vertellen op een misschien ietwat ongelukkige manier.

11.6 Modellen voor de constructie van theorieën

> *Een definitieve codificatie van de wetenschappelijke taal zou een voltooide analyse van de fenomenen veronderstellen —een doel dat nog in de verre toekomst ligt— en zolang deze nog niet tot stand is gebracht, vindt de voortgang van het onderzoek, van buitenaf gezien, voor een belangrijk deel plaats in de vorm van het aanwijzen van nieuwe, nu pas zichtbaar geworden dubbelzinnigheden, en wel bij begrippen waarvan men meende dat ze reeds in eerdere onderzoekingen eenduidig waren vastgelegd.*[35]

Als wij een gemeenschappelijke taal gebruiken, kunnen wij nooit zeker zijn dat wij met dezelfde termen 'hetzelfde' bedoelen —er is geen positieve test voor het gemeenschappelijke gebruik van een term— maar wij zijn gewoonlijk al heel tevreden als wij doorheen onze communicatie niet tot tegenstrijdigheden komen. Als wij uitvoerig communiceren over een bepaald onderwerp, als wij onze uitspraken zodanig proberen te formuleren dat onze communicatiepartners ze kunnen bijtreden, en als er uit onze uitspraken geen abnormaliteiten blijken te volgen, hebben wij al goede redenen om deze uitspraken als kandidaat gemeenschappelijke kennis te beschouwen. Maar ook wanneer het communicatiemiddel dat onze gemeenschappelijke taal is, aanleiding geeft tot logische abnormaliteiten, hoeven wij niet te panikeren. Als wij doorheen onze communicatie op logische abnormaliteiten botsen, begint onze zoektocht naar gemeenschappelijke kennis pas echt interessant te worden. Zoals hoger vermeld kunnen wij dan de betreffende uitspraken bijschaven: de taal verfijnen, het al dan niet instemmen met bepaalde uitspraken herzien, of opnieuw onze verbeelding aanspreken en creatief onze bevindingen op een nieuwe wijze verwoorden.

De evaluatie van logische abnormaliteiten kan tot verschillende diagnoses leiden. Toch denk ik dat we in concrete situaties kunnen uitgaan van de goede wil van onze commu-

[35] [Husserl:1911/80], p. 65. *Logos* p. 305.

nicatiepartners.[36] Onze communicatiepartners hebben er net als wijzelf geen voordeel bij de anderen opzettelijk verkeerd in te lichten. Als de diagnose van de afgeleide abnormaliteiten is dat er iets scheelt aan de uitspraak A van σ op θ, kunnen wij het best eerst gewoon aan σ vragen of hij zijn bevindingen niet anders kan verwoorden. Zeker bij pas ontluikende wetenschappen, die nog niet over een arsenaal aan domein-specifieke uitdrukkingen beschikken, kunnen alle bijdragen belangrijk zijn, en doen we er beter aan inspanningen te doen om de bijdragen van onze communicatiepartners te begrijpen. Deze inspanningen dragen hoe dan ook bij tot gemeenschappelijk gebruik van de taal. Het streven naar gemeenschappelijkheid mag ons niet doen vergeten dat de ervaringen van de anderen vanuit een verschillend perspectief gebeuren. Inconsistenties kunnen niet alleen indicaties zijn van onnauwkeurig taalgebruik of van vergissingen, maar ook van complementaire informatie.

Wanneer wij een theorie willen construeren over een nieuw domein, waarvoor wij nog geen domein-specifieke taal hebben, laat staan algemeen aanvaarde uitspraken, zullen wij de eerste pogingen om iets te zeggen over dit domein niet (meteen) verwerpen omdat de taal waarin zij geformuleerd zijn niet precies genoeg is, of omdat er geen gegarandeerde zekerheid is omtrent de correctheid.

Een essentieel kenmerk van het proces waarin het gebruik van een gemeenschappelijke taal gemeenschappelijker wordt, is de concrete interactie tussen leden van een gemeenschap. Het volgende gesprek geeft het principe reeds aan.

> A: "Weet jij wat X'en zijn?"
> B: "Natuurlijk, X'en zijn P en Q; sommige X'en zijn R en andere zijn R'."
> A: "Inderdaad. Vandaag heb ik een X gezien die S is."
> B: "Dat is ongelooflijk. Ik dacht dat er geen X'en waren die S zijn. Kun je er me geen tonen?"

Doorheen hun gesprek botsen A en B op een abnormaliteit. Als A inderdaad een X gezien heeft die S is, dan zit B met een tegenstrijdigheid tussen zijn 'aanvaarde theorie over X'en', en het nieuwe gegeven. A neemt B mee naar de plaats waar ze een X heeft gezien.

> A: "Ziehier, een X die S is!"
> B: "Beste A, dit gelijkt wel goed op een X, maar het is geen X: zie je deze kleine T's hier onderaan? Dit is geen X, het is een Y!"

Zolang A en B over X'en spraken in termen van P, Q, R en R', konden ze niet ontdekken dat de term X voor A een grotere extensie had dan voor B. Ondertussen zien we ook dat er twee manieren zijn waarop de opgedoken abnormaliteit opgelost kan worden. (i) B past zijn theorie over X'en aan. Haar opvatting "Geen enkel X is S" moet vervangen worden door "Sommige X'en zijn S". (ii) Voor sommige leden van de gemeenschap moet de term X vervangen worden door twee 'nieuwe' termen, namelijk de term "X" met een preciezere (meer gemeenschappelijke) invulling, en de term Y. Y zijn net als X'en P

[36] Om Quine en Ullian te citeren: "It would be a sorry world if we could not usually trust our fellow man. The great and ancient value of testimony as an extension of our senses would be gone if there were not a reasonably high correlation between testimony and truth." [Quine/Ullian:1978], p. 52.

en Q en R of R', maar zijn in tegenstelling tot de X'en wel S, en ze hebben kleine T's onderaan. Het verhaal kon echter ook anders verlopen zijn:

> A: "Ziehier, een X die S is!"
> B: "Beste A, deze X heeft inderdaad een eigenschap die goed op S gelijkt, maar het is niet S, het is Z. Zie je die W daar? *Die* is S."
> A: "Ah zo, ik heb nog nooit een onderscheid gemaakt tussen S en Z.

Het verhaal kon echter ook helemaal anders verlopen zijn:

> A: "Ziehier, een X die, ..., oei, ik heb me vergist, het is een Y die S is."

Wanneer een onderzoeksgroep een theorie over een nieuw domein wil construeren, hebben ze een gemeenschappelijke taal nodig waarin ze over dat domein kunnen spreken. Ze hebben geen termen nodig met een a priori gemeenschappelijke, klaar en duidelijke betekenis. Doorheen de gesprekken en fysische interacties tussen de leden van de groep, kunnen de termen die ze gebruiken een preciezere betekenis krijgen, en kunnen hun uitspraken accurater worden. Het gebruik van de termen wordt gemeenschappelijker, *binnen de onderzoeksgroep.* Abnormaliteiten spelen in dit proces een belangrijke rol. De inconsistenties die opduiken doorheen de gesprekken en interacties, geven aan welke termen er niet precies genoeg zijn, en welke uitspraken niet accuraat genoeg zijn, of, om het anders te zeggen: deze inconsistenties tonen welke termen en uitspraken niet op een gemeenschappelijke manier gebruikt zijn.

In een vroeg stadium van de constructie van een theorie zijn de domein-specifieke termen —als er al zijn— onvermijdelijk vaag, en het gebruik van deze termen kunnen we hoe dan ook nog niet "gemeenschappelijk" noemen. Gebruikmakend van een correctieve adaptieve logica als **ALGG** kunnen we echter aannemen dat het gebruik van onze termen gemeenschappelijk is, tenzij en totdat deze aanname ertoe leidt dat een abnormaliteit opduikt. Zo'n abnormaliteit kan op drie dingen wijzen: (*i*) Het gebruik van een bepaalde term P is 'niet gemeenschappelijk genoeg', en daarom moet de term P opgesplitst worden in (tenminste) twee termen P^1 en P^2, waarvan één natuurlijk de oude P kan zijn. (*ii*) Een term P moet een conceptuele verschuiving ondergaan: op het moment dat we ontdekken dat walvissen levend baren, verandert de extensie van de term "walvissen" niet, maar moeten we wel onze opvatting dat walvissen vissen zijn herzien. (*iii*) Natuurlijk kunnen we ook met een vergissing door leden van de groep te maken hebben.

In [Vanackere:2003a] heb ik aandacht besteed aan de rol van adaptieve logica's bij het construeren van gemeenschappelijke theorieën, maar eigenlijk wordt in dat artikel geen onderscheid gemaakt tussen gemeenschappelijke kennis (over een specifiek domein) en een theorie over dat domein. Een verzameling data kunnen we wel beschouwen als gemeenschappelijke kennis, maar een gemeenschappelijke theorie is meer dan een verzameling data. Een theorie is een coherent geheel van uitspraken, waarmee we de data kunnen of proberen te plaatsen. We kunnen zeggen dat er een tendens is om het kennisbestand zo ruim mogelijk te maken, terwijl er op het vlak van theorievorming een tendens is om tot een overzichtelijk, coherent geheel te komen.

Het model dat in [Vanackere:2003a] voorgesteld wordt, is niet zozeer een model voor de constructie van een gemeenschappelijke theorie, als wel een model voor de groei van gemeenschappelijke kennis. Het model leunt nog te dicht aan bij het oorspronkelijke logisch-empirisme, en doet alsof wetenschappelijke kennis niets anders is dan logica en empirie. Het artikel sluit ook op een andere manier te dicht aan bij het oorspronkelijke logisch-empirisme, het heeft namelijk een vrij sceptische inslag. Bovendien maakt het model geen maximaal gebruik van de voordelen van dynamische bewijzen, waardoor oudere gegevens de facto een grotere prioriteit krijgen dan nieuwe. In werkelijkheid kennen onderzoekers waarschijnlijk ook een grotere prioriteit toe aan gegevens die reeds als gemeenschappelijke kennis aanvaard zijn, maar deze feitelijke toestand heeft mijns inziens vooral te maken met het geloof dat **CL** de ene ware logica is. Deze invloed van het gebruik van **CL** werd besproken in sectie 4.3.4.

Laat mij even toelichten in welke zin het model in [Vanackere:2003a] te conservatief is. Stel dat we op θ_0 over de gegevens $\{p^1, q^2\}$ beschikken. De **ALGG**-gevolgenverzameling van $\{p^1, q^2\}$ bevat zowel p^Σ als q^Σ. Wanneer op θ_1 een nieuw gegeven r^3 beschikbaar is, dan wordt, met het model uit [Vanackere:2003a], de nieuwe gevolgenverzameling bepaald als de gevolgenverzameling van $\{p^\Sigma, q^\Sigma, r^3\}$. Als op een nog later moment het nieuwe gegeven $\sim p^4$ beschikbaar is, dan wordt de nieuwe stand van de kennis berekend op basis van de verzameling $\{p^\Sigma, q^\Sigma, r^\Sigma, \sim p^4\}$. Je ziet onmiddellijk dat dit ertoe leidt dat de oude p^1 een grotere preferentie krijgt dan de nieuwe p^4. Het model geeft weliswaar aan dat het afleiden van de abnormaliteit $p^4 \neq p^\Sigma$ kan opgelost worden op basis van nieuw onderzoek, maar zolang dit nieuw onderzoek niet geschiedt, wordt p wel en $\sim p$ niet als gemeenschappelijke kennis beschouwd.

Van Kristof De Clercq heb ik ondertussen vernomen dat heel wat mensen die bezig zijn met *belief revision* voorstellen om niet alleen te werken met gevolgenverzamelingen, maar ook met gevolgenverzamelingen van gevolgenverzamelingen. Kristof De Clercq gaf ook een probleem aan dat zich voordoet als men inconsistenties toelaat. De $Cn_{\mathbf{ACLuNm}}(\{p, q\})$ bevat bijvoorbeeld $\sim p \supset \bot$. Als we deze gevolgenverzameling later uitbreiden met $\sim p$, kunnen we $\bot$ afleiden. Alhoewel het afleiden van $\bot$ verhinderd wordt als we werken met **ALGG**,[37] lijkt het me toch niet realistisch om alle gevolgen van onze expliciet vermelde gegevens als gemeenschappelijke kennis te beschouwen. Ik neem wel aan dat we bepaalde gevolgen als gemeenschappelijke kennis zullen beschouwen, gevolgen die we effectief berekenen en die we ook onder de aandacht van de gemeenschap brengen, maar het lijkt me onzinnig om de oneindige verzameling formules die afleidbaar zijn uit p als gemeenschappelijke kennis te beschouwen zodra p het statuut van gemeenschappelijke kennis verworven heeft.

Ik stel dan ook voor om maximaal gebruik te maken van de beschikbare middelen, en de ontwikkeling van gemeenschappelijke kennis voor te stellen als een uitbreidend adaptief bewijs. De gemeenschappelijke kennis die we op een bepaald moment θ hebben, komt overeen met de formules in het op θ berekende stadium s van een adaptief bewijs *uit de oorspronkelijke premissen.* Ik illustreer dit even met het net gegeven voorbeeld.

1.	p^1	PREM	$\emptyset$

[37] $\sim p^\Sigma \supset \bot, \sim p^4 \nvdash_{\mathbf{ALGG}} \bot$

	2.	q^2	PREM	$\emptyset$
	3.	p^Σ	1; RC	$\{?p^1\}$
	4.	q^Σ	2; RC	$\{?q^2\}$

In dit stadium worden p en q als gemeenschappelijke kennis beschouwd.

	1.	p^1	PREM	$\emptyset$
	2.	q^2	PREM	$\emptyset$
$\boxed{9}$	3.	p^Σ	1; RC	$\{?p^1\}$
	4.	q^Σ	2; RC	$\{?q^2\}$
	5.	r^3	PREM	$\emptyset$
	6.	$\sim p^4$	PREM	$\emptyset$
	7.	r^Σ	5; RC	$\{?r^3\}$
$\boxed{9}$	8.	$\sim p^\Sigma$	6; RC	$\{?p^4\}$
	9.	$\mathsf{DAB}\{?p^1, ?p^4\}$	3,8; IDAB	$\emptyset$

In dit stadium worden noch p noch $\sim p$ als gemeenschappelijke kennis beschouwd, maar weet men wel dat er iets fout is met p^1 en/of met p^4. Er is inderdaad geen reden aan te geven waarom p^4 minder betrouwbaar zou zijn dan p^1. Het probleem dat aangegeven wordt in lijn 9, kan opgelost geraken wanneer de communicatiepartner die premisse p^1 aanbracht, in het licht van p^4, tot de bevinding komt dat hij zijn inbreng niet accuraat genoeg geformuleerd heeft, en voorstelt zijn inbreng te formuleren als p'^1. Dit brengt met zich mee dat lijn 1 en alle lijnen die afgeleid werden uit lijn 1, geschrapt worden.

	2.	q^2	PREM	$\emptyset$
	4.	q^Σ	2; RC	$\{?q^2\}$
	5.	r^3	PREM	$\emptyset$
	6.	$\sim p^4$	PREM	$\emptyset$
	7.	r^Σ	5; RC	$\{?r^3\}$
	8.	$\sim p^\Sigma$	6; RC	$\{?p^4\}$
	10.	p'^1	PREM	$\emptyset$
	11.	p'^Σ	10; RC	$\{p'^1\}$

In dit stadium van het bewijs behoren zowel p' als $\sim p$ tot de gemeenschappelijke kennis van Σ.

Desalniettemin denk ik dat het nuttig is het model uit [Vanackere:2003a] opnieuw voor te stellen, omdat het toont dat zelfs de grootste sceptici niet-klassiek redeneren, en méér geloven dan wat ze met hun eigen ogen zien.

In [Vanackere:2003a] laat ik de bespreking van het model voorafgaan door een verhaal over hoe de jonge Ludwig tot kennis over de wereld komt. Het belang van dit verhaal is dat het ons toont dat er eigenlijk geen fundamenteel verschil is tussen de manier waarop een kind kennis over de wereld opdoet en de manier waarop we tot gemeenschappelijke kennis komen over een nieuw domein:[38] onze kennis over de wereld krijgt gestalte doorheen

[38] Natuurlijk ontken ik niet dat de wetenschappelijke aanpak rationeler en systematischer verloopt. Kinderen zullen bijvoorbeeld wel het systeemloze systeem *trial and error* toepassen, waar wetenschappers op zijn minst alle mogelijkheden op een rij zetten en één voor één proberen.

onze gezamenlijke interacties met en in de wereld, doorheen onze communicatie en mits het gebruik van creativiteit en verbeelding. In het model in [Vanackere:2003a] komt het aspect 'creativiteit en verbeelding' overigens te weinig aan bod. In het verhaal van Ludwig wordt Ludwigs creativiteit herleid tot vragen stellen aan zijn moeder. Als wij onze doelen in rekening brengen, komt de creativiteit automatisch uitdrukkelijker in beeld.[39]

In sectie 11.6.1 doe ik het verhaal van Ludwig over. In sectie 11.6.2 bekijk ik het model uit [Vanackere:2003a] opnieuw. De grote lijnen van het oorspronkelijke model blijven behouden, maar toch wordt het model hier op een aantal punten bijgestuurd. In sectie 11.6.3 stel ik dan een model voor dat minder sceptisch en minder conservatief is, en dat beter aansluit bij 'de geest' van adaptieve logica's. Ook dit model is strikt genomen nog geen model voor de constructie van theorieën, maar een model voor de ontwikkeling van gemeenschappelijke kennis.

11.6.1 Ludwigs theorie

In [Vanackere:2003a] stelde ik een model voor dat nuttig kan zijn bij de (re)constructie van gemeenschappelijke theorieën. Ik bracht dit model aan door eerst een verhaal te vertellen over hoe de jonge Ludwig tot kennis over de wereld kwam. Dit verhaal ging als volgt. Ludwig was van jongs af enorm sceptisch van aard, en hield er altijd solipsistische opvattingen op na. Voor Ludwig stond het buiten kijf dat de wereld zijn ervaringen was. Als hij iets dacht, zei of schreef, betrof het vanzelfsprekend zijn ervaringen. Bovendien was hij zo bang voor chaos dat hij alleen precieze uitdrukkingen wou gebruiken, het is te zeggen, uitdrukkingen waarvan volgens hem de betekenis vast lag. Het spreekt voor zich dat hij zijn moedertaal niet zelf gecreëerd heeft, maar toch was die moedertaal de taal die hij gebruikte.

Ludwig geloofde wat zijn moeder hem leerde, en hij geloofde wat hij met zijn eigen ogen zag, en verder geloofde hij niets. Hij geloofde zelfs zijn vriend Bertrand niet toen deze zei dat hij een groene bal had. Zelf had Ludwig een gele bal, en van zijn moeder had hij over ballen niets anders geleerd dan dat ze rond zijn. Geen enkele van zijn betrouwbare bronnen gaf hem een reden om te geloven dat ballen groen kunnen zijn. "Misschien weet Bertrand niet wat de woorden "groen" en "bal" betekenen " dacht Ludwig. "Misschien zegt hij "groen" in plaats van "geel", of misschien denkt hij dat appels ballen zijn."

Op basis van zijn twee betrouwbare bronnen (zijn eigen ervaringen, en zijn moeders lessen), ontwikkelde Ludwig een eenvoudige theorie over speelgoed. Stel dat "Ξ" de naam is van deze theorie. Ξ bevat de gegevens "Ballen zijn rond" (afkomstig van zijn moeder), en "Er bestaat een gele bal" (afkomstig uit zijn eigen observaties). Omdat hij geen andere bronnen vertrouwde, hanteerde Ludwig een *sceptische defaultregel*, die ik LSD (Ludwigs

[39] De verbeelding komt niet uitdrukkelijk in beeld. We moeten aannemen dat iedereen die bezig is met kennis over de wereld erin slaagt het medium op zijn of haar ervaringen te betrekken.

sceptische default) genoemd heb:

$$\text{LSD:} \quad \boxed{\begin{array}{c}\text{Als } \Xi \not\vdash A,\\ \text{dan gaat Ludwig ervan uit dat}\\ {\sim}A \text{ het geval is.}\end{array}} \tag{11.1}$$

Ludwig stelt zich geen vragen over de logica die hem toelaat vast te stellen dat A niet afleidbaar is uit Ξ—aanvankelijk bestond LSD ook niet expliciet; er was eerder sprake van een spontane reactie: als iemand (behalve zijn moeder) iets zei wat hij nog niet wist, dan reageerde hij met "dat geloof ik niet".

Ludwigs sceptische default leidt vrij vlug tot het afleiden van inconsistenties. Bijvoorbeeld: toen Ludwigs moeder hem leerde dat alle dingen vast, vloeibaar of gasachtig zijn, wist Ludwig weliswaar niet meteen wat deze nieuwe predikaten betekenen, maar omdat zijn moeder de waarheid vertelt, breidt Ludwig zijn kennisbestand Ξ uit met de formule $(\forall x)(Sx \vee Vx \vee Gx)$.[40] Aangezien noch $(\exists x)(Bx \& Sx)$, noch $(\exists x)(Bx \& Vx)$, noch $(\exists x)(Bx \& Gx)$ afleidbaar zijn uit de nieuwe Ξ, brengt het gebruik van zijn LSD hem ertoe te besluiten dat

$$(\forall x)(Bx \supset {\sim}Sx) \tag{11.2}$$

$$(\forall x)(Bx \supset {\sim}Vx) \tag{11.3}$$

$$(\forall x)(Bx \supset {\sim}Gx) \tag{11.4}$$

$$(\forall x)(Bx \supset (Sx \vee Vx \vee Gx)) \tag{11.5}$$

Als Ludwig een door en door klassieke logicus was geweest, dan had hij nu in grote problemen gezeten. Uit (11.2) tot en met (11.5), kunnen we inderdaad met de regels van de klassieke logica de volgende formule afleiden:

$$(\forall x)(Bx \supset ((Sx \& {\sim}Sx) \vee (Vx \& {\sim}Vx) \vee (Gx \& {\sim}Gx)) \tag{11.6}$$

Uit (11.6) volgt dat er geen ballen bestaan (${\sim}(\exists x)Bx$), maar dit is tegenstrijdig met het betrouwbare gegeven dat hij zelf een gele bal heeft. De jonge Ludwig was gelukkig niet al te conservatief. Hij ging ervan uit dat de wereld niet inconsistent is, maar dat er wel fouten in zijn opvattingen kunnen sluipen. Ludwig stelde namelijk vast dat zijn LSD fout kan zijn. Aangezien (11.5) en $(\exists x)Bx$ ook afleidbaar zijn uit Ξ zonder LSD, beschouwde Ludwig deze formules als betrouwbaarder dan de formules (11.2), (11.3) and (11.4). Er moest dus iets mis zijn met de formules (11.2), (11.3) en/of (11.4). Dit was voor hem het signaal om nieuwe onderzoekingen te starten. De jonge Ludwig ging naar zijn moeder en vroeg of ballen vast, vloeibaar of gasachtig zijn. Zijn moeder nam de tijd om hem ijsblokjes te tonen die vast zijn, water dat vloeibaar is, en stoom die gasachtig

[40] S voor solide of vast, V voor vloeibaar, G voor gasachtig.

is. Ze klopte op de solide tafel, ze goot vloeibare olie in een kommetje, en zei dat de lucht die we ademen een gas is. "Dus, ballen zijn vast!" besloot Ludwig heel knap. Zodoende gaf de (kunstmatig veroorzaakte) inconsistentie aanleiding tot een verdere ontwikkeling van zijn kennis: Ξ wordt uitgebreid met $(\forall x)(Bx \supset Sx)$, $(\forall x)(Bx \supset {\sim}Vx)$ en $(\forall x)(Bx \supset {\sim}Gx)$. De sceptische opvatting (11.2) wordt niet langer aanvaard. Bovendien brengt het oplossen van de tegenstrijdigheid een beter begrip van de termen "vast", "vloeibaar" en "gasachtig" met zich mee. Dit wil echter niet zeggen dat Ludwig en zijn moeder deze termen voortaan op een gemeenschappelijke manier gebruikten. Op een dag aten ze roomijs. Ludwig dacht dat het ijs vloeibaar was, maar zijn moeder maande hem aan het op te eten vóór het vloeibaar werd.

Dit proces kunnen we gemakkelijk reconstrueren met behulp van de logica **ALGG**. Het superscript Ξ wijst erop dat de formule in kwestie beschouwd wordt als verworven kennis. Moeders inbreng geldt meteen als verworven kennis, en krijgt daarom meteen het label Ξ. De uitbreidende verzameling Ξ (alle formules van de vorm A^{Ξ}) kunnen we schouwen als een (proto)theorie over Ludwigs speelgoed.

Fase 1:

1.	$(\forall x)(B^{\Xi} \supset R^{\Xi})$	PREM	$\emptyset$
2.	$(\exists x)(B^{\Xi}x \& Y^{\Xi}x)$	PREM[41]	$\emptyset$
3.	$(\forall x)(S^{\Xi}x \vee V^{\Xi}x \vee G^{\Xi}x)$	PREM	$\emptyset$
4.	$(\forall x)(B^{\Xi}x \supset (S^{\Xi}x \vee V^{\Xi}x \vee G^{\Xi}x))$	4. RU	$\emptyset$

In deze eerste fase wordt Ludwigs theorie over speelgoed dus uitgebreid met de formule $(\forall x)(Bx \supset (Sx \vee Vx \vee Gx))$.

Fase 2:

De labels Di verwijzen naar de LSD-regel.

	1.	$(\forall x)(B^{\Xi}x \supset (S^{\Xi}x \vee V^{\Xi}x \vee G^{\Xi}x))$	PREM	$\emptyset$
	2.	$(\forall x)(B^{D1}x \supset {\sim}S^{D1}x)$	PREM	$\emptyset$
	3.	$(\forall x)(B^{D2}x \supset {\sim}V^{D2}x)$	PREM	$\emptyset$
	4.	$(\forall x)(B^{D3}x \supset {\sim}G^{D3}x)$	PREM	$\emptyset$
$\boxed{8}$	5.	$(\forall x)(B^{\Xi}x \supset {\sim}S^{\Xi}x)$	2; RC	$\{?B^{D1}, ?S^{D1}\}$
$\boxed{8}$	6.	$(\forall x)(B^{\Xi}x \supset {\sim}V^{\Xi}x)$	3; RC	$\{?B^{D2}, ?S^{V2}\}$
$\boxed{8}$	7.	$(\forall x)(B^{\Xi}x \supset {\sim}G^{\Xi}x)$	4; RC	$\{?B^{D3}, ?S^{G3}\}$
	8.	$\mathsf{DAB}\{?B^{D1}, ?B^{D2}, ?B^{D3}, ?S^{D1}, ?V^{D2}, G^{D3}\}$	1—4; RU; $\emptyset$	

Met louter logische middelen valt de DAB-formule in lijn (5) noch weg te werken noch in te korten.

Fase 3:

Echt lang kan Ludwig echter niet met deze abnormaliteit leven. Binnen de context van zijn onderzoek, had Ludwig goede redenen om te besluiten dat de formules $?B^{Di}$ niet waar kunnen zijn, want hij wist heel goed wat ballen zijn, en hij alleen had het

[41] Om verwarring te vermijden met de G van gasachtig die straks gebruikt wordt, formaliseer ik "x is geel" als "Yx".

predikaat bal gebruikt. Het toevoegen van de premisse $\sim(?B^{D1} \vee ?B^{D2} \vee ?B^{D3})$ lost echter het probleem niet op. Dus besloot hij dat dat er iets was met de predikaten S, V of G. Om te weten wat, organiseerde hij 'experimenten', die hem leerden dat ballen vast zijn.

1.	$(\forall x)(B^{\Xi}x \supset (S^{\Xi}x \vee V^{\Xi}x \vee G^{\Xi}x))$	PREM	$\emptyset$
3.	$(\forall x)(B^{D2}x \supset \sim V^{D2}x)$	PREM	$\emptyset$
4.	$(\forall x)(B^{D3}x \supset \sim G^{D3}x)$	PREM	$\emptyset$
6.	$(\forall x)(B^{\Xi}x \supset \sim V^{\Xi}x)$	3; RC	$\{?B^{D2}, ?S^{V2}\}$
7.	$(\forall x)(B^{\Xi}x \supset \sim G^{\Xi}x)$	4; RC	$\{?B^{D3}, ?S^{G3}\}$
9.	$(\forall x)(B^{\Xi}x \supset S^{\Xi}x)$	PREM	$\emptyset$

Fase 4:

Bekijken we nu eens hoe Ludwig omging met Bertrands inbreng "Ik heb een groene bal". De uitspraak $(\exists x)(Bx \& Ex)$ (waarin E staat voor groen), is niet afleidbaar uit Ξ.

1.	$(\forall x)(B^{\Xi} \supset R^{\Xi})$	PREM	$\emptyset$
2.	$(\exists x)(B^{\Xi}x \& Y^{\Xi}x)$	PREM	$\emptyset$
3.	$(\exists x)(B^{B}x \& E^{B}x)$	PREM	$\emptyset$
4.	$(\forall x)(B^{D4}x \supset \sim E^{D4}x)$	PREM	$\emptyset$
5.	$\mathsf{DAB}\{?B^{D4}, ?B^{B}, ?E^{D4}, ?E^{B}\}$	3,4; RU;	$\emptyset$

Nu had Ludwig geen vlugge oplossing ter beschikking. Hoewel hij al ondervonden had dat zijn LSD-regel hem op het verkeerde been kon zetten, had hij er toch minstens evenveel vertrouwen in als in de inbreng van Bertrand.

Logsich gezien waren er veel oplossingen voor het probleem, maar er was maar één manier om het probleem op te lossen. Ludwig moest ontdekken of Bertrand en hijzelf hetzelfde bedoelen met de woorden "bal" en "groen". Helaas kon Bertrand zijn groene bal niet tonen, want hij had hem uitgeleend aan zijn grote zus. Ludwig ging als volgt te werk. Hij toonde Bertrand een appel en vroeg of Bertrand dit een bal noemde. "Natuurlijk niet", antwoordde Bertrand, "Ik weet wat ballen zijn. Ballen zijn mooi rond." Ludwig toonde een wiel, en Bertrand zei dat het geen bal was. Ludwig toonde een kleine gele bal, en Bertrand moest zeggen dat het een bal was. Na 17 'correcte antwoorden' besloot Ludwig dat hij, weliswaar voorlopig, kon aannemen dat Bertrand wel degelijk "bal" bedoelde als hij "bal" zei. Maar dan blijft de term "groen" nog over. Nu toonde Ludwig een banaan, en Bertrand moest zeggen dat ze geel was. Ludwig wees naar de hemel, en Bertrand moest zeggen dat hij blauw was. Ludwig wees naar het gras, naar Kermit de kikker, naar zijn groene trui, en Bertrand zei telkens dat het groen was. Het uitblijven van foute antwoorden, deed Ludwig uiteindelijk besluiten dat Bertrand op een precieze manier de waarheid verteld had wanneer hij zei dat hij een groene bal had. Met andere woorden: Ludwig moest zijn kennisbestand uitbreiden met het gegeven $(\exists x)(Bx \& Ex)$. Dit is een wonderbaarlijk gebeuren, Ludwig baseerde zich op *Bertrands* waarneming en op hun *gemeenschappelijke interacties*. Ludwigs theorie werd een gemeenschappelijke theorie.

Ludwigs verhaal heeft nog een coda. De hond was met Ludwigs bal aan het spelen geweest, en nu was de bal plat. Ludwigs theorie zei dat zijn bal rond was, terwijl zijn waarneming hem nu zei dat zijn bal niet rond was. In dit geval kunnen we de volgende DAB-formule afleiden (waarin het label L_P staat voor Ludwigs waarneming):

$$B^{L_P} \neq B^{\Xi} \vee R^{L_P} \neq R^{\Xi}$$

De labels L_P en Ξ wijzen normaal gezien beide op een maximale prioriteit. Ludwig redeneerde als volgt: "Rond is rond, en niet rond is niet rond, en ik weet echt wel wat "rond" betekent. Deze waargenomen bal is dus niet het soort bal dat bedoeld is in mijn theorie. Ik moet het begrip "bal" her-denken. In mijn theorie staat de term "bal" voor normale ballen, ballen die niet stuk zijn." Hier zien we dat een nieuwe waarneming niet leidt naar een herformulering van de theorie maar naar een verandering in de betekenis van een bepaalde term.

Dit verhaal geeft aan hoe het sceptische model dat ik hieronder weergeef, functioneert. Nieuwe gegevens worden eerst getest op het taalgebruik, en deze testen brengen een gemeenschappelijk(er) gebruik van de taal met zich mee. Inconsistenties worden toegelaten (en zelfs uitdrukkelijk opgezocht), en het wegwerken ervan (doorheen communicatie en gezamenlijke interactie) leiden tot een verdere ontwikkeling van de gemeenschappelijke kennis.

Eén van de zaken die we uit dit verhaal kunnen besluiten, denk ik, is dat het moeilijk is om op voorhand prioriteiten toe te kennen. De formules die voortkomen uit het gebruik van de LSD-regel kunnen bijvoorbeeld geen vaste prioriteit krijgen. Wat de inbreng van Bertrand betreft, stellen we ook vast dat deze aanvankelijk een lagere prioriteit dan de inbreng van Ludwigs moeder krijgt, maar we kunnen ons voorstellen dat er hierin fluctuaties kunnen optreden doorheen het leven van Ludwig. Het is moeilijk om op al deze fluctuaties op voorhand zicht te krijgen. We kunnen de mogelijke 'conflicten' beter niet op voorhand oplossen, maar oplossen wanneer ze zich stellen. Bovendien merken we dat bepaalde premissen definitief geschrapt worden, of zoals in het voorbeeld op pagina 276 of vervangen worden. Ik zie niet meteen in hoe op voorhand bepaalde prioriteiten hiermee zouden omgaan.

11.6.2 Een sceptisch model voor de ontwikkeling van gemeenschappelijke kennis

In een vroeg stadium van de constructie van een theorie, in het stadium waarin we veeleer bezig zijn met de vraag hoe we aan gegevens geraken dan met de vraag hoe we een coherent geheel van uitspraken kunnen formuleren waarmee we de gegevens kunnen plaatsen, is een zekere vorm van scepticisme gezond. Ik bedoel niet dat we alle gegevens die anderen aanbrengen als onbetrouwbaar moeten beschouwen tenzij en totdat we zelf vastgesteld hebben dat die gegevens kloppen. Wat ik bedoel is dat we —op zijn Poppers— ons best moeten doen om abnormaliteiten af te leiden uit nieuwe gegevens of nieuwe premissen. In tegenstelling tot Popper doen we dit niet zozeer om de nieuwe inbreng te falsifiëren, maar om de precisie van de taal te verbeteren.

We gebruiken de naam Ξ^I_θ om de toestand van verzameling $\Xi^I_{\langle\Sigma,\Theta\rangle}$ op tijdstip θ weer te geven. We werken met een sceptische defaultregel, die uitdrukking geeft aan de opvatting dat termen die niet in ons kennisbestand voorkomen normaal gezien niet op een gemeenschappelijke manier gebruikt worden. Zoals we uit Ludwigs verhaal leren, leidt de sceptische default tot een verdere ontwikkeling van de theorie, althans in gevallen waarin de regel gehanteerd wordt ten aanzien van reeds aanvaarde formules van de vorm $\forall(A \supset (B_1 \vee \ldots \vee B_n))$ $(n \geq 2)$, en in gevallen waarin iemand nieuwe gegevens aanbrengt. Een voorwaarde voor deze ontwikkeling is weliswaar dat we in staat zijn om experimenten te organiseren die beslissend kunnen zijn ten aanzien van de vraag of een bepaalde term op gemeenschappelijke wijze gebruikt wordt.

SD: Als $\Xi_\theta \nvdash_{\mathbf{ALGG}} A$, ga er dan van uit dat $\sim A$ het geval is (11.7)

De idee achter SD is dus dat iedere uitbreiding van $\langle \Xi_\theta, \mathbf{ALGG} \rangle$ geblokkeerd wordt, of althans: eerst aan een gemeenschappelijk onderzoek moet onderworpen worden. Nieuwe inbreng zal van de vorm $A(a)$, $(\exists x)A(x)$ of $(\forall x)A(x)$ zijn. Als we de notatie $\exists A$ gebruiken, kunnen we de twee eerste vormen echter tegelijk behandelen. We kunnen echter nog preciezer te werk gaan.[42] We kunnen stellen dat alle nieuwe inbreng van de vorm $\exists(A \& B)$ of van de vorm $\forall(A \supset B)$ is, waarbij de formule A steeds opgebouwd is aan de hand van NLC die reeds in het gemeenschappelijke kennisbestand voorkomen, terwijl B ook nieuwe NLC kan bevatten. Als we er rekening mee houden dat we kennis over een specifiek domein willen, dan kunnen we wel degelijk aannemen dat nieuwe uitspraken 'geënt kunnen worden' op uitspraken die reeds voorhanden zijn.

In tegenstelling tot het verhaal van Ludwig gaan we er niet meer van uit dat er communicatiepartners zijn (zoals Ludwig (zijn waarnemingen) en zijn moeder) die hoe dan ook betrouwbaar zijn. Alle nieuwe inbreng krijgt in eerste instantie dezelfde prioriteit. Een label verwijst naar degene die de formule aanbrengt. Labels kunnen naderhand wel gebruikt worden om een bepaalde prioriteit toe te kennen.

Ik wil ook nog even opmerken dat het hanteren van de regel SD niet betekent "de bewijslast ligt bij de aanbrenger van nieuwe gegevens of hypothesen". Een correctere interpretatie is: "als er nieuwe gegevens of hypothesen aangebracht worden, dan willen we die zo precies mogelijk begrijpen." Zoals het voorbeeld uit Ludwigs verhaal aangeeft (ballen zijn vast, vloeibaar of gasachtig) kan de sceptische default ook aangewend worden zonder dat er nieuwe inbreng aan te pas komt.

In wat volgt gebruik ik de formule $?A^l$ $(A \in \mathcal{W})$ als een afkorting voor de DAB-formule $\mathsf{DAB}\{?C_1^l, \ldots, ?C_n^l\}$ waarin de C_i de verschillende NLC zijn die voorkomen in A.

Beginsituatie:

We beschouwen een consistente verzameling Ξ_0^I die alle uitspraken bevat die reeds expliciet als (relevante) gemeenschappelijke kennis aanvaard werden. Alle leden van Ξ_0^I

[42] En dit brengt een elegantere aanpak dan in [Vanackere:2003a] met zich mee.

zijn dus van de vorm $A^{\langle\Sigma,\Theta\rangle}$. We kunnen wel degelijk aannemen dat ook in de beginsituatie $\Xi_0^I \neq \emptyset$. Onderzoekers die bijvoorbeeld een theorie over de waardevolle dingen in de wereld willen construeren, zullen normaal gezien wel de uitspraak "$(\exists x)\mathsf{waardevol}^{\Sigma}x$" als een gemeenschappelijke premisse beschouwen. Ik bedoel: in het begin kunnen we de allereerste aanduiding van het domein, hoe vaag die ook is, opnemen in ons gemeenschappelijk kennisbestand.

We gaan ervan uit dat de tijdstippen $\theta_0, \theta_1, \theta_2, \ldots$ in deze volgorde na elkaar komen. Ξ_n^I geeft de toestand van het kennisbestand van een gemeenschap Σ op het tijdstip θ_n weer. We gaan na hoe we van Ξ_n^I tot Ξ_{n+1}^I kunnen komen.

Geval 1: Deductief afleidbare inbreng.

Op het eerste gezicht lijkt het misschien overbodig om bepaalde deductieve gevolgen van Ξ_n^I als nieuwe inbreng te beschouwen,[43] maar in sommige gevallen kunnen deductieve gevolgen wel degelijk informatief zijn. En dan heb ik het niet alleen over het feit dat het soms een tijdje kan duren vooraleer iemand erin slaagt een inconsistentie af te leiden uit premissen die er op het eerste gezicht consistent uitzien. Er kunnen ook gevolgen afgeleid worden die tegen onze intuïties ingaan (terwijl deze intuïties niet expliciet vermeld worden in de theorie).[44] Deze gevolgen kunnen op zich weer een motor zijn voor verder onderzoek. Naar het coherenter maken van het kennisbestand toe kan het ook interessant zijn formules van de vorm $\forall A$ af te leiden, zodat voor een aantal formules $\forall B_1, \ldots \forall B_m \in \Xi_n^I$ geldt dat $\forall A \vdash \forall B_i$ $(1 \leq i \leq m)$, en $\forall B_1 \& \ldots \& \forall B_m \vdash \forall A$.

In tegenstelling tot de gevallen die ik hierna bespreek, zet deze inbreng niet noodzakelijk aan tot nieuw onderzoek, behalve wanneer een deductief afgeleide formule zozeer contra-intuïtief is dat we deze intuïtie als nieuwe premisse willen aanbrengen. Maar dan zitten we in één van de volgende gevallen.

Geval 2: Nieuwe inbreng van de vorm $\exists(A^k \& B^k)$

We nemen aan dat $\Xi_n^I \nvdash_{\mathbf{ALGG}} \exists(A^k \& B^k)$, en dat er alleen in B NLC kunnen voorkomen die niet voorkomen in Ξ_n^I. Op basis van SD gaan we ervan uit dat $\forall(A^D \supset {\sim}B^D)$ het geval is. We laten **ALGG** los op de verzameling $\Xi_n^I \cup \{\forall(A^D \supset {\sim}B^D), \exists(A^k \& B^k)\}$. Het doel van het bewijs is DAB-formules af te leiden, als het kan alle minimale DAB-formules, maar iedere afgeleide DAB-formule is voldoende om mee te beginnen. De volgende heuristische regels zullen vruchtbaar zijn: probeer iedere INLC C^k, voor $k \neq \Sigma$ te vervangen door C^{Σ}. Dit gebeurt door toepassing van de regel RC. Het vijfde element van de conclusie-lijn is dan de unie van het vijfde element van de premisse-lijn en $\{C^{\Sigma}\}$.

[43] In [Vanackere:2003a] heb ik dat ten andere niet gedaan.

[44] Bijvoorbeeld: Stel dat ons kennisbestand de volgende uitspraken bevat:
(i) De zon draait in een cirkelvormige baan rond de aarde, (en wij bevinden ons in het middelpunt van die cirkel).
(ii) 's Avonds en 's morgens ziet de de zon er groter uit dan 's middags.
(iii) Wat op een zelfde afstand van de waarnemer blijft, ziet er altijd even groot uit.
Uit deze premissen kunnen we afleiden dat zon 's voormiddags krimpt en 's namiddags uitzet. Hoewel we hier niet op een formele tegenstrijdigheid botsen, kunnen we ons toch voorstellen dat mensen die voor het eerst deze conclusie trekken, het gevoel hebben dat er hier iets niet klopt.

Het is inderdaad de bedoeling uitspraken af te leiden waarvan we kunnen aannemen dat we ze op een gemeenschappelijke manier gebruiken. Als alle INLC C^k aldus geëlimineerd zijn, probeer dan een inconsistentie af te leiden.[45] Dat we een inconsistentie kunnen afleiden, ligt voor de hand, gegeven SD. Een voorbeeld maakt dit duidelijk. Stel dat iemand de premisse $(\exists x)(P^k x \& Q^k x)$ aanbrengt. SD laat ons dan toe om ook de premisse $(\forall x)(P^D \supset {\sim}Q^D)$ in te voeren.

	1.	$(\exists x)(P^k x \& Q^k x)$	Prem	$\emptyset$
	2.	$(\forall x)(P^D x \supset {\sim}Q^D x)$	Prem	$\emptyset$
$\boxed{5}$	3.	$(\forall x)(P^\Sigma x \supset {\sim}Q^\Sigma x)$	2; RC	$\{?P^D, ?Q^D\}$
$\boxed{5}$	4.	$(\exists x)(P^\Sigma x \& Q^\Sigma x)$	1; RC	$\{?P^k, ?Q^k\}$
$\boxed{5}$	5.	$\bot$	3,4; RU	$\{?P^D, ?P^k, ?Q^D, ?Q^k\}$
	6.	$\mathsf{DAB}\{?P^D, ?P^k, ?Q^D, ?Q^k\}$	5; IDAB	$\emptyset$

In veel gevallen zullen we echter ook in staat zijn kortere DAB-formules af te leiden, op basis van leden van Ξ^I_n. Als bijvoorbeeld $(\forall x)P^\Sigma x \in \Xi^I_n$, kunnen we het bewijs als volgt uitbreiden:

	1.	$(\exists x)(P^k x \& Q^k x)$	Prem	$\emptyset$
	2.	$(\forall x)(P^D x \supset {\sim}Q^D x)$	Prem	$\emptyset$
$\boxed{11}$	3.	$(\forall x)(P^\Sigma \supset {\sim}Q^\Sigma)$	2; RC	$\{?P^D, ?Q^D\}$
$\boxed{11}$	4.	$(\exists x)(P^\Sigma x \& Q^\Sigma x)$	1; RC	$\{?P^k, ?Q^k\}$
$\boxed{11}$	5.	$\bot$	3,4; RU	$\{?P^D, ?P^k, ?Q^D, ?Q^k\}$
	6.	$\mathsf{DAB}\{?P^D, ?P^k, ?Q^D, ?Q^k\}$	5; IDAB	$\emptyset$
	7.	$(\forall x)P^\Sigma x$	Prem	$\emptyset$
	8.	$(\exists x)Q^k x$	1; RU	$\emptyset$
	9.	$(\exists x)Q^k x \vee ?Q^k$	8; RU	$\emptyset$
	10.	$(\forall x)(P^\Sigma x \supset {\sim}Q^\Sigma x) \vee \mathsf{DAB}\{?P^D, ?Q^D\}$	2; RU	$\emptyset$
	11.	$\mathsf{DAB}\{?P^D, ?Q^D, ?Q^k\}$	7,9,10; RU	$\emptyset$

Het afleiden van deze kortere DAB-formule heeft in dit geval geen invloed op het markeren van lijnen, maar brengt wel met zich mee dat de evaluatie en het wegwerken van de abnormaliteiten efficiënter verloopt. In dit geval hoeven we bijvoorbeeld niet meer na te gaan of de aanbrenger van $(\exists x)(P^k x \& Q^k x)$ de NLC P wel op een gemeenschappelijke wijze gebruikt heeft.

Als we alle INLC, die een ander label hebben dan Σ en die voorkomen in een minimale DAB-formule in een stadium van een bewijs, vervangen door een nieuwe NLC, dan zijn, formeel gezien, alle problemen opgelost. Deze formele oplossing brengt ons op zich niet vooruit op het vlak van gemeenschappelijke kennis, want een nieuwe NLC moet ook een nieuwe betekenis hebben, en die kunnen we niet invoeren via een formele ingreep. Om vooruitgang te boeken moeten we anders te werk gaan, en wel zoals Ludwig omging met de inbreng van Bertrand. We moeten nagaan of de NLC in de nieuwe formule wel op een gemeenschappelijke manier gebruikt zijn. In het voorbeeld zijn er drie verschillende scenario's denkbaar (de DAB-formule in lijn 11 telt namelijk drie abnormaliteiten).

[45] Merk op dat we hier de knepen kunnen gebruiken die gebruikt worden in de logica's **SCL°** of **Pc** (zie secties 4.2.1 en 4.2.2).

(i) P^D is niet op een gemeenschappelijke manier gebruikt.
(ii) Q^D is niet op een gemeenschappelijke manier gebruikt.
(iii) Q^k is niet op een gemeenschappelijke manier gebruikt.

Van P weten we dat het een predikaat is dat al voorkwam in Ξ^I_n. Eigenlijk is er geen reden waarom P^D niet op een gemeenschappelijke manier zou gebruikt zijn. Als Q al voorkomt in Ξ^I_n dan is er ook geen reden om een niet-gemeenschappelijk gebruik van Q^D te veronderstellen. En dan blijft alleen de optie over dat Q^k niet op een gemeenschappelijke manier gebruikt is.

Als Q nog niet voorkomt in Ξ^I_n ligt het voor de hand dat we eerst Q^D zullen verdenken. Want behalve de communicatiepartner σ_k, die de premisse $(\exists x)(Px \& Qx)$ aangebracht heeft, is er eigenlijk nog niemand die het predikaat Q gebruikt heeft in deze context.

Hoe dan ook is het nu aan σ_k om uit te leggen wat hij of zij met Q bedoelt, en aan de andere leden van Σ om hierover vragen te stellen. Deze gesprekken kunnen met zich meebrengen dat er nieuwe formules ingevoerd worden om het gebruik van de termen in te perken. Deze formules kunnen van de vorm $(\forall x)(Qx \supset A(x))$ zijn, of zelfs van de vorm $(\forall x)(Qx \equiv A(x))$ als het om een expliciete definitie gaat.

(1) Als Q niet voorkomt in Ξ^I_n, dan moet σ_k doorheen gesprekken en interacties proberen duidelijk te maken hoe hij of zij de term Q gebruikt heeft.

(1.1) Slaagt σ_k erin om het gebruik van de term Q zodanig in te perken dat de leden van Σ kunnen aannemen dat ze die term (althans voorlopig) op een gemeenschappelijke manier gebruiken, dan kan besloten worden dat $?Q^k$ vals is. Hierdoor wordt $?P^D \vee ?Q^D$ de nieuwe minimale DAB-formule. Dit brengt met zich mee dat de markering van lijn 4 verdwijnt en dat $(\exists x)(Px \& Qx)$ als gemeenschappelijke kennis aanvaard wordt.

Als de leden van Σ de uitspraak $(\exists x)(Px \& Qx)$ dubieus vinden, dan zal dit zich uiten in het feit dat $?Q^k$ niet als een valse formule aanvaard wordt.

(1.2) Slaagt σ_k er niet in om het gebruik van de term Q zo in te perken dat de leden van Σ kunnen aannemen dat ze die term op een gemeenschappelijke manier kunnen gebruiken, dan is het aan σ_k om zijn of haar bevinding te herzien, of zijn bevinding op een andere manier te verwoorden.

(2) Als Q wel voorkomt in Ξ^I_n, dan kan doorheen de gesprekken en interacties duidelijk worden of $?Q^k$ al dan niet vals is.

(2.1) Als $?Q^k$ vals is, kan $(\exists x)(Px \& Qx)$ als nieuwe premisse aanvaard worden, maar nu kan het ook zijn dat $\{(\exists x)(P^\Sigma x \& Q^\Sigma x)\} \cup \Xi^I_n$ inconsistent is. Dan moet de uitspraak $(\exists x)(Px \& Qx)$ herzien worden, of dan moet een stuk van de gemeenschappelijke kennis herzien worden,[46] of dan wordt de gemeenschappelijke kennis inconsistent.

(2.2) Als $?Q^k$ waar is, dan moet σ_k zijn of haar bevinding herzien of opnieuw verwoorden.

Over de vraag of de leden van Σ de inbreng van σ_k al dan niet aanvaardbaar vinden

[46]Bijvoorbeeld: de algemene regel $(\forall x)(Px \supset {\sim}Qx)$ wordt een regel met uitzonderingen, wat eigenlijk betekent dat de betekenis van P gespecificeerd wordt.

(zie (2.1)) valt het een en ander te zeggen. Als alle NLC van een DAB-formule op een gemeenschappelijke manier gebruikt blijken te zijn, dan is er sprake van een 'echte' tegenstrijdigheid. Dan moet er een stuk van de aanvaarde kennis herzien worden, of dan moet σ_k zijn of haar bevindingen herzien, of dan moeten we werken met inconsistente gemeenschappelijke kennis.

Er zijn echter veel gevallen denkbaar waarin één nieuwe bevinding tot een herziening van de gemeenschappelijke kennis leidt. Wat formules van de vorm $\exists(A^k \& B^k)$ betreft, kan een herziening van de gemeenschappelijke kennis doorgevoerd worden, bijvoorbeeld wanneer σ_k ervoor kan zorgen dat de andere leden van Σ dezelfde of een analoge observatie kunnen uitvoeren, of wanneer σ_k erin slaagt het experiment dat tot zijn of haar bevinding $\exists(A^k \& B^k)$ geleid heeft, te herhalen. Wat formules van de vorm $\forall(A^k \supset B^k)$ betreft, kunnen ook overwegingen meespelen die te maken hebben met de constructie van een coherente theorie. Als $\forall(A^k \supset B^k)$ een grote integrerende waarde heeft (en daardoor bijvoorbeeld verklarend werkt ten aanzien van andere bevindingen), dan wordt ze niet zozeer aanvaard omdat ze 'afleidbaar is uit waarnemingen' als wel omdat de waarnemingen afleidbaar zijn uit deze formule. Uit de wetenschapsgeschiedenis leren we echter dat wetenschappers lang kunnen leven met inconsistente theorieën.

Om een algemene voorstelling van zaken te maken, kunnen we het best gebruiken maken van de volgende definities:

Definitie 71

$$\Delta^{\mathsf{oud}} =_{\mathsf{df}} \{?C^k \mid C \textit{ komt voor in } \Xi_n\}$$
$$\Delta^{\mathsf{nieuw}} =_{\mathsf{df}} \{?C^k \mid ?C^l \notin \Delta^{\mathsf{oud}} \textit{ en } C \textit{ komt voor in } B^k)\}$$

Definitie 72 *Een GG-experiment voor de NLC C is een experiment waarin de leden van een gemeenschap proberen te bewijzen dat sommigen van hen de term C niet op een gemeenschappelijke manier gebruiken. Een negatief resultaat vormt een goede reden om aan te nemen dat zij de term C wel op een gemeenschappelijke manier gebruiken.*

Als C bijvoorbeeld een predikaat van rang 1 is, kan een GG-experiment erin bestaan een aantal 'dingen' in te delen in de extensie en de anti-extensie van C. Voor eenvoudige voorbeelden verwijs ik naar het verhaal van Ludwig in sectie 11.6.1. Het gebruik van meetinstrumenten is ook een soort GG-experiment, of een manier om GG-experimenten voor bepaalde predikaten overbodig te maken.

Bij het evalueren van de minimale DAB-formules gaan we nu als volgt te werk.

(1) We kijken eerst of er disjuncten van de vorm $?C^k$ (en dus ook van de vorm $?C^D$) zijn voor $?C^k \in \Delta^{\mathsf{nieuw}}$. We onderzoeken deze formules het eerst, precies omdat de betreffende NLC nieuw zijn. In dit geval is het aan degene die het nieuwe gegeven aangebracht heeft, om te demonstreren wat hij of zij met de term C bedoeld heeft. Een dergelijke demonstratie kan, voor de zekerheid, gevolgd worden door GG-experimenten. Als de GG-experimenten voor geen enkele term C redenen opleveren om aan te nemen dat C niet op één gemeenschappelijke manier gebruikt wordt, ga dan naar (2). Als sommige nieuwe NLC de GG-experimenten niet overleven, dan is het aan σ_k, de aanbrenger van de formule $\exists(A\&B)$, om zijn of haar bevindingen te herzien, of om zijn of haar bevindingen op een andere manier te verwoorden.

(**2**) Als $\Delta^{\mathsf{nieuw}} = \emptyset$ of als er goede redenen zijn om aan te nemen dat de nieuwe NLC op een gemeenschappelijke manier gebruikt zijn, dan kunnen er nog steeds disjuncten $?C^k$ van minimale DAB-formules zijn. Deze $?C^k$ zijn dan leden van Δ^{oud}. Dan moeten er GG-experimenten georganiseerd worden voor deze NLC.

(**2.1**) Deze GG-experimenten kunnen aantonen dat σ_k wel degelijk de term C op een gemeenschappelijke manier gebruikt. Dan zijn er goede redenen om de uitspraak $\exists(A\&B)$ als nieuwe gemeenschappelijke kennis te aanvaarden, en dan kunnen we Ξ^I_{n+1} bepalen als $\Xi^I_n \cup \{\exists(A^\Sigma\&B^\Sigma)\}$. Deze GG-experimenten kunnen echter ook aantonen dat de andere leden van Σ er te licht van uit gingen dat zij de term C op een gemeenschappelijke manier gebruikten: dan kunnen ze nu komen tot een precisering van het gemeenschappelijke gebruik van C. Het aanvaarden van de nieuwe uitspraak, samen met negatieve resultaten van de GG-experimenten kunnen echter ook een *conceptual change* met zich meebrengen.[47] Het aanbrengen van een uitzondering op een reeds aanvaarde universeel gekwantificeerde formule, kan ook een precisering van de regel met zich meebrengen. In plaats van "alle A zijn B", worden nu de uitspraken "alle typische A zijn B" en sommige a-typische A zijn niet B" als algemene kennis aanvaard. Een laatste mogelijkheid is dat $\Xi^I_n \cup \{A^\Sigma\&B^\Sigma\}$ inconsistent is, eventueel zonder dat opgemerkt wordt.

(**2.2**) Als de GG-experimenten aan het licht brengen dat σ_k de 'oude' term niet op een gemeenschappelijke wijze gebruikt, dan kan dit een verschuiving van het gebruik van deze term in de richting van de manier waarop σ_k hem gebruikt met zich meebrengen. Een meer voor de hand liggend scenario is echter dat σ_k zijn of haar bevindingen herziet of dat de term C vervangen wordt door een nieuwe term D. In dit geval kan $\exists(A^k\&B^k)(D^k/C^k)$ als nieuwe premisse ingevoerd worden. De vaststelling dat σ_k een term C *anders* gebruikt, kan inderdaad aanleiding geven tot het invoeren voor een nieuwe term D waarmee de manier waarop σ_k de term C gebruikte, weergegeven wordt.

Het is belangrijk op te merken dat ieder GG-experiment hoe dan ook bevorderlijk is voor het gemeenschappelijk gebruik van de taal.

Geval 3: Nieuwe inbreng van de vorm $\forall(A^k \supset B^k)$.

De logica **ALGG** suggereert een identieke aanpak van nieuwe formules van de vorm $\forall(A^k \supset B^k)$ en formules van de vorm $\exists(A^k\&B^k)$. Aan een DAB-formule kun je immers

[47] Ik verwijs naar het walvissen-voorbeeld. Als σ_k duidelijk kan maken dat hij of zij weet wat walvissen zijn, en dat zij goed weet wat "levend baren" betekent, dan kunnen de leden van Σ "walvissen zijn vissen" vervangen door "walvissen zijn zoogdieren". Dit kan hen er trouwens toe aanzetten te onderzoeken of walvissen dan ook longen hebben in plaats van kieuwen.

niet meer zien of de betreffende NLC uit een universeel of een existentieel gekwantificeerde formule afkomstig zijn. In het model dat ik voorstel in sectie 11.6.3, worden ze niet meer als aparte gevallen behandeld.

Desalniettemin valt er wel iets te zeggen voor een aparte behandeling van de inbreng van een formule van de vorm $\forall(A^k \supset B^k)$ en de inbreng van een formule van de vorm $\exists(A^k \& B^k)$. Een formule van de vorm $\exists(A^k \& B^k)$ kan ten hoogste een uitzondering zijn op een reeds aanvaarde formule van de vorm $\forall(A \supset B)$. Een formule van de vorm $\forall(A^k \supset B^k)$ kan echter een reeds aanvaarde formule van de vorm $\forall(A \supset \sim B)$ 'vierkant' tegenspreken.

Er is hoe dan ook meer kans dat een universeel gekwantificeerde formule tegengesproken wordt, niet alleen door een SD-formule, maar ook door de reeds aanvaarde gemeenschappelijke kennis.

Als de nieuwe inbreng bijvoorbeeld een inductieve veralgemening is van vroegere singuliere data, dan zullen we bij de evaluatie van DAB-formules die afgeleid worden op basis van deze nieuwe premisse niet zozeer meer letten op het taalgebruik, als wel op de correctheid van de nieuwe formule. In verband met inductieve veralgemeningen zullen beslissingen niet zozeer genomen worden op basis van GG-experimenten, als wel op basis van de behoefte om de gemeenschappelijke kennis overzichtelijk te houden.[48] Het feit dat men dan al over één of meer gegevens van de vorm $\exists(A \& B)$ beschikt, brengt met zich mee dat het taalgebruik in inductieve formules een minder belangrijke rol speelt wanneer we DAB-formules evalueren.

Er zijn echter ook heel wat universeel gekwantificeerde formules die gebruik maken van nieuwe termen. Men zoekt uitdrukkelijk naar zulke formules omdat men de beschikbare gegevens bijvoorbeeld in een verklarend kader wil plaatsen,[49] terwijl een weergave van een waarneming of een inductieve veralgemening van observatie-zinnen zelf geen verklaring is. Meer nog dan bij observatie-zinnen speelt het taalgebruik hier een prominente rol. Concepten kunnen we niet aanwijzen, en het gebruik van taal is vaak de enige manier om het gebruik van de termen (die we gebruiken als aanduidingen voor de concepten) in te perken. De feedback die we op basis van fysische interacties kunnen krijgen over de manier waarop we termen voor concepten gebruiken is minder direct dan de feedback die we kunnen krijgen over de manier waarop we termen voor percepten gebruiken. De manier waarop een term als "natuurlijke selectie" gebruikt wordt, kunnen we in tegenstelling tot de manier waarop een term als "groen" gebruikt wordt, niet inperken door simpelweg te wijzen naar voorwerpen waarop de term van toepassing is.

Wat de inbreng van universeel gekwantificeerde formules betreft, kunnen we dus

[48]Wie niet zozeer geïnteresseerd is in een coherente theorie als wel in het verzamelen van specifieke data, zal zelden of nooit een reden vinden om een universeel gekwantificeerde formule op te nemen in zijn of haar kennisbestand. Veelal zal men echter wel inductieve stappen zetten. Afhankelijk van de behoefte om met universeel gekwantificeerde formules te werken, en afhankelijk van het gemak waarmee men nieuwe gegevens kan verwerven, zal men op basis van 1, 2 of n instanties van de vorm $\exists(A \& B)$, (en het uitblijven van instanties van de vorm $\exists(A \& \sim B)$) overgaan tot het formuleren en aanvaarden van de uitspraak $\forall(A \supset B)$. En zelfs het opduiken van tegenvoorbeelden is zelden een reden om de inductieve veralgemening dan maar helemaal overboord te gooien.

[49]Ik zeg "bijvoorbeeld" omdat we de ook kunnen werken met het doel om de beschikbare gegevens in een betekenisgevend kader te plaatsen.

zeggen dat de prioriteit die we aan SD-formules toekennen sterk kan variëren naargelang de plaatselijke middelen en behoeften. GG-experimenten zijn van minder belang bij inductieve veralgemeningen.

Als de inbreng van formules van de vorm $\forall(A^k \supset B^k)$ gepaard gaat met het gebruik van nieuwe NLC zijn er weer verschillende scenario's denkbaar.

(**1**) Voor een NLC C die voorkomt in $\forall(A \supset B)$, is $C^k{\neq}C^\Sigma$ het geval. (We onderzoeken natuurlijk het eerst de $?C^k \in \Delta^{\mathsf{nieuw}}$.) In dit geval wordt $C^k{\neq}C^\Sigma$ beschouwd als een nieuwe minimale DAB-formule, en kunnen we $\forall(A \supset B)$ niet als gemeenschappelijke kennis beschouwen. (De lijn met $\forall(A^\Sigma \supset B^\Sigma)$ als tweede element en met in het vijfde element onder andere de formule $C^k{\neq}C^\Sigma$ wordt gemarkeerd.) Toch kunnen we nog interessante gevolgen trekken uit de bevinding dat $C^k{\neq}C^\Sigma$: als de leden van Σ goede redenen hebben om C^k niet te identificeren met C^Σ, kunnen ze ook goede redenen hebben om een nieuwe term voor C^k te introduceren, bijvoorbeeld D. Dan kan de formule $\forall(A^k \supset B^k)(D^k/C^k)$ als nieuwe premisse ingevoerd worden.

(**2**) Voor alle C die voorkomen in $\forall(A \supset B)$, geldt dat $\sim C^k{\neq}C^\Sigma$ het geval is. Dit wil zeggen dat er een formule $?C^{\mathsf{oud}} \in \Delta^{\mathsf{oud}}$ waargemaakt wordt, of dat de nieuwe formule niet compatibel is met de gemeenschappelijke kennis tot dusver.

(**2.1**) $C^{\mathsf{oud}}{\neq}C^\Sigma$ voor een $?C^{\mathsf{oud}} \in \Delta^{\mathsf{oud}}$. Dit wijst erop dat de leden van Σ te licht geloofd hebben dat zij C op een gemeenschappelijke manier gebruikten. De vraag of $\forall(A \supset B)$ geaccepteerd wordt, staat hier los van. Het accepteren van $\forall(A \supset B)$ als nieuwe kennis heeft te maken met de behoeften en middelen die men heeft om een theorie te construeren.

(**2.2**) $\forall(A^\Sigma \supset B^\Sigma)$ is incompatibel met Ξ^I_n. In dit geval zijn er ook drie mogelijkheden. Ofwel wordt de nieuwe formule herzien, ofwel wordt een stuk van de reeds verworven gemeenschappelijke kennis herzien, ofwel leeft men een tijd verder met inconsistente gemeenschappelijke kennis. Als zowel de reeds verworven kennis als de nieuwe formule specifieke kwaliteiten hebben, en als we rekening houden met de mogelijkheden en beperkingen van menselijke kennis, denk ik dat er inderdaad veel te zeggen is voor deze laatste optie.

Evaluatie

Dit model kunnen we wel degelijk sceptisch noemen. Nieuwe gegevens worden maar aanvaard als de NLC die erin voorkomen de GG-experimenten doorstaan. Het is echter de vraag of we dergelijke testen wel voor alle termen die we gebruiken kunnen uitvoeren. Voor predikaten als "is drie meter lang" of "is groter dan" zijn er eenvoudige GG-experimenten denkbaar. Maar we gebruiken ook veel termen, waarmee we vlot genoeg kunnen communiceren, maar waarvan we, net zoals Augustinus, niet of nauwelijks kunnen duidelijk maken wat we er precies mee bedoelen wanneer we er uitdrukkelijk om gevraagd worden. We gebruiken ook veel termen, waarmee we vlot genoeg kunnen communiceren, terwijl we toch goed weten dat niet iedereen ze dezelfde extensie toekent, zoals bijvoorbeeld "is een Vlaming", "is een mens", "is een fysisch object", "is donkergroen", "is lekker", "natuurlijke selectie", "koning Boudewijn". Het is vaak onzinnig en vaak tijdrovend en in sommige gevallen onmogelijk om het gemeenschappelijk gebruik van een term te testen. Veelal is het veel zinniger om er gewoonweg van uit te gaan dat we de termen die we gebruiken, op een gemeenschappelijke manier gebruiken, tenzij en totdat het tegendeel blijkt. In het model dat ik in de volgende sectie presenteer, wordt de veel te hoge drempel die gevormd wordt door de sceptische default-regel, dan ook weggelaten.

Met het sceptische model voor de ontwikkeling van gemeenschappelijke kennis kunnen we dus alleen maar tot kennis komen voor zover we termen gebruiken waarvan we het gebruik wel duidelijk kunnen maken. Als we dit model gebruiken, *moeten* we ook sceptisch te werk gaan, omdat iedere verzameling Ξ^I_n consistent moet zijn. Er komen immers alleen formules van de vorm $A^{\langle \Sigma, \Theta \rangle}$ in voor, zodat de labels er niet meer voor zorgen dat een inconsistentie niet tot trivialiteit leidt.

Desalniettemin vond ik het belangrijk om dit sceptisch model hier te presenteren, omdat het precies door zijn sceptische inslag en door de eis dat iedere Ξ^I_n consistent is, een goede weergave kan zijn van de ontwikkeling van 'klassieke theorieën'. Een tweede reden waarom ik dit model hier wilde presenteren, is omdat het toont dat ook die termen die tot het vocabularium van de exacte wetenschappen behoren, termen zijn die uitdrukking geven aan (specifieke) ervaringen van leden van specifieke gemeenschappen. Wetenschappelijke termen zijn niet wetenschappelijk omdat ze een eenduidige betekenis hebben, die onafhankelijk is van wie ze gebruikt, maar omdat ze veelvuldige communicatie op een consistente manier overleven. Als we GG-experimenten strikt genoeg toepassen dan kunnen we gerust aannemen dat *geen enkele term* die experimenten overleeft.[50]

11.6.3 Een 'adaptief' model voor de ontwikkeling van gemeenschappelijke kennis.

In deze sectie stel ik een model voor de ontwikkeling van gemeenschappelijke kennis voor, dat toelaat maximaal gebruik te maken van de beschikbare gegevens, en dat —zonder technisch te complex te worden— zelf ook maximaal gebruik maakt van de kwaliteiten van adaptieve logica's. In dit model wordt gemeenschappelijke kennis over een bepaald domein voorgesteld als één lang dynamisch bewijs. Ik gebruik dus het concept 'dynamisch bewijs' als een metafoor (die we voor het grijpen hebben) voor 'de ontwikkeling van gemeenschappelijke kennis'. Het model suggereert om bij het ontwikkelen van nieuwe theorieën gewoonweg bij te houden wie er welke nieuwe gegevens aanbrengt, en onder welke voorwaarden conclusies afgeleid worden uit de beschikbare gegevens. Gegeven het feit dat adaptieve logica's bestaan, kunnen we inderdaad het best maximaal gebruik maken van de notie "afgeleid in een stadium van een bewijs". Een formule A^{Σ} die afgeleid is in een stadium s van een bewijs, representeert dan een formule A die volgens het huidige inzicht (= het inzicht op het moment waarop het bewijs zich in stadium s bevindt) als gemeenschappelijke kennis beschouwd wordt binnen gemeenschap Σ. In de output van de gemeenschappelijke kennis worden de voorwaarden en de labels tot dusver

[50]Lengtematen kunnen bijvoorbeeld altijd nog preciezer.

misschien wel onzichtbaar geschreven, maar dit heeft natuurlijk alles te maken met het feit dat adaptieve logica's nog niet ingeburgerd zijn. Overigens kunnen we inderdaad de voorwaarden (en wanneer een logica als **ALGG** gebruikt wordt ook de labels) achterwege laten als we onze kennis naar buiten brengen —het is nu eenmaal een geplogenheid om gemeenschappelijke kennis voor te stellen alsof het om universeel geldende kennis gaat— maar dit belet niet dat het de ontwikkeling van de gemeenschappelijke kennis ten goede komt als de voorwaarden (en de labels) intern, binnen de concrete onderzoeksgemeenschap, wel behouden worden. Als een formule A (zoals ze verschenen is in de output) op een later tijdstip in conflict komt met een formule B (bijvoorbeeld omdat zowel $A \supset C$ als $B \supset \sim C$ tot de gemeenschappelijke kennis behoren), dan weten we dat we in het bewijs een DAB-formule kunnen afleiden, waardoor de lijnen waarin A^Σ en/of B^Σ afgeleid werden, gemarkeerd worden. Het wegwerken of inkorten van deze DAB-formule, op basis van nieuw onderzoek of eventueel op basis van prioriteiten, zorgt er dan voor dat de markering van de lijn waarin A^Σ of B^Σ afgeleid zijn, herzien wordt, of dat de oorspronkelijke formulering van A en B gewijzigd wordt. Als we de ontwikkeling van de kennis inderdaad ondersteunen door het maken van één lang adaptief bewijs, dan kunnen we dankzij het maximaal bijhouden van wat we weten (voorwaarden, labels, en eventueel prioriteiten) dergelijke conflicten gemakkelijker oplossen. We zien dan ook meteen dat een inconsistentie in de output van een theorie geen onoverkomelijk probleem is: het afleiden van een inconsistentie wijst er gewoonweg op dat we het adaptief bewijs verder moeten uitbreiden.[51] Hoe dit verder uitbreiden van het adaptief bewijs kan verlopen, bespreek ik nu.

Verbeeld je de volgende situatie. Een groep onderzoekers delen een gemotiveerde interesse in een specifieke verzameling 'dingen', en willen een theorie construeren over deze 'dingen'. Aanvankelijk (op θ_0) is hun gemeenschappelijke kennis over deze dingen echter beperkt tot de predicatieve uitdrukking $A(x)$, een formule die ze gebruiken om de elementen van het bestudeerde domein aan te duiden, en tot de wetenschap dat het 'ding' met naam a een prototypisch element van het domein is. Op θ_0 bestaat hun gemeenschappelijke kennis over het specifieke domein dus slechts uit de formule $A(a)$. Behalve de predikaten die voorkomen in $A(x)$, beschikken zij over geen domein-specifieke woordenschat. Ze moeten dus predikaten 'lenen' en op een nieuwe manier gebruiken.

De leden van de onderzoeksgroep zijn het er wel over eens dat er een dringende behoefte is aan een gemeenschappelijke theorie over de 'dingen' met eigenschap $A(x)$. $\{A(a)\}$ is natuurlijk niet genoeg, en dus besluiten ze hun kennis uit te breiden met om het even welke formule van de vorm $(\forall x)(A(x) \supset B(x))$, $(\exists x)(A(x) \& B(x))$, of $B(a)$, met als enige inperking dat een van hen overtuigd is dat deze nieuwe formule een tentatieve formulering is van een ware uitspraak over het beschouwde domein.

De notatie $\underline{B}$ gebruik ik hier om een formule aan te duiden, die zo is dat het weglaten van de labels in $\underline{B}$ de formule $B \in \mathcal{F}$ oplevert.

De beginsituatie

[51] Inconsistenties in de output zijn ten andere geen probleem, omdat ik er op basis van de bevindingen in deel I van uit ga dat de output toch gebeurt met de logica $\mathbf{ACLuN^m}$ als onderliggende logica.

$\Xi_0^I = \{A^\Sigma(a^\Sigma)\}$. Alternatief: $\Xi_0^I = \{(\exists x)A^\Sigma(x)\}$. Start een **ALGG**-bewijs met de leden van Ξ_0^I als premisse.

(RD) We nemen aan dat we het bewijs uitgebreid hebben tot in stadium s, en breiden het als volgt verder uit. Elimineer de INLC C^k voor $k{\neq}\Sigma$, door de conditionele regel RC toe te passen. Pas vervolgens analyserende inferentieregels toe,[52] totdat je een inconsistentie voorwaardelijk afgeleid hebt. Pas dan de regel IDAB toe, zodat je een lijn bekomt met $\mathsf{DAB}(\Delta)$ als tweede en $\emptyset$ als vijfde. Als $\mathsf{DAB}(\Delta)$ een minimale DAB-formule is in dat stadium, probeer dan eventueel nog een kortere DAB-formule af te leiden, en ga vervolgens naar **(2)**. Als de afgeleide DAB-formule niet minimaal is, start dan opnieuw met instructie **(RD)**. Als alle formules in het bewijs van de vorm B^Σ zijn, en als ze allemaal volledig geanalyseerd zijn zonder dat een klassieke inconsistentie voorwaardelijk afgeleid werd, ga dan naar **(1)**. Als een van de instructies **(1)**, **(2)**, **(2.1)**, **(2.2)**, of **(2.3)** tot een uitbreiding van het bewijs leidt, keer dan terug naar **(RD)**.

(1) Er komt geen DAB-formule voor in het bewijs. In dit geval moeten de onderzoekers hun creativiteit aanwenden om een nieuwe formule aan te brengen. De volgende instructies kunnen inspirerend werken.[53]

(*i*) Voer expliciete definities in.

(*ii*) Voeg andere formules toe die het gebruik van de termen weergeven, zoals "wat groen is, is niet rood", "wat opstijgt is niet aan het vallen".

(*iii*) Probeer nieuwe 'dingen' β te vinden, waarvoor $A(\beta)$ het geval is, en voeg $A^l(\beta^l)$ toe als premisse.

(*iv*) Als $A^\Sigma(\beta^\Sigma)$ voorkomt als tweede element van een niet-gemarkeerde lijn, observeer dan β, en probeer tot een nieuwe observatie-zin $B(\beta)$ te komen.

(*v*) Als de INLC C^Σ voorkomt in het bewijs, en ook in een achtergrondtheorie $\langle\{T_1,\ldots,T_k\},\mathbf{L}\rangle$, voeg dan $(T_1\&\ldots T_k)^l$ (waarin l een nieuw label is) toe als premisse.

(*vi*) Analoog voor een achtergrondgeneralisering.

(*vii*) Als $\exists(B^\Sigma\&C^\Sigma)$ voorkomt in het tweede element van een niet-gemarkeerde lijn j met Δ als vijfde element, en er is geen enkele niet-gemarkeerde lijn met $\exists(\underline{B\&{\sim}C})$ als tweede element, voer dan de formule $\forall(B^{\mathsf{ind_j}} \supset C^{\mathsf{ind_j}})$ in, als tweede element van een nieuwe lijn met Δ als vijfde element.[54]

[52] Hier kunnen knepen zoals die gebruikt worden in $\mathbf{SCL^o}$ of **Pc** nuttig zijn.

[53] Deze lijst van instructies is absoluut niet exhaustief. Wetenschapsfilosofen en logici zijn volop bezig met het in beeld brengen van hoe nieuwe inzichten tot stand gekomen zijn/komen.

[54] Op deze manier bekomen we een **ALGG** alternatief voor het incorporeren van de inductie-logica $\mathbf{IL^r}$ in de logica $\mathbf{IL^{+m}}$ uit [Batens/Haesaert:2003]. Het belangrijkste verschil is dat de DAB-formules waartoe het introduceren van inductieve generaliseringen aanleiding kunnen geven niet automatisch (= in de logica) leiden tot een verdachtmaking van de inductieve generalisering. Deze evaluatie gebeurt nu 'handmatig', door de leden van Σ.

Net zoals in het sceptische model kunnen we het best met de eis werken dat alle nieuwe formules van de vorm $\exists(D\&E)$ of $\forall(D \supset E)$ zijn, waarin ten hoogste de NLC die voorkomen in E, nog niet voorkomen in het bewijs. Deze eis is gemakkelijk haalbaar, en garandeert toch een zekere coherentie. Tenslotte gaat het hier om kennis over een specifiek domein.

(2) Er komen DAB-formules voor in het bewijs, en $\mathsf{DAB}(\Delta_m)$ is de laatst toegevoegde minimale DAB-formule in stadium s (normaal gezien ook de laatst toegevoegde formule). Beschouw in het huidige stadium van het bewijs alle minimale DAB-formules $\mathsf{DAB}(\Delta_1), \ldots, \mathsf{DAB}(\Delta_m)$. Noem $\Delta^{\mathsf{nieuw}} = \Delta_m \setminus (\Delta_1 \cup ... \cup \Delta_{m-1})$. $\Delta^{\mathsf{oud}} = (\Delta_1 \cup ... \cup \Delta_m) \setminus \Delta^{\mathsf{nieuw}}$. Als $\Delta^{\mathsf{nieuw}} \neq \emptyset$, ga dan naar **(2.1)**. Als $\Delta^{\mathsf{nieuw}} = \emptyset$, ga dan naar **(2.2)**.

(2.1) Eerst worden de nieuwe INLC onderzocht. De reden hiervoor is dat de oude veelal al aan een onderzoek onderworpen zijn.[55] We organiseren voor elke $?C^k \in \Delta^{\mathsf{nieuw}}$ een GG-experiment. Als het resultaat van de GG-experimenten voor C^k negatief is (als we dus kunnen aannemen dat de INLC C^k op een gemeenschappelijke manier gebruikt is), voeren we de premisse $\sim C^k \neq C^\Sigma$ in, wat ons toelaat de DAB-formule $\mathsf{DAB}(\Delta_m)$ in te korten. Als alle GG-experimenten voor alle nieuwe NLC negatief zijn, ga dan naar **(2.2)**. Als het resultaat van een GG-experiment positief is voor een C^k, voeg dan $C^k \neq C^\Sigma$ toe als nieuwe premisse. Deze wordt dan meteen een minimaal DAB-*gevolg*, waardoor $\mathsf{DAB}(\Delta_m)$ niet langer een minimale DAB-formule is. Probeer ondertussen ook tot een nieuwe term D te komen ter vervanging van deze C^k. Als dit lukt, schrap dan alle lijnen met $?C^k \neq C^\Sigma$ in het vijfde element, en vervang C^k overal elders door D^k.

(2.2) Als alle $C^k \in \Delta^{\mathsf{nieuw}}$ de testen overleven (of als de verzameling Δ^{nieuw} al leeg was van in het begin), dan kan dit alleen betekenen dat nu ontdekt wordt dat een term die vroeger niet als problematisch werd beschouwd, wel problematisch is. Dus moeten we nu GG-experimenten organiseren voor de $?C^k \in \Delta_m \cap \Delta^{\mathsf{oud}}$. De labels van de abnormaliteiten spelen nu een belangrijke rol bij het bepalen van de volgorde waarin de verschillende $C^{\langle\sigma,\theta\rangle}$ getest worden. We kunnen eventueel, zoals in [Batens/Haesaert:2003] algemene regels hanteren, en bepalen dat NLC die afkomstig zijn uit observatie-zinnen een grotere prioriteit hebben dan NLC die afkomstig zijn uit achtergrondkennis, die op hun beurt een grotere prioriteit hebben dan NLC die afkomstig zijn uit inductieve veralgemeningen. Deze bepaling van prioriteiten kan in het licht van contextuele gegevens echter drastisch wijzigen. Bovendien spelen ook overwegingen betreffende het gemak waarmee een test kan uitgevoerd worden, een belangrijke rol. We organiseren in de net bepaalde volgorde voor elke $?C^{\langle\sigma,\theta\rangle}$ een GG-experiment. Als het resultaat van de GG-experimenten

[55] Er zijn natuurlijk uitzonderingen. Als één van de disjuncten van $\mathsf{DAB}(\Delta_m)$ de formule $?C^{\langle\sigma,\theta\rangle}$ is, en als communicatiepartner σ gewoonweg zegt, dat hij C op een metaforische wijze gebruikt heeft, terwijl die term nu ook op een letterlijke wijze gebruikt werd, dan weten we meteen dat $C^{\langle\sigma,\theta\rangle} \neq C^\Sigma$.

voor $C^{\langle\sigma,\theta\rangle}$ negatief zijn, voeren we de premisse $\sim C^{\sigma}\neq C^{\Sigma}$ in, wat ons toelaat de DAB-formule $\mathsf{DAB}(\Delta_m)$ in te korten. Als alle GG-experimenten voor alle INLC $C^{\langle\sigma,\theta\rangle}$ negatief zijn, ga dan naar **(2.3)**. Als het resultaat van een GG-experiment positief is voor een $C^{\langle\sigma,\theta\rangle}$, voeg dan $C^{\langle\sigma,\theta\rangle}\neq C^{\Sigma}$ toe als nieuwe premisse. Deze wordt dan meteen een minimaal DAB-*gevolg*, waardoor $\mathsf{DAB}(\Delta_m)$ niet langer een minimale DAB-formule is. Probeer ondertussen ook tot een nieuwe term $D^{\langle\sigma,\theta\rangle}$ te komen ter vervanging van deze $C^{\langle\sigma,\theta\rangle}$. Als dit lukt, schrap dan alle lijnen met $?C^{\langle\sigma,\theta\rangle}\neq C^{\Sigma}$ in het vijfde element, en vervang $C^{\langle\sigma,\theta\rangle}$ overal elders door $D^{\langle\sigma,\theta\rangle}$.

(2.3) Als alle INLC in de minimale DAB-formule $\mathsf{DAB}(\Delta_m)$ de GG-experimenten overleefd hebben, dan moet er nu normaal gezien iemand tot de bevinding komen dat hij of zij zich vergist heeft bij het aanbrengen van een premisse. De vergissing kan bijvoorbeeld te wijten zijn aan een toepassing van instructie (*vii*) uit **(1)**. Een te snelle inductie is inderdaad een voor de hand liggende 'vergissing'. Dit geval is helemaal niet denkbeeldig: als we goed weten wat A's zijn, en goed weten wat we bedoelen met het predikaat B, dan kunnen we op basis van één premisse $Ab\&Bb$ besluiten tot $(\forall x)(Ax \supset Bx)$. Als we naderhand vaststellen dat $Ac\&\sim Bc$ het geval is, dan hoeft het afleiden van een DAB-formule als $\mathsf{DAB}\{?A^1, ?B^1, ?A^{\mathsf{ind_j}}, ?B^{\mathsf{ind_j}}, ?A^2, ?B^2\}$ inderdaad niet te wijzen op een niet-gemeenschappelijk gebruik van de NLC A en/of B. De labels $\mathsf{ind_j}$ geven dan meteen aan dat we de lijn j waarin deze inductieve inferentie gemaakt werd, en alle lijnen die uit lijn j afgeleid werden, kunnen schrappen.

Als alle disjuncten van een DAB-gevolg vals blijken te zijn, dan brengt het invoeren van premissen van de vorm $\sim C^{k}\neq C^{\Sigma}$ inderdaad met zich mee dat we $\perp$ onvoorwaardelijk kunnen afleiden. Dit wijst erop dat de testen gefaald hebben, of dat iemand zich vergist heeft bij het aanbrengen van een premisse. In de praktijk zal deze situatie zich echter zelden of nooit voordoen, want als iemand A bevestigt en iemand anders $\sim A$ bevestigt, dan stellen we positief vast dat A niet op een gemeenschappelijke manier gebruikt wordt. Als iemand zich vergist heeft, kan de premisse in kwestie gewoonweg geschrapt worden.

Output

Laat ons dit steeds uitbreidende bewijs, het $\Xi^{\langle\Sigma,\Theta\rangle}$-bewijs noemen. In ieder stadium s van het $\Xi^{\langle\Sigma,\Theta\rangle}$-bewijs kunnen we de volgende verzameling bepalen:

Definitie 73 $\Xi_s^{\langle\Sigma,\Theta\rangle} =_{\mathsf{df}} \{A \in \mathcal{W} \mid A^{\Sigma}$ *is afgeleid in een lijn in stadium* s *van het* $\Xi_s^{\langle\Sigma,\Theta\rangle}$*-bewijs*$\}$

De verzameling $\Xi_s^{\langle\Sigma,\Theta\rangle}$ kunnen we beschouwen als de weergave van de gemeenschappelijke kennis van Σ in stadium s. Deze verzameling kunnen we nog niet meteen beschouwen als een theorie, maar het spreekt voor zich dat de verzameling $\Xi_s^{\langle\Sigma,\Theta\rangle}$ een prominente rol speelt bij het bepalen van een theorie over het bestudeerde domein.

Als de verzameling $\Xi_s^{\langle\Sigma,\Theta\rangle}$ te arm is in vergelijking met onze huidige verwachtingen ten aanzien van kennis over het beschouwde domein, kunnen we ook een veel rijkere (en normaal gezien 'veel inconsistentere') verzameling bepalen die alle formules bevat die we bekomen door alle formules die in het huidige stadium van het bewijs voorkomen in een niet gemarkeerde lijn, te 'ontlabelen'.

Een maximaal rijke verzameling bekomen we door iedere minimale DAB-formule in het bewijs te vervangen door haar disjunct(en) met de laagste prioriteit. Hierdoor verdwijnen normaal gezien veel markeringen.[56]

Evaluatie

Met het sceptische model uit de vorige sectie krijgen we de DAB-formules als het ware cadeau. Met het adaptieve model uit deze sectie moeten we zelf inspanningen leveren om DAB-formules af te leiden. Deze inspanningen bestaan enerzijds in het hanteren van een heuristiek, maar kunnen en moeten anderzijds ook bestaan in het blijven voeren van gerichte communicatie, en dus in het aanbrengen van nieuwe (tentatieve) premissen.

De ontwikkeling van kennis is een dynamisch proces, en dit model, dat de ontwikkeling van gemeenschappelijke kennis voorstelt als één lang dynamisch bewijs, is daar een goede weergave van. Een belangrijk kenmerk van dit model is dat *alle* informatie maximaal bijgehouden wordt. Bronnen blijven zichtbaar in de afgeleide formule of in de voorwaarden in het vijfde element. Omdat geen enkele term meteen voor het leven 'gemeenschappelijk' is, is het belangrijk dat we in hetzelfde bewijs blijven werken, en de labels en de voorwaarden blijven bijhouden. We kunnen bijvoorbeeld in een vroeg stadium van het bewijs (= een vroeg stadium van de ontwikkeling van de gemeenschappelijke kennis) uit $B^{\langle\sigma,\theta\rangle}$ besluiten tot B^{Σ} op voorwaarde dat $B^{\langle\sigma,\theta\rangle} \neq B^{\Sigma}$ vals is. Als we de voorwaarde niet bijhouden (zoals dat in het sceptische model uit sectie 11.6.2 het geval is), dan kan $B^{\langle\sigma,\theta\rangle}$ niet meer in een minimale DAB-formule voorkomen, en krijgt deze term dus een voorkeursbehandeling die hij niet verdient.

Bij sommige instructies worden lijnen geschrapt of worden NLC vervangen. Dit is ook een vorm van dynamiek. Het betreft hier dan wel een vorm van dynamiek die niet voortkomt uit het gebruik van de logica **ALGG**, maar uit een externe evaluatie. Ik zie niet meteen in hoe het vervangen van INLC kan gerund worden door de logica zelf. Het schrappen van lijnen kunnen we beschouwen als een definitieve vorm van markeren; het moet mogelijk zijn om dit schrappen te incorporeren in de logica, maar dit zou de logica drastisch veranderen. Het wordt dan bijvoorbeeld noodzakelijk om, zoals in [Batens/Haesaert:2003] met voorwaardelijke premissen te werken; bovendien zitten we dan weer met de vraag wanneer we de prioriteiten moeten toekennen. Het werken met prioriteiten vormt ten andere ook geen garantie tegen vergissingen.

Door middel van de instructies (*v*), (*vi*) en (*vii*) in stap **(1)** laat het model toe om te doen wat met de logica $\mathbf{IL^{+m}}$ uit [Batens/Haesaert:2003] gedaan wordt. Waar het inkorten van DAB-formules in $\mathbf{IL^{+m}}$ deel uitmaakt van de bewijstheorie (op basis van

[56] Aldus kunnen we een $\Xi^{\langle\Sigma,\Theta\rangle}$-bewijs ook beschouwen als een combinatie van een te rijke en een veilige benadering van het standaardmodel van het domein (zie secties 6.4 en 7.6.3).

vooraf bepaalde prioriteiten), gebeurt het inkorten of wegwerken van DAB-formules nu door een externe ingreep, waarbij onder andere prioriteiten een rol kunnen spelen.

Ik denk dat we het wel degelijk als een voordeel kunnen beschouwen dat de prioriteit die we aan een formule toekennen niet op voorhand moet bepaald worden. Ook het inzicht in de prioriteiten kent een evolutie, en in die zin gaat het in tegen de geest van dynamische bewijzen om bepaalde beslissingen definitief en op voorhand te maken.

De belangrijkste tekortkoming van het model is natuurlijk dat het ons niets zegt over wat een theorie onderscheidt van een verzameling formules. Het voorgestelde model maakt ook te weinig gewag van de redenen waarom bepaalde nieuwe premissen ingevoerd worden. In sectie 11.3.1 hebben we even aandacht besteed aan de redenen waarom we zinnen invoeren. Globaal kunnen we drie redenen onderscheiden: (*i*) het gebruik van de taal inperken, (*ii*) het domein beschrijven, en (*iii*) tegemoetkomen aan eisen of aspiraties die te maken hebben met theorievorming. Mijns inziens verschilt de constructie van een theorie daarin van de ontwikkeling van kennis, dat de doelen wel in rekening gebracht worden, en invloed hebben op de nieuwe inbreng. Het is vooral deze inbreng die de essentie van een theorie uitmaakt. Definities en inductieve veralgemeningen zijn natuurlijk ook belangrijk met het oog op overzichtelijkheid.

Wetenschapsfilosofen zijn volop bezig met het ontwikkelen van modellen waarmee de creatieve processen die typisch zijn voor het construeren van een theorie over een domein, in beeld gebracht kunnen worden. De instructies die vermeld staan in stap **(1)** van het model kunnen veel beter uitgewerkt worden, als we dergelijke wetenschapsfilosofische inzichten in rekening brengen.

Wat belangrijk is aan het hier voorgestelde model is dat onze ervaringen erin gerepresenteerd zijn. Iedere formule van de vorm $A^{\langle\sigma,\theta\rangle}$ is immers afkomstig van een formule $E^{\theta}_{\sigma} : \Xi(A)$ in de taal $\mathcal{L}^E$. Dit opent perspectieven naar het ontwikkelen van gemeenschappelijke kennis over waarnemingsgegevens die in een sterkere mate gekleurd worden door onze betrokkenheid.

11.6.4 Over de constructie van *theorieën*

We hebben ons voorgenomen het te hebben over de rol van adaptieve logica's bij het construeren van theorieën $\langle\Gamma, \mathbf{L}\rangle$. In deel I zijn we tot de bevinding gekomen dat $\mathbf{ACLuN^m}$ in het algemeen een goede kandidaat is om de rol van de logica $\mathbf{L}$ te vervullen. In deel II hebben we ons voorgenomen om de rol te belichten die adaptieve logica's kunnen spelen in het proces dat leidt tot het formuleren van de verzameling $\Gamma_{\langle\Sigma,\Theta\rangle}$,[57] maar wat we gedaan hebben is een model ontwikkeld dat in beeld brengt hoe we tot *gemeenschappelijke kennis* komen. Een gemeenschappelijke theorie kunnen we wel gemeenschappelijke kennis noemen, en in die zin kunnen we wel aannemen dat de gezochte $\Gamma_{\langle\Sigma,\Theta\rangle}$ een deelverzameling is van $\Xi^{\langle\Sigma,\Theta\rangle}$, maar gemeenschappelijke kennis kunnen we niet zomaar een gemeenschappelijke theorie noemen.

[57]We gaan ervan uit dat theorieën theorieën van een gemeenschap zijn, en dus schrijven we $\Gamma_{\langle\Sigma,\Theta\rangle}$ in plaats van Γ.

Bijvoorbeeld. Wetenschappers uit lang vervlogen tijden hebben vastgesteld dat projectielen naar beneden vallen, terwijl planeten rond de zon draaien. Dit maakt deel uit van de gemeenschappelijke kennis. Zowel projectielen als planeten behoren tot het domein van de fysica. Waarom valt de aarde niet op de zon? Waarom blijft de kanonbal niet in een baan rond de aarde draaien? Sommige mensen vonden dit mysterie te groot om het een mysterie te laten zijn, en gingen op zoek naar een overkoepelend verhaal waaruit zou blijken dat hun kennis over de fysische objecten een geheel vormt. Dit overkoepelend verhaal moest meteen ook de waarom-vragen beantwoorden.

Het overkoepelende verhaal is gevonden, en is overigens met succes aangewend om projectielen in een baan rond de aarde te brengen. Het overkoepelende verhaal maakt gebruik van nieuwe termen als “massa” en “kracht”, en leert ons dat de aarde wel degelijk op de zon zou vallen als de snelheid waarmee de aarde rond de zond draait zou afnemen.

Dit voorbeeld geeft aan dat de zoektocht van naar uitspraken die de kern van een theorie uitmaken, veeleer een inhoudelijk probleem is dan een formeel probleem. Een formele logica kan geen antwoord geven op de vraag waarom een bepaald geheel van uitspraken wel als een verklaring gezien wordt, en een ander geheel niet. We hebben wel gezien dat verklarende uitspraken met de beschikbare logische middelen op een constructieve manier ingepast kunnen worden in het geheel van de gemeenschappelijke kennis over het domein in kwestie.

11.7 Gemeenschappelijke kennis / wetenschappelijke kennis

De modellen die in dit hoofdstuk voorgesteld worden, tonen geen formeel verschil tussen de consensus waartoe twee mensen gedurende een gesprek komen, en het voortbrengen van kennis die voor iedereen van alle tijden van toepassing is. Zowel de heel tijdelijke consensus als de universele kennis kunnen voorgesteld worden als een verzameling $\Xi^{\langle\Sigma,\Theta\rangle}$. In het eerste geval omvat Σ slechts twee communicatiepartners, en duurt Θ slechts een paar minuten. In het tweede geval omvat Σ iedereen en kan Θ eeuwig duren. Er zijn wel een aantal praktische verschillen. In het eerste geval zijn alle leden van Σ bij het tot stand komen van de consensus betrokken. In het tweede geval zijn er heel wat leden van Σ niet bij het tot stand komen van de gemeenschappelijke kennis betrokken. In het eerste geval kan de taal de spreektaal van de leden van Σ zijn, in het tweede geval moet een universele taal gebruikt worden. Een belangrijk verschil is dat een tijdelijke consensus tussen twee mensen zich *kan* voordoen, maar universele kennis niet. We moeten ons bij het construeren van gemeenschappelijke theorieën dan ook niet laten afschrikken door onmogelijke eisen.

In zekere zin kunnen we de uitspraak “u bent aan het lezen” (zie pagina 8) als een lid van *onze* verzameling $\Xi^{\langle\Sigma,\Theta\rangle}$ beschouwen, waarin $\Sigma = \{\text{u, ik}\}$ en Θ zolang duurt als u aan het lezen bent. Ik denk dat dit voorbeeld aangeeft hoe consensus, en op analoge wijze gemeenschappelijke kennis, groeit vanuit heel concrete ervaringen, met het gebruik van een beschikbare taal, en op basis van heel concrete contextuele zekerheden. Toch zullen we de consensus die zich tijdelijk voordoet tussen twee personen slechts uitzonderlijk wetenschappelijke kennis noemen. Om van wetenschappelijke kennis te kunnen spreken, moet er op zijn minst een bereidheid zijn om de gemeenschap Σ uit te breiden.[58]

De bereidheid om de gemeenschap uit te breiden, vertaalt zich in de exacte wetenschappen in het gebruik van een wiskundige taal. De manier waarop die taal van toepassing is op de wereld wordt veelal operationeel vastgelegd. Zoals ik in sectie 5.3.3 aangaf, brengt dit met zich mee dat een wetenschappelijke uitspraak A eigenlijk maar een gedeeltelijke weergave is van de uitspraak "$C_{\langle\Sigma,\Theta\rangle} \supset A$", waarin "$C_{\langle\Sigma,\Theta\rangle} \supset$" te lezen is als "iedereen die erin slaagt onze taal met behulp van onze criteria op de wereld te betrekken, zal tot de bevinding komen dat". Als wij, onder ons, tot de bevinding komen dat ervaringen in omstandigheden T als waardevolle ervaringen getypeerd kunnen worden (formeel: $(\forall E_x^y)(E_x^y : T \supset E_x^y : \mho)$), dan kunnen wij evenzeer zeggen dat $C_{\langle\Sigma,\Theta\rangle} \supset (\forall E_x^y)(E_x^y : T \supset E_x^y : \mho)$. Het belangrijkste verschil met exact-wetenschappelijke uitspraken is dat de criteria veelal ook (op een veel uitdrukkelijker wijze dan bij exacte wetenschappen het geval is) omstandigheden insluiten die cultureel of biologisch of hoe dan ook bepaald zijn, terwijl een uitspraak als $(\forall E_x^y)(E_x^y : T \supset E_x^y : \mho)$ het ook niet nodig heeft om in *alle* omstandigheden te gelden. Desalniettemin kan een dergelijke uitspraak voor iedereen van alle tijden belang hebben, omdat iets beter is dan niets.

[58]Communiceren blijft hoe dan ook een voorwaarde. Het feit dat we communiceren levert hoe dan ook telkens weer een contextuele zekerheid.

Hoofdstuk 12

Bevindingen en open problemen

Bij het schrijven van deze tekst wilde ik me laten leiden door de vraag naar het hoe en het wat van een zinnig en gewaardeerd leven, voor onszelf en voor iedereen bij wie wij ons betrokken weten. Daarom heb ik me vooraf bezonnen over de vraag op welke manier wetenschappelijke activiteiten bijdragen tot het beantwoorden van deze vraag. Een bevinding, die ondertussen ook door mijn eigen ervaring bevestigd wordt, is dat het bezig zijn met kennis over de wereld op zich heel zinnig en gewaardeerd kan zijn. Het betrekken van gemeenschappelijke inzichten op het concrete contact met de wereld, en het op zoek gaan naar een ruimer kader waarin het concrete contact met de wereld kan geplaatst worden, zijn twee activiteiten die het dagelijkse leven betekenis geven.[1] Daarom lijkt iedere poging om het domein van de wetenschappen uit te breiden, me hoe dan ook waardevol. Omdat er alsnog geen wetenschappen bestaan waarin geprobeerd wordt om ons concreet contact met het waardevolle in de wereld te plaatsen, heb ik me afgevraagd waarom het waardevolle in de wereld alsnog niet tot het domein van de wetenschappen behoort.

Een eerste antwoord op deze vraag is dat de opvatting dat wetenschappelijke kennis over de wereld 'objectief' moet zijn, een obstakel vormt. Als we echter wetenschappelijke kennis van nabij bekijken, stellen we vast dat wetenschappelijke kennis, net als alle kennis, nooit objectief is. Wetenschappelijke kennis is wel 'zo gemeenschappelijk mogelijk'. In die zin is wetenschappelijke kennis over het waardevolle in de wereld wel degelijk mogelijk, omdat er over om het even welk domein per definitie kennis kan geformuleerd worden die zo gemeenschappelijk mogelijk is.

Een visie waarin wetenschappelijke kennis gezien wordt als *gemeenschappelijke* kennis hoeft overigens helemaal niet relativistisch te zijn. Een situatie waarin verschillende gemeenschappen zich bezighouden met het ontwikkelen van gemeenschappelijke kennis over een bepaald onderwerp, sluit aan bij de relatieve rationaliteitsopvatting, die verdedigd wordt in het boek *"Menselijke kennis"*[2]. De redelijkheid gebiedt dat we op basis van een afweging van alternatieven telkens weer tot de voorlopig beste inzichten

[1]Eigenlijk is het één activiteit waarin de interesse voor het gemeenschappelijke en de interesse voor het bijzondere elkaar wederzijds versterken.

[2][Batens:1992]

proberen te komen. Het feit dat andere gemeenschappen tot andere bevindingen komen, komt dus ons inzicht ten goede.

Dit alles liet mij toe om te besluiten dat onze betrokkenheid op de wereld geen belemmering vormt om tot wetenschappelijke kennis over de wereld te komen. “Integendeel” dacht ik onmiddellijk, en ik vond het dan ook de moeite waard om te zien of deze spontane “integendeel” inderdaad bevestigd wordt als we de bestaande wetenschappelijke kennis van dichterbij bekijken. In een wetenschappelijke branche als de fysica zien we inderdaad dat onze betrokkenheid op de wereld geen belemmering vormt om tot wetenschappelijke kennis over de wereld te komen. Fysici organiseren het contact met de wereld op zo'n manier dat de waarnemer in principe verwisselbaar is. Deze principiële verwisselbaarheid komt in feite hier op neer dat de invloed van individuele kenmerken van de waarnemer op de waarneming zo veel mogelijk uitgeschakeld wordt.

Ook in verband met het waardevolle in de wereld is het mogelijk om de individuele kenmerken van de waarnemer op de waarneming zo veel mogelijk uit te schakelen. We kunnen algemeen menselijke behoeften in rekening brengen, of zelfs cultureel bepaalde verlangens, op een manier die helemaal niet ‘subjectief’ moet genoemd worden.[3] Onze betrokkenheid op (het waardevolle in) de wereld is met name óók een manier van waarnemen, het is ook een activiteit waarin ons contact met de wereld gerealiseerd wordt. En dit contact is niet willekeurig. Er is wel degelijk sprake van weerstand van de wereld. Ook het waardevolle in de wereld heeft zijn invarianties waarvoor we oog en gevoel moeten hebben, en die uitgedrukt kunnen worden in gemeenschappelijke theorieën. Op het vlak van ‘weerstand van de wereld’ is er geen principieel verschil met de fysica.

In het kennisbeeld dat ik heb proberen te schetsen, wordt er dan ook uitdrukkelijk voor gezorgd dat onze ervaringen —waardoorheen onze betrokkenheid op de wereld zich immers voordoet— een plaats krijgen. De logica die ik in hoofdstuk 11 gepresenteerd heb, laat toe om ook de zogenaamde ‘objectieve ’ wetenschappelijke kennis te reconstrueren als kennis die onze betrokkenheid op de wereld weergeeft. Dit brengt me bij een lacune van dit werk: er zou effectief aangetoond moeten worden, met historische voorbeelden, dat de ontwikkeling van de fysica kan gereconstrueerd worden in het model dat ik in sectie 11.6.3 geschetst heb.

Ook de opvatting dat wetenschappen gebruik maken van een eenduidige taal, vormt een obstakel voor wie overweegt een wetenschappelijke theorie over het waardevolle in de wereld te construeren. Ook dit obstakel kan overwonnen worden. We hoeven alleen maar vast te stellen dat eenduidigheid onmogelijk is,[4] terwijl er toch al wetenschappen bestaan. Ook die termen die tot het vocabularium van de ‘exacte’ wetenschappen behoren, zijn termen die uitdrukking geven aan ervaringen van leden van specifieke gemeenschappen. Wetenschappelijke termen zijn niet wetenschappelijk omdat ze een eenduidige betekenis hebben (die onafhankelijk zou zijn van wie de termen gebruikt), maar omdat ze veelvuldige communicatie op een maximaal consistente manier overleven. Het spreekt voor zich dat “het overleven van veelvuldige communicatie op een maximaal consistente manier” geen alles-of-niets-norm is. Ook om onze bevindingen op het vlak van het

[3] Ik verwijs nogmaals naar sectie 5.3.3 en naar sectie 11.7.

[4] Zie hoofdstuk 10.

waardevolle in de wereld tot uitdrukking te brengen, kunnen we termen ontwikkelen die onze communicatie op een maximaal consistente manier overleven.

Een derde antwoord op de vraag waarom het waardevolle in de wereld alsnog niet tot het domein van de wetenschappen behoort, graaft wat dieper, en heeft te maken met wereldbeelden. Het zou immers wel eens kunnen zijn dat de wereldbeelden die mensen er —veelal impliciet— op nahouden, een hindernis vormen om de vraag naar het waardevolle in de wereld te stellen. Met name wereldbeelden waarin 'subjecten' en/of 'objecten' als op zichzelf bestaande entiteiten verschijnen, brengen met zich mee dat onze betrokkenheid op de wereld, die kenmerkend is voor onze bevindingen op het vlak van het waardevolle in de wereld, in feite miskend wordt. In dit werk wordt slechts heel summier een wereldbeeld geschetst dat gekenmerkt wordt door betrokkenheid. Het is wenselijk dat we ons uitvoeriger bezighouden met ontologische, metafysische en wereldbeschouwelijke vragen. Ik verwijs graag naar een werk zoals *"De cirkel sluiten. Inleiding tot een wetenschappelijke metafysica"*.[5]

In dit werk heb ik wel geprobeerd om te tonen dat een wereldbeeld dat gekenmerkt wordt door betrokkenheid helemaal niet moet onderdoen voor een atomistisch wereldbeeld als onderliggend wereldbeeld voor een wetenschap als de fysica.[6] Het bestaan van een succesvolle theorie als de klassieke mechanica bewijst ten andere dat discrepanties tussen de structuur van de taal van de logica en de structuur van de wereld, geen onoverkomelijke problemen zijn.

De logische middelen die ik in deze tekst besproken heb, tonen dat er op het vlak van theorievorming veel meer mogelijk is dan in een traditionele opvatting over logica en creativiteit voor mogelijk gehouden wordt.[7]

Ik heb dit werk ingedeeld in twee grote delen, waarin ik respectievelijk toon hoe onze kennis gestalte krijgt door inperkingen vanuit de logica, en door inperkingen vanuit de ervaringen. Zowel op het vlak van de logica als op het vlak van ons contact met de wereld kunnen we een veel flexibelere en creatievere houding aannemen dan de eerste logisch-empiristen. Zoals in [Batens:2003b] aangegeven wordt, spelen ook de doelen die we ons stellen een belangrijke rol in de processen waarin onze kennis gestalte krijgt. Op dit vlak staat er ons nog heel wat te doen.

Ik denk dat niemand eraan twijfelt dat 'verklaring' een legitiem wetenschappelijk doel is. Veel wetenschappelijke theorieën hebben inderdaad als doel 'onze fenomenen' te verklaren. Dit doel komt voort uit een behoefte of een verlangen van ons. Of een verklaring uiteindelijk bevredigend is, hangt ook weer van 'ons laatste oordeel af'. In die zin vervult een verklarende theorie een behoefte of een verlangen om de waarneembare wereld op onze ervaringen te betrekken. Verklaren kunnen we dus zien als een vorm van betekenis geven aan onze fenomenen. Ik zie geen reden waarom betekenis geven zou beperkt moeten worden tot verklaring. Ik zie geen reden waarom het streven naar een verklarend kader voor 'onze fenomenen' wel een legitiem wetenschappelijk streven zou

[5] [Christiaens:2001]
[6] Zie hoofdstuk 5.
[7] Voor conclusies in verband met deel I verwijs ik naar hoofdstuk 8.

zijn, en een streven naar een betekenisgevend kader niet. Theorievorming is inderdaad meer dan een ongeïnteresseerde beschrijving van de fenomenen, maar er is geen reden waarom dit 'meer' alleen maar mag te vinden zijn in het verklarend aspect van theorieën. We kunnen evengoed streven naar inzicht in verband met betekenis-vragen.

Zoals Quentin Smith aangeeft in *"The felt meanings of the world"* wordt de wetenschappelijke en filosofische bedrijvigheid beheerst door de waarom-vraag.[8] In dit boek toont hij aan hoe de dominantie van deze vraag in de geschiedenis van het westerse denken uiteindelijk geleid heeft tot de bevinding dat er geen ultiem betekenisgevend beginsel is voor dit leven en deze wereld. Nog volgens Quentin Smith hangt de dominantie van deze vraag samen met een waardering van 'rationeel denken' ten koste van 'voelen'. Om 'de zin van het leven' te ontdekken, moeten we niet zozeer voortgaan op de ratio als wel op het gevoel. De belangrijkste vraag wordt dan: "wat is de betekenis ?"

Het onderscheid tussen ratio en gevoel is wijd verbreid in de opvattingen van mensen, maar ik denk dat we zelden alleen maar denken of alleen maar voelen. Ik denk ook niet dat een waarom-vraag alleen maar voortkomt uit een behoefte aan een verklaring. "God", bijvoorbeeld, die het ultieme verklarende beginsel van de klassieke filosofen is, vervult voor heel wat mensen ook de rol van het ultieme betekenisgevende beginsel. De dominantie van de waarom-vraag, hangt volgens mij samen met de (impliciete) aanname dat antwoorden op waarom-vragen meteen ook betekenisgevend zijn. Quentin Smith heeft gelijk als hij het belang van 'voelen' beklemtoont als contact met de wereld, maar ik denk niet dat we voelen als tegenpool van rationeel denken moeten beschouwen. "Voelend denken" zouden we kunnen beschouwen als denken dat vertrekt vanuit de ervaringen in al hun rijkdom. Als we denken niet zozeer zien als het bezig zijn met de vraag naar ultieme beginselen, maar als een bezigheid die vertrekt vanuit onze betrokkenheid op de dingen in de wereld, en die de dingen in de wereld, en onze verwondering erover, wil plaatsen in een ruimer kader, dan kunnen we evengoed maximale rationaliteit betrachten. Ik ben van mening dat wie maximale rationaliteit betracht, 'denken' *moet* zien als een bezigheid die vertrekt vanuit onze concrete ervaringen in al hun rijkdom. Wetenschappen willen een verhaal construeren dat een verklaring geeft voor onze waarnemingsentiteiten (of voor onze fenomenen, zoals men gewoonlijk zegt), maar een wetenschappelijke theorie kan evengoed een verhaal zijn dat de betekenis van onze waarnemingsentiteiten (of fenomenen) probeert duidelijk te maken. Een dergelijke theorie moet niet gebaseerd zijn op ultieme beginselen, maar moet vertrekken vanuit onze ervaringen. Wij nemen elkaar en de wereld waar, wij interageren en communiceren. Ziedaar de 'ultieme' beginselen voor onze theorieën.

Het in rekening brengen van doelen is helemaal niet irrationeel, en deze opvatting heb ik dan ook willen verdedigen. Ik heb logica's besproken waarin redeneren vanuit het doel centraal staat,[9] en ik heb geprobeerd er rekening mee te houden dat onze kennis niet alleen gestalte krijgt vanuit de logica en de empirie, maar ook vanuit de doelen die we ons stellen.

[8] [Smith Q.:1986].
[9] Zie sectie 4.2.

Ik heb logische middelen besproken die gebruikt kunnen worden bij de ontwikkeling van gemeenschappelijke kennis, en dit vooral omdat de constructie van een theorie over het waardevolle in de wereld wenselijk is, maar hoe we effectief kunnen beginnen aan de ontwikkeling van gemeenschappelijke kennis over het waardevolle in de wereld heb ik nog niet concreet belicht. Ik wil dit toch nog even doen in dit werk.

Doorheen onze bespreking van logische middelen en de ontwikkeling van gemeenschappelijke kennis, zijn er geen redenen opgedoken waarom de constructie van de klassieke mechanica minder onmogelijk is dan de constructie van een theorie over het waardevolle in de wereld. Al wat we nodig hebben is (1) weerstand van de werkelijkheid, en die ondervinden we voortdurend,[10] (*ii*) een gemeenschappelijke taal, en (*iii*) verbeelding en creativiteit om (*i*) en (*ii*) op elkaar te betrekken. Wat betreft waarnemingsgegevens, is er zeker geen tekort.[11] Wat betreft de woordenschat en de achtergrondkennis die we ter beschikking hebben, is er eigenlijk een overvloed aan bronnen, zoals bijvoorbeeld de geschiedenis van de filosofie en de wereldliteratuur. In de wetenschap dat er logische middelen voor handen zijn die de ontwikkeling van gemeenschappelijke kennis in goede banen kunnen leiden, is het enige wat we nog moeten doen als we tot gemeenschappelijke kennis over het waardevolle in de wereld willen komen, er daadwerkelijk aan beginnen. Een betekenisgevend kader voor het waardevolle in de wereld, kan dan groeien vanuit onze concrete ervaringen en doorheen onze concrete communicatie.

Om dit werk af te ronden, wil ik nog iets zeggen over creativiteit en het werken binnen een gemeenschap. Doorheen mijn onderzoek heb ik ondervonden hoe belangrijk het thema van het proefschrift van Joke Meheus is.[12] Creativiteit is een proces dat rationeel kan verlopen. Dit proces heeft onder andere te maken met het maximaal benutten van wat je weet. Dit is zeker het geval als we ons geplaatst zien voor een 'slecht bepaald probleem'[13] als het construeren van een wetenschappelijke theorie over een alsnog braakliggend domein. De logica **ALGG** kunnen we in zekere zin beschouwen als een instrument dat toelaat maximaal gebruik te maken van wat we weten. Zoals het model in sectie 11.6.3 aangeeft, kunnen we gebruikmaken van alle bevindingen van iedereen uit onze gemeenschap, hoe vaag of tentatief die bevindingen ook verwoord zijn.

Creativiteit is ook een dynamisch proces.[14] Het merkwaardige aan dit dynamisch proces is dat conclusies die naderhand fout blijken te zijn (volgens de evoluerende beste inzichten) kunnen bijdragen tot conclusies die voorlopig wel als juist gezien worden. Wat het dynamisch aspect van creatieve processen betreft, spreekt het voor zich dat adaptieve logica's heel geschikte instrumenten zijn om dergelijke processen te reconstrueren, en om nieuwe processen in goede banen te leiden. De logica die ik gebruikt heb in deel II, deelt in deze kwaliteit van adaptieve logica's in het algemeen. Dit is misschien een goed moment om mijn bijdrage op het vlak van logica in het juiste daglicht te stellen: als

[10] We kunnen niet zomaar om het even wat als waardevol bestempelen.

[11] Iedereen is 'ervaringsdeskundige', wat betreft het waarnemen van het waardevolle in de wereld.

[12] [Meheus:1997].

[13] Zie sectie 2.2.2, pagina 48.

[14] Wat deze tekst betreft kan ik zeggen dat ik in veel stadia van het schrijven van deze tekst, eerder gemaakte conclusies herzien heb. Ik verwacht dan ook dat ik in de nabije toekomst beweringen zal herzien die uiteindelijk in deze tekst terechtgekomen zijn.

blijkt dat werk van mij een bijdrage kan beteken op het vlak van logica, dan heeft dit alles te maken met het feit dat ik deel uitmaak van een concrete onderzoeksgroep, waarin mensen als Dirk Batens, Joke Meheus en Kristof De Clercq al jaren ernstig bezig zijn met onderzoek op het vlak van de ontwikkeling en de toepassing van adaptieve logica's. Op mijn eentje zou ik nooit tot deze bijdrage gekomen zijn.

Hoofdstuk 13

Appendix: ‘Zelf’verwijzing

13.1 De taal $\mathcal{L}^E$ en zelfverwijzing

De taal die ik voorgesteld heb in sectie 5.5, en die ik in sectie 11.4.3 de naam “$\mathcal{L}^E$” gegeven heb, maakt gebruik van representaties van ervaringen “E^θ_σ”, en heeft primitieve formules van de vorm “$E^\theta_\sigma : T$” die een typering van de ervaring in kwestie uitdrukken. Het bestaan van deze taal nodigt uit tot een interessante oefening, namelijk: kunnen we voor elke (mededelende) zin een ervaring of de ervaring(en) terugvinden waarvan deze zin een uitdrukking wil zijn ? Ik ben van mening dat een zin uit de natuurlijke taal, die niet vertaald kan worden in de taal $\mathcal{L}^E$, het is te zeggen, die we niet kunnen interpreteren als de uitdrukking van iemands ervaring(en), een absurde zin is. Ik zie niet in welke betekenis het kan hebben iets te zeggen dat niets te maken heeft met ervaringen van om het even wie. Laat ons daarom als oefening onze taal te lijf gaan met het volgende ‘scheermes’.

> *Een zin die niet kan geïnterpreteerd worden als de uitdrukking van een of meerdere ervaringen, is nonsens. (Als een zin nonsens is, moeten we er niet al te veel aandacht aan besteden.)*

Met andere woorden: als een zin niet kan vertaald worden in de taal $\mathcal{L}^E$, moeten we er niet al te veel aandacht aan besteden. Merk op dat geen enkele zin, uitgesproken door iemand die iets wil zeggen over de wereld, ‘weggeschoren’ zal worden.

Het gebruik van dit scheermes wordt interessant als we in de buurt komen van zelfverwijzende zinnen, het is te zeggen: zinnen die (zogezegd) iets zeggen over zichzelf. We weten immers dat zinnen niet voor zich spreken, maar slechts betekenis krijgen in het hoofd van mensen.[1] Ik bekijk zinnen van de vorm: “Deze zin is P”. Eerst wil ik even stilstaan bij het ambivalente, grammaticale karakter van deze zinnen. Zelfverwijzende zinnen zijn vanzelfsprekend zinnen. Tegelijk is een zelfverwijzende zin het onderwerp van een zin (namelijk van die zin zelf), tenminste als we de zin daadwerkelijk identificeren

[1] In termen van hoofdstuk 10: de betekenis van een zin realiseert zich steeds als een (telkens weer individueel) concept.

met “Deze zin” (met de twee eerste woorden van “Deze zin is P”.) Als *wij* deze identificatie niet maken, is er geen sprake van zelfverwijzing. Een zelfverwijzende zin kunnen we formaliseren als “$S \equiv P(S)$” of als “$S = P(S)$”.[2] Nu bekijk ik enkele zelfverwijzende zinnen, en de ervaringen die erin tot uitdrukking komen:

- “Deze zin is geschreven in zwarte inkt.” Hier doen zich geen problemen voor. Deze zin zegt dat de ervaring van om het even wie die deze zin ziet, kan getypeerd worden als het zien dat deze zin geschreven is in zwarte inkt.

- “Deze zin is geschreven in rode inkt.” Deze zin zegt dat de ervaring van om het even wie die deze zin ziet, kan getypeerd worden als het zien dat deze zin geschreven is in rode inkt. We hebben hier te maken met een valse zin, maar dit is geen fundamenteel probleem; mensen kunnen zich vergissen.

- “Deze zin is waar” is wel problematisch, evenals de zin “deze zin is vals”.

Als iemand zegt dat zin A waar is, drukt zij hiermee uit dat zij gelooft dat deze zin waar is. En als iemand zegt dat zin B vals is, drukt hij daarmee uit dat hij gelooft dat deze zin vals is of dat de negatie van deze zin waar is. Of iemand gelooft dat A waar is, hangt af van de betekenis die zij toekent aan A. Als we ons scheermes hanteren, dan moet de betekenis van A iets te maken hebben met een ervaring van om het even wie. Laat ons dus aannemen dat de zin “deze zin is waar” de uitdrukking is van de ervaring van $g \in \Sigma$ op $i \in \Theta$. Een rechttoe rechtaan interpretatie van “deze zin is waar” kan dan zijn: E_g^i kan getypeerd worden als het uitspreken van de zin “deze zin is waar”. Als g deze zin alleen meer uitspreekt, het is te zeggen, als g niet de bedoeling heeft een ervaring uit te drukken met deze zin, dan zegt ons scheermes ons dat we niet al te veel aandacht moeten besteden aan die zin. De enige no-nonsense interpretatie die ik kan vinden is: de zin “deze zin is waar” is de geschreven of gesproken tegenhanger van de gedachte “deze ervaring is waar”. Als we hier echt met zelfverwijzing te maken hebben, brengt de zin “deze ervaring is waar” iets tot uitdrukking wat een bepaalde gedachte over zichzelf denkt. De vraag is echter *“Wat?”*

Als filosofen de zin “deze zin is vals” gebruiken, doen ze dat gewoonlijk om te tonen dat een taal waarin deze zin grammaticaal correct is, niet voldoet aan de normen van de klassieke logica. Dat deze normen niet altijd gehaald worden, weten we echter al lang. Bovendien kunnen we in de meeste talen onnoemlijk veel onzin uitkramen die grammaticaal correct is.[3] Ik denk dat we er beter aan doen onze aandacht op de wereld te richten. Dezelfde conclusie kunnen we trekken als we ons bezig houden met vragen over de werkelijkheid achter de term “subject”.

[2] Bemerk de vormgelijkheid van deze formaliseringen en bijvoorbeeld $E_s^i : W(E_s^i)$, de formalisering van “de ervaring van s op i kan getypeerd worden als “weet hebben van die ervaring zelf”. Een dergelijke ervaring typeerde ik al als een ‘zwart gat’ (zie pagina 26).

[3] Bijvoorbeeld: “Zeventien zwemt tussen de vloer”.

13.2 Wat is 'een subject' ?

> *Where are you ? Are you in your brain stem, which is helping you keep awake and breathing right now ? Or are you in your thalamus, since it's helping you decide what to pay attention to ? Perhaps you are in those language areas of your brain that are helping you make sense of these words. Or are you in your forebrain, the region that helps you speculate, plan, and worry ? Or in your hippocampus, where you store and recall memories ? Or even in the memories themselves, since they are what makes you you ? Without any of these parts you wouldn't be you. So where are you ?*[4]

Wij zeggen dat ik ervaringen heb, maar is het ook zinvol om aan dat 'ik' een of andere werkelijkheid toe te kennen ? Kom ik 'dat ik' ooit tegen in mijn ervaringen ? Ons leven is voor onszelf een geheel van ervaringen. Een entiteit die zelf geen ervaring is, en die ook niet het voorwerp van onze ervaringen is, heeft in ons leven dus niets te betekenen. Als subjecten reële entiteiten zijn en ook wat te betekenen moeten hebben in ons leven, zijn die subjecten ofwel gehelen van ervaringen, ofwel het voorwerp van onze waarneming, ofwel het voorwerp van onze voorstelling, ofwel een mix van twee of drie van deze mogelijkheden. Als het louter om een voorgestelde entiteit gaat, dan kunnen wij Ockhams scheermes hanteren, en stellen dat er goede redenen moeten zijn om deze veronderstelde entiteit in te voeren.[5]

Laat ons even aannemen dat subjecten reële entiteiten zijn, en dat ik een subject ben. Dan verwijst "ik" ofwel naar (1) een ervaring of een geheel van ervaringen, ofwel naar (2) een waarneembare entiteit, ofwel naar (3) een voorgestelde entiteit die ons wereldbeeld begrijpelijker of overzichtelijker maakt.

13.2.1 Het subject als een geheel van ervaringen

In zijn *Lof der onzekerheid* betoogt Alan Watts dat "ik" een woord is dat verwijst naar ervaringen, en niet naar een entiteit die ervaringen *heeft.* Er is geen ervaarder naast de ervaringen.

> Het is makkelijker "ik" te zeggen dan om te wijzen naar je eigen lichaam, en "heb honger" te zeggen dan om te proberen een vaag gevoel in mond en maag aan te duiden. .../... Maar het is nog belangrijker, dat woorden de mens in staat hebben gesteld zichzelf te definiëren, om op een bepaald gedeelte van zijn ervaringen het etiket "ik" te plakken. .../... Definiëren is isoleren, een stelsel van vormen scheiden van de stroom van het leven en zeggen: "Dat ben ik". Wanneer de mens zichzelf kan noemen en definiëren heeft hij het gevoel, dat hij een identiteit heeft. Zo begint hij te voelen, dat hij afzonderlijk en statisch is als het woord, vergeleken met de werkelijke stromende wereld van de natuur.[6]
>
> Ben je je ervan bewust, nu je deze huidige ervaringen beschouwt dat *iemand* die beschouwt ? Kun je behalve de ervaring zelf de ervaarder opmerken ? Kun je op

[4] [Rawlins:1997] *Slaves of the Machine*, p. 115.

[5] Het is niet nodig om 'waarneming' en 'voorstelling' altijd en overal strikt van elkaar te kunnen scheiden om met dit onderscheid te kunnen werken. Ockhams scheermes: "What can be done with fewer [assumptions] is done in vain with more." [The Encyclopedia of Philosophy], deel IV, p. 307.

[6] [Watts:1977] pp. 39-40.

> hetzelfde moment *deze* zin lezen en eraan denken dat je ze leest? Je zult merken dat je voor een ondeelbaar ogenblik met lezen moet ophouden om eraan te denken dat je ze leest. Het eerste ervaren is het lezen. Het tweede ervaren is de gedachte: ‘Ik lees’. Kun je een denker vinden die de gedachte denkt: ‘Ik lees?’ .../.... Je moet ermee ophouden alleen maar te denken: ‘Ik lees’. Je gaat over naar een derde ervaring, die de gedachte is: ‘Ik denk dat ik lees’. Laat de snelheid waarmee deze gedachten kunnen veranderen je niet verleiden tot het gevoel dat je ze allemaal tegelijkertijd denkt.
>
> Maar wat is er eigenlijk gebeurd? Op geen enkel individueel tijdstip kon je jezelf van je huidige gedachte, of je huidig ervaren, afzonderen. .../... In elke huidige ervaring was je je met andere woorden alleen bewust van die ervaring. Je was je er nooit bewust van bewust te zijn. Je kon nooit de denker van de gedachte scheiden, of de weter van het gewetene. .../... Bewust te zijn is dus het bewust zijn van gedachten, gevoelens, gewaarwordingen, verlangens, en alle ander vormen van ervaren. Op geen enkel afzonderlijk moment was je je bewust van iets dat *geen* ervaren is, geen gedachte of gevoel, maar in plaats daarvan een ervaarder, denker, of voeler. Als dat zo is, wat brengt ons er dan toe te denken dat iets dergelijks bestaat?[7]

Ik denk dat de visie van Watts de enige mogelijke invulling is van de optie dat een subject één of meerdere ervaringen *is*. Er sluipen echter een aantal verzwegen aannames in Watts' uiteenzettingen.

(*i*) Het is niet omdat er in de ervaring geen ervaarder kan opgemerkt worden, dat bepaalde ervaringsgegevens ons er niet toe zouden nopen de ervaarder als hypothetische entiteit in te voeren. Watts zou hierop antwoorden dat deze hypothetische entiteit inbeelding is.

(*ii*) Watts maakt gebruik van het begrip “bewust zijn”, en besluit dat “bewust zijn het bewust zijn van ervaringen is”. Aldus is het onmogelijk zich bewust te zijn van een subject, tenzij het subject samenvalt met de ervaring—*quod erat demonstrandum* voor Watts. Maar wij kunnen dezelfde redenering maken voor onze waarnemingsentiteiten, en besluiten dat wij ons niet bewust kunnen zijn van de werkelijkheid van de zon, tenzij de werkelijkheid van de zon samenvalt met de ervaring—*reductio ad absurdum* van Watts' hypothese. Met andere woorden, Watts gebruikt de term “bewust zijn” in de betekenis van onmiddellijk weten, en doet alsof er geen andere vorm van weten bestaat.

(*iii*) Watts besluit dat “ik” een instrumenteel begrip is. “Het woord” stelt hij voor als “afzonderlijk en statisch vergeleken met de werkelijke stromende wereld van de natuur”. Er is echter geen reden waarom een woord statischer zou zijn dan bijvoorbeeld de piramide van Cheops. Door “het woord” te bestempelen als “afzonderlijk”, ontkent Watts dat het gebruik van een woord bepaald wordt door zijn context. De context zit echter verweven in “de werkelijke stromende wereld van de natuur”. Er is wel degelijk een significant onderscheid te maken tussen reële entiteiten en woorden, maar daartoe hoef je niet van mening te zijn dat “het woord afzonderlijk en statisch is, vergeleken met de werkelijke stromende wereld van de natuur.”

---

[7] [Watts:1977] pp. 72-73.

Er zijn aanleidingen te over om "ik" als meer dan een instrumenteel begrip te beschouwen: Vanuit mijn standpunt lijken mijn ervaringen allemaal gecentraliseerd te zijn. Zij 'vertrekken uit' of 'komen toe in' één virtueel punt, dat voor mij 'hier' is (zo 'hier' als maar kan zijn). Er is niet veel verbeelding nodig om dit virtueel punt op te blazen tot een reële entiteit. Herinneringen aan vroegere ervaringen zitten verweven in huidige ervaringen die ermee geassocieerd worden. Mijn ervaringen krijgen gestalte door kennis die ik vroeger verworven heb. Dergelijke kennis is impliciet aanwezig in al mijn ervaringen. Hoewel de aanwezige kennis voortdurend wijzigt, doet er zich onmiskenbaar een continuïteit in voor die de huidige ervaring overstijgt. Aangezien er geen reden is waarom een subject een statische entiteit moet zijn, kunnen wij met heel weinig verbeelding deze van-onmiskenbare-continuïteit-voorziene stroom van gebruikte kennis beschouwen als een reële entiteit. De manier waarop ik onderscheid en identificeer, is aanwezig in al mijn ervaringen. Hoe dynamisch deze manier ook is, toch heeft zij meer continuïteit dan een ervaring. Er is weinig verbeelding nodig om deze manier te beschouwen als een kenmerk van een subject. In de angst die Veerle hier en nu heeft voor spinnen, is ook de angst aanwezig die zij voelde toen zij voor het eerst een spin zag. Veerle heeft weinig verbeelding nodig om zichzelf te beschrijven als een entiteit die angst heeft telkens zij een spin ziet. Kortom, louter vanuit het eigen standpunt zijn er punten, lijnen of patronen merkbaar die een continuïteit hebben over ervaringen heen. Om deze continuïteiten voor onszelf begrijpbaar te maken, ligt het voor de hand een entiteit te veronderstellen, die deze eigenschappen 'heeft'. Watts heeft dan wel gelijk dat wij die entiteit niet ervaren, maar wij kunnen toch niet zomaar alle verbeelde entiteiten uit ons wereldbeeld verbannen!

Vanuit het eigen perspectief ervaren wij ook wat anderen over ons zeggen. Als Jantjes ouders verschillende keren zeggen dat Jantje stout is, heeft Jantje niet veel verbeelding nodig om zichzelf te beschouwen als een stout subject. Als Jantje later ook verschillende keren braaf genoemd wordt, heeft Jantje niet veel verbeelding nodig om zichzelf te beschouwen als een subject dat nu eens stout en dan weer braaf is. Hoe kan Jantje de uitspraken van zijn ouders begrijpen als die enkel naar zijn ervaringen zouden verwijzen? Als Jantje dan zegt "Ik ben braaf", bedoelt hij niet dat er een ervaring is die hij aanduidt met deze woorden. Het zit wel degelijk in Jantjes ervaring vervat dat hij iemand is die braaf wil zijn. Natuurlijk, als we de zaak nauwgezet bekijken, is de werkelijkheid voor Jantje niets anders dan zijn ervaring te streven. Maar hoe kan Jantje dit streven begrijpen als hij zichzelf niet als *iemand* ziet? Waarom zouden wij ons inspannen om in de toekomst een waardevolle ervaring te zijn, als wij onze realiteit hier en nu niet zouden vereenzelvigen met die toekomstige ervaring? En hoe kunnen wij dit vereenzelvigen begrijpen of verklaren als wij niet veronderstellen dat er een continuïteit is, die wezenlijk is voor wie wij zijn? Als wij geen entiteit willen invoeren naast de ervaringen, die deze ervaringen heeft, en wij willen de continuïteit en de eenheid verklaren die zich blijkbaar voordoet doorheen onze ervaringen, blijft algauw alleen de mogelijkheid over om het subject te vereenzelvigen met *één levenslange ervaring*, die wij slechts fragmentair (als specifieke ervaringen) kennen.

Als Watts gelijk heeft, zijn namen voor subjecten (zoals "ik") louter instrumentele begrippen. Als wij vanuit ons eigen perspectief kijken, is ons bestaan inderdaad een opeenvolging van ervaringen. Meer nog, onze enige echte werkelijkheid is de ervaring die wij nu hebben. Wij hebben op een impliciete wijze onmiddellijk weet van onze enige echte werkelijkheid. Doorheen onze ervaringen hebben wij echter ook weet van een altijd aanwezig virtueel punt ‘hier’, en van zich herhalende patronen. Bovendien weten wij, voelen wij dat bepaalde uitspraken van anderen niet zozeer onze ervaring hier en nu betreffen, als wel het individu dat wij blijkbaar zijn. Het beeld dat anderen van ons hebben, raakt ons. En waarom zouden wij rekening houden met toekomstige ervaringen als wij die niet beschouwen als een onderdeel van wie wij over onze ervaringen heen, zijn ?

Als Watts geen gelijk heeft, zijn wij vanuit onze eigen perspectief ertoe genoopt het subject dat wij menen te zijn, te zien als een hypothetische entiteit. Hoe anders kunnen wij de patronen en de continuïteit die zich voordoen doorheen onze ervaringen, verklaren ? Hoe anders kunnen wij begrijpen dat anderen iets over ons zeggen dat ons raakt ? Zij kennen immers onze ervaringen niet. En hoe anders kunnen wij ons streven verklaren ?

Besluit. Als “subject” niet louter een term is waarmee wij een geheel van ervaringen aanduiden, dan is het subject voor zichzelf een hypothetische entiteit, bij de gratie van zijn verbeelding en de interactie met anderen, en op basis van zijn behoefte specifieke ervaringsgegevens te verklaren of te begrijpen.[8]

13.2.2 Het subject als waarnemingsentiteit

Als het subject een waarneembaar object is, kunnen in principe alle communicatiepartners het subject dat de anderen zijn, ervaren. Als waarneembare entiteit kan het subject dan het studieobject zijn van antropologie, biologie, neurobiologie, of experimentele psychologie. Ook in het dagelijks leven is het subject dat ik ben dan een waarnemingsentiteit. Anderen kunnen mijn huidoppervlak zien of voelen, mijn organisme ruiken, mijn kracht ondervinden, zij kunnen zien wat ik doe, en horen wat ik zeg. Als het subject een waarnemingsentiteit is, stellen de anderen zich het subject dat ik ben voor zoals zij zich vanuit hun eigen ontologische opvattingen objecten voorstellen. Zij onderscheiden het (fysische) subject van zijn omgeving, gewoonlijk op basis van wat zij zien. De grens van mijn huid wordt beschouwd als de grens van het subject dat ik ben.

Een belangrijk probleem bij deze voorstelling van zaken is dat de anderen mijn ervaringen niet waarnemen. Mijn geheugen, kennis, streven en aandacht kunnen zij lokaliseren binnen de grenzen van mijn huid, of, nog preciezer, ergens in mijn hersenen, maar dan lokaliseren zij enkel een plaats waar zich activiteiten voordoen. Zij kunnen deze gelokaliseerde activiteiten eventueel waarnemen met gespecialiseerde instrumenten, maar om deze waarneembare activiteiten te identificeren als respectievelijk geheugen, kennis, streven of aandacht, moeten zij zich beroepen op mijn mededeling dat ik tijdens hun waarneming effectief mijn geheugen gebruik, of effectief ken, of effectief streef, of effectief mijn aandacht richt.[9] Het geheugen, de kennis, het streven en het richten van

[8] Als “subject” wel louter een instrumentele term is, dan kunnen noch het subject, noch eigenschappen ervan centrale waarden zijn.

[9] Het kan natuurlijk ook dat zij zich baseren op gelijkenissen met waarnemingen bij proefpersonen, maar dan baseren zij zich op de mededeling van deze proefpersonen. Vergelijk deze manier van identificeren met het identificeren van bijvoorbeeld een koe. De koe moet niet mededelen dat zij bezig is met koe te zijn.

aandacht zijn functies die anderen toeschrijven aan de entiteit die ik ben. Deze functies zijn wezenlijk om een subject tot subject te maken. Als het subject dat ik ben louter een waarneembaar object is, worden zijn functies miskend. Als het een waarnemingsentiteit is, is het dus méér dan louter een waarnemingsenteit, namelijk een entiteit waaraan functies toegeschreven worden.

Besluit. Als het subject een waarnemingsobject is, is het wezenlijk ook een verbeelde entiteit waaraan functies toegeschreven worden. Maar als het subject samenvalt met het lichaam, of met een onderdeel van het lichaam, bijvoorbeeld het brein, is de term overbodig. Wij kunnen dan beter zeggen dat het lichaam (of het brein) ervaart, en dan moeten wij de relatie lichaam/ervaringen (of brein/ervaringen) bestuderen.

13.2.3 Het subject als verbeelde entiteit

Zowel vanuit het perspectief van het subject als vanuit het perspectief van de anderen, is het nodig om het subject minstens ook als een verbeelde entiteit te beschouwen. De noodzakelijkheid van deze 'sprong' heeft naargelang het perspectief andere redenen.

Het subject ervaart zijn ervaringen niet als pure chaos. Het subject ervaart het zo dat het zelf het centrum van zijn ervaringen is en dat zijn ervaringen elkaar opvolgen in de tijd. Het subject identificeert nieuwe waarnemingsgegevens met oude (wat impliceert dat het subject een entiteit heeft/is waarin sporen van ervaringsgegevens opgeslagen worden). Nieuwe ervaringen krijgen gestalte op basis van verworven vormen die in het subject aanwezig zijn. Bovendien identificeert het subject zich met vroegere en toekomstige ervaringen. De noodzaak om zichzelf als een reële entiteit te zien, heeft dus te maken met de noodzaak om de continuïteiten en structuren die zich voordoen in zijn ervaringen te verklaren.[10]

Anderen, voor wie ik een waarneembaar object ben, kunnen mijn gedrag moeilijk verklaren of begrijpelijk maken zonder mij ervaringen toe te schrijven. Voor die anderen zijn mijn ervaringen functies van het subject dat zij mij toeschrijven.

Het subject verneemt dat anderen het als een individu bestempelen. Het feit dat anderen ons benoemen, doet ons besluiten dat deze entiteit te situeren is in de waarnemingsentiteit die wij blijkbaar zijn. De anderen ervaren zichzelf als een subject, en schrijven aan de waarnemingsentiteit die ik voor hen ben, toe óók een subject te zijn. De noodzaak om elkaar als een subject te zien, heeft niet alleen te maken met het verklaren van elkaars gedrag. Het heeft ook te maken met een verlangen om de anderen als gelijken te zien.

[10] In [Haring:2003], p. 138vv, schrijft Bas Haring dat de continuïteit van het 'ik', of de klaarblijkelijk onveranderlijkheid van het 'ik', zoals hij die noemt, een idee is, een nuttige idee (omdat wij aldus bijvoorbeeld letten op onze gezondheid), maar niet meer dan een idee.

13.2.4 Synthese

> [T]he appearing of I myself must not be confused with the 'I' that appears. The relation of myself, as a phenomenal object, to myself as a phenomenal subject, must be kept distinct from the relation of an experience, as a conscious content, to consciousness in the sense of a unity of such consciousness contents. [...] In common discourse, the ego is also treated as an empirical object and, from this perspective, however much of our scientific understanding of it may change, it will remain "... an individual, thinglike object, which, like all such objects, has phenomenally no other unity than that given it through its unified phenomenal properties, and which in them has its own internal make-up" (Husserl, 1970a, p. 541). If we approach the ego phenomenologically, then it is reduced to nothing more than a 'unity of consciousness' or a 'real experiential complex'.[11]

Wij botsen op een 'dubbelheid' waar iedere mens mee te maken krijgt, namelijk de discrepantie tussen het object dat wij voor anderen zijn, en het geheel van ervaringen dat wij voor onszelf zijn.[12] Deze discrepantie is echter geen discrepantie meer als wij inzien dat de beelden die de verschillende perspectieven op 'het ene subject' opleveren, complementaire beelden zijn.[13] De belangrijkste conclusie is dat het subject dat wij zeggen te zijn, onlosmakelijk verbonden is met zijn ervaringen en zijn omgeving. Als wij het subject beschouwen als een entiteit die kent en waardeert, is het de continuïteit die zich daarin voordoet die ons doet veronderstellen dat er een subject is. Als wij het subject beschouwen als een waarnemingsobject waarvan ervaren een dispositie is, is het de continuïteit van het lichaam die ons doet veronderstellen dat er een subject is. Deze continuïteiten kunnen echter gemakkelijk verklaard worden zonder dat wij een extra reële entiteit invoeren. Wij moeten alleen inzien dat onze ervaringen enerzijds een substantieel aspect hebben, dat met de zintuiglijkheid van onze ervaringen en dus met de fysische werkelijkheid te maken heeft, en een vormelijk aspect, dat met onze voorstellingen en onze 'communicatieve' werkelijkheid te maken heeft. Dit onderscheid tussen substantie en vorm is een van de mogelijke onderscheiden waarmee wij ons een beeld van onze ervaringen kunnen proberen te vormen. De continuïteit die ons ertoe noopt het beeld van een subject op te roepen, kan dan beschouwd worden als een continuïteit in het samengaan van 'substantie en opgeslagen vormen'. Aldus is een subject een kruispunt van communicatie, fysische omgeving en verbeelding. Dit kruispunt doet zich op elk van onze momenten hier en nu voor. Wij moeten alleen maar aannemen dat er in het lichaam

[11] [French:2002], p. 476. Steven French citeert uit ["*Logical Investigations*" (J.N. Findelay, Trans.) New York, 1970 (original work published 1900-1901)].

[12] Een vergelijking kan misschien verduidelijking brengen. Een zelfverwijzende zin, verwijst naar zichzelf. Toch is deze zelfverwijzing totaal betekenisloos, als er geen lezers zijn. Zonder lezer is een zelfverwijzende zin niets meer dan inktkrulletjes op papier. De lezer maakt van deze inktkrulletjes een betekenisvolle eenheid. Welnu, een mens kan van zichzelf, zonder anderen, geen betekenisvolle eenheid maken, omdat een mens voor zichzelf nooit rechtstreeks als een eenheid verschijnt. Zonder anderen bestaat een mensenleven uit niets anders dan 'inktkrulletjes', namelijk onmiddellijke ervaringen. Zonder anderen kunnen deze ervaringen nooit een betekenisvolle eenheid worden. Er is zelfs een bijkomende complicatie. De anderen, die zich wel een beeld van mij als entiteit kunnen vormen, nemen andere 'inktkrulletjes' waar. Zij zien niet mijn onmiddellijke ervaringen, maar mijn gedragingen.

[13] Twee voorstellingen van één 'ding', die klaarblijkelijk totaal uiteenlopend zijn, kunnen wel degelijk tegelijk 'juist' zijn. In haar doctoraatsverhandeling heeft Brenda Casteleyn het uitvoerig over dergelijke complementaire beschrijvingen. Zie [Casteleyn:2002].

dat wij zijn, mediumale vormen opgeslagen kunnen worden. De vormen die deel uitmaken van een ken-gebeuren zijn als het ware sluimerend aanwezig in ons lichaam, en kunnen op de een of andere manier geactiveerd worden. Een subject zijn, is communiceren, zich als een lichaam bewegen in de fysische wereld, en zijn verbeelding gebruiken. In de onmiddellijkheid van de ervaring worden het communicatie-, het lichaams- en het verbeeldingsaspect van wie we zijn, hier en nu één. Essentieel is de betrokkenheid. Subject, ervaring en voorwerp van ervaring vormen een geheel. Ons lichaam is niet los te zien van de rest van de fysische wereld. Onze kennis is niet los te zien van de gemeenschappen waartoe wij behoren. Vanzelfsprekend zijn de gemeenschappen waartoe het subject behoort, en de omgeving waarin het subject zit, met elkaar verweven.

Twee punten moeten wij onthouden. (*i*) Slechts in de verbeelding kunnen de eigen ervaringen en het beeld dat anderen ons van ons geven als één entiteit gezien worden. (*ii*) Als wij het subject zien als 'een ding', ligt zijn identiteit toch nooit vast. Op geen enkele van zijn momenten is het subject een definitieve resultante van het verleden. Nieuwe ervaringen wijzigen het subject steeds weer. Om het met een boutade te zeggen: een subject dat niet meer wijzigt, is dood. Blijvende kenmerken van het subject dat wij ons verbeelden te zijn, kunnen hoegenaamd geen centrale waarden zijn.

Terzijde 2 ***Moed, vertrouwen, respect.*** *We leven in een tijd waarin individualisme hoogtij viert. Hoe paradoxaal dit ook klinkt, ligt in dit individualisme misschien de hoop op een liefdevolle toekomst. Als we echt individualistisch zijn, moeten we ontdekken dat ons individueel leven niets anders is dan een ongestructureerde reeks ervaringen en dat het beste dat we aldus kunnen bereiken, individuele ervaringen zijn die om zichzelf waardevol zijn: een moment van goed gevoel, een bevredigende gedachte, een aangename herinnering, een deugddoende gewaarwording, een esthetische waarneming, ... Echte individualisten willen echter 'iemand' zijn, en dat kan niemand op zijn eentje. Slechts in de ogen van anderen worden we iemand. Over het 'iemand' dat we voor anderen zijn, kunnen we geen zekerheid hebben, want we hebben geen toegang tot de ervaringen van anderen. We kunnen anderen eventueel dwingen (hoe subtiel ook) om ons als een 'goed iemand' te beschouwen, of tenminste om te zeggen dat zij ons als 'een goed iemand' beschouwen, maar van het beeld dat we aldus van onszelf krijgen, weten we dat we het niet kunnen vertrouwen, precies omdat het een gedwongen beeld is. We weten nooit of de andere werkelijk het beeld van ons heeft dat hij of zij geeft. Vertrouwen is de sleutel. Ik maak een ander tot een iemand, de andere maakt mij tot een iemand. Als we 'een goed iemand' willen zijn, moeten we elkaar vertrouwen. Voor een dergelijk vertrouwen is er geen grotere zekerheid dan het feit dat we het ervaren.*

Proberen te bewijzen dat je te vertrouwen bent, of proberen een bewijs te krijgen dat de andere te vertrouwen is, is een illusie. Wat je wel kunt doen, is moedig je eigen weg gaan, en respect opbrengen voor iedereen die dat ook doet.

Bibliografie

[Alonso/Finn:1] ALONSO, Marcello en FINN, Edward J.: *Fundamentele Natuurkunde. Deel 1: Mechanica* (Nederlandse vertaling) Agon Elsevier Amserdam/Brussel, 2de druk, 1973.

[Alonso/Finn:3] ALONSO, Marcello en FINN, Edward J.: *Fundamentele Natuurkunde. Deel 3: Golven* (Nederlandse vertaling) Agon Elsevier Amserdam/Brussel, 4de druk, 1973.

[Apostel:1974] APOSTEL, Leo: *Matière et Forme I, Introdution à une Epistémologie Réaliste.* Communincation and Cognition, Gent, 1974.

[Apostel:1998] APOSTEL, Leo: *"Atheïstische Spriritualiteit"*. VUBPress, Brussel 1998.

[Aristoteles: Alpha] ARISTOTELES: *Metaphysica A*. Ingeleid, vertaald en geannoteerd door dr. H. de Ley. Dixit, Het Wereldvenster, Baarn; 1977.

[Atkinson/Peijnenburg:2004] ATKINSON, D. & PEIJNENBURG, J.: "Ziekenfondsbrilletjes en de Kromming in de Ruimte-tijd." *Algemeen Nederlands Tijdschrift voor Wijsbegeerte.* Themanummer: verbeelding. Jaargang 96 nr.1, januari 2004.

[Auyang:1995] AUYANG, Sunny Y.: *"How Is Quantum Field Theory Possible ?"* Oxford University Press, New York - Oxford , 1995.

[Batens:1982] BATENS, Diderik, "A Bridge Between Two-valued and Many-valued Semantic Systems: n-tuple Semantics." *Proceedings of the 12th International Symposium on Multiple-Valued Logic.* IEEE, Los Angeles, 1982, pp. 318-322.

[Batens:1986] BATENS, Diderik: "Dialectical Dynamics Within Formal Logics", *Logique & Analyse* 114, 1986, pp. 161-173.

[Batens:1989a] BATENS, Diderik: "Dynamic Dialectical Logics", in Priest, Routley & Norman (eds.), *Paraconsistent Logic.* München, Philosophia Verlag, 1989, pp. 187-217.

[Batens:1989b] BATENS, Diderik: "Natural Heuristics For Proof Construction. Part I: Classical Propositional Logic." *Logique et Analyse*, 127–128, 1989, pp. 337-363.

[Batens:1992] BATENS, Diderik: *Menselijke Kennis, Pleidooi voor een Bruikbare Rationaliteit* uitgeverij Garant, Leuven/Apeldoorn 1992.

[Batens:1994] BATENS, Diderik: “Inconsistency-adaptive Logics and the Foundation of Non- monotonic Logics”, *Logique et Analyse* 145, March 1994, pp. 57-94.

[Batens:1996] BATENS, Diderik: “Functioning and Teachings of Adaptive Logics” in J. Van Benthem, F. H. Van Eemeren, R. Grootendorst en F. Veltman (eds.), *Logic and Argumentation*, Amsterdam, North-Holland, 1996, pp. 241-254.

[Batens:1997a] BATENS, Diderik: “Blocks. The Clue to Dynamic Aspects of Logic.” *Logique et Analyse* 150-151-152, 1995 (appeared 1997), pp. 285-328.

[Batens:1997b] BATENS, Diderik: “Inconsistencies and Beyond. A Logical-philosophical Discussion.” *Revue Internationale de Philosophie*, 51, 1997, pp. 259-273.

[Batens:1998a] BATENS, Diderik: “Inconsistency-Adaptive Logics.” in Ewa Orlowska (ed.) *Logic at Work. Essays Dedicated to the Memory of Helena Rasiowa.* Heidelberg, New York, Springer, 1998, pp. 445-472.

[Batens:1998b] BATENS, Diderik: “De Zin van Leo Apostels Atheïstische Religiositeit. Een Kennistheoretisch Commentaar.” Inleiding tot [Apostel:1998].

[Batens:1999] BATENS, Diderik: “Zero Logic Adding Up to Classical Logic.” *Logical Studies*, 2, 1999, 15p.
Electronic journal: `www.logic.ru/LogStud/02/LS2.html`

[Batens:2000] BATENS, Diderik: “Rich Inconsistency-Adaptive Logics. The Clash between Heuristic Efficiency and Realistic Reconstruction.” In: Eric Grillet & Francois Beets, (eds.), *Logique en perspecitive. Mélanges offerts à Paul Gochet*, Editions OUSIA, 2000, pp. 513-543.

[Batens:2001] BATENS, Diderik: “Over de Zin van het Leven en de Zingevende Functie van Wereldbeelden. *Mores* 226, 2001, pp. 41-63.

[Batens:2002a] BATENS, Diderik: *Logicaboek. Praktijk en Theorie van het Redeneren* uitgeverij Garant, Leuven/Apeldoorn (nieuwe herwerkte versie) 2002.

[Batens:2002b] BATENS, Diderik: “In Defence of a Programme for Handling Inconsistencies.” In J. Meheus (ed.), *Inconsistency in Science.* Kluwer, Dordrecht, 2002, pp. 129-150.

[Batens:2002c] BATENS, Diderik: “On the Remarkable Correspondence between Paraconsistent Logics, Modal Logics, and Ambiguity Logics. In: Walter A. Carnielli, Marcello E. Coniglio & Itala M. Loffredo D’Ottaviano, (eds.), *Paraconsistency. The Logical Way to the Inconsistent*, Marcel Dekker, New York, 2002, pp. 275-294.

[Batens:2002d] BATENS, Diderik: “Towards the Unification of Inconsistency Handling Mechanisms.‘” *Logic and Logical Philosophy*, 8, 2000 (appeared 2002), pp. 5-31.

[Batens:2003a] BATENS, Diderik: "A General Characterization of Adaptive Logics." *Logique et Analyse* 173-174-175, 2001 (appeared 2003), pp. 45-68.

[Batens:2003b] BATENS, Diderik: "A Formal Approach to Problem Solving." In: Claudio Delrieux & Javier Legris, (eds.), *Computer Modeling of Scientific Reasoning*, Universidad Nacional Del Sur. EDIUNS, Bahia Blanca, Argentinia, 2003, pp. 15-26.

[Batens:2003c] BATENS, Diderik: "Criteria Causing Inconsistencies. General Gluts as Opposed to Negation Gluts." *Logic and Logical Philosophy*, 11/12, 2003, pp. 5-37.

[Batens:2004] BATENS, Diderik: "Extending the Realm of Logic. The Adaptive-logic Programme". In P. Weingartner, editor, *Alternative Logics. Do Sciences Need Them?* Springer Verlag, Berlin Heidelberg, 2004, pp. 149-164.

[Batens:a] BATENS, Diderik: *Wijsbegeerte*, cursus 1ste kandidatuur wetenschappen UGent. (academiejaar 2001-2002).

[Batens:b] BATENS, Diderik: "On a Logic of Induction."
Preprint: `logica.ugent.be/centrum/writings`

[Batens:c] BATENS, Diderik: "A Strengthening of the Rescher–Manor Consequence Relations."
Preprint: `logica.ugent.be/centrum/writings`

[Batens/De Clercq] BATENS, Diderik & DE CLERCQ, Kristof: "A Rich Paraconsistent Extension of Full Positive Logic."
Preprint: `logica.ugent.be/centrum/writings`

[Batens/De Clercq/Kurtonina:1999] BATENS, DE CLERCQ & KURTONINA: "Embedding and Interpolation for Some Paralogics. The Propositional Case." *Reports on Mathematical Logic*, 33, 1999, pp. 29-44.

[Batens/Haesaert:2003] BATENS, Diderik; HAESAERT Lieven: "On Classical Adaptive Logics of Induction." *Logique et Analyse*, 173-174-175, 2001 (appeared 2003), pp. 255-290.

[Batens/Meheus:2000] BATENS, Diderik & MEHEUS, Joke: "The Adaptive Logic of Compatibility." *Studia Logica*, 66, 2000, pp. 327-348.

[Batens/Provijn:2003] BATENS, Diderik & PROVIJN, Dagmar: "Pushing the Search Paths in the Proofs. A Study in Proof Heuristics." *Logique et Analyse*, 173-174-175, 2001 (appeared 2003), pp. 113-134.

[Batens/Vermeir:2002] BATENS, Diderik & VERMEIR, Timothy: "Direct Dynamic Proofs for the Rescher–Manor Consequence Relations: The Flat Case." *Journal of Applied Non-Classical Logics*, 12, 2002, pp. 63-84

[Bergmann:1964] BERGMANN, Gustav: *"Logic and Reality"*, The University of Wisconsin Press, Madison, 1964.

[Boehm:1984] BOEHM, Rudolf: *"Ideologie en Ervaring, Materialen voor een Ideologiekritiek op Fenomenologische Grondslag".* Kritiek (afzonderlijke uitgave) Gent, 1984.

[Boullart:1999] BOULLART, Karl: *"Vanuit Andromeda Gezien. Het Bereikbare en het Ontoegankelijke. Een Wijsgerig Essay"*, VUBPRess, Universiteit Gent, werken uitgegeven door de faculteit van letteren en wijsbegeerte, 1999.

[Brewka-Dix-Konolige] Brewka, G., Dix, J. and Konolige, K., *"Nonmonotonic Reasoning. An Overview."* CSLI Publications, Stanford California, 1997.

[Brown:1999] BROWN, Bryson: "Yes, Virginia, There Really Are Paraconsistent Logics." *Journal of Philosophical Logic*, 28, 1999; pp. 489-500.

[Carroll:1895] CARROLL, Lewis: "What the Tortoise Said to Achilles", `www.lewiscarroll.org/achilles.html`. Originally published in *Mind*, No. 4, 1895, pp. 278-280.

[Casteleyn:2002] CASTELEYN, Peggy (Brenda): *"Complementariteit in Kennistheoretisch Perspectief.* Onuitgegeven doctoraatsverhandeling", RUG/vakgroep wijsbegeerte en moraalwetenschappen, Gent, 2002.

[Conan Doyle:1917] CONAN DOYLE, Arthur: *"His Last Bow."* Pinguin Popular Classics 1997. First published 1917.

[Christiaens:2001] CHRISTIAENS, Wim: *"De Cirkel Sluiten. Inleiding tot een Wetenschappelijke Metafysica."* Onuitgegeven doctoraatsverhandeling RUG/vakgroep wijsbegeerte en moraalwetenschappen. Gent 2001.

[da Costa:1974] DA COSTA, Newton A.C.: "On the Theory of Inconsistency Formal System." *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 15:497–510, 1974.

[Damerov/Freudenthal/McLaughlin/Renn:1992] DAMEROV, FREUDENTHAL, MCLAUGHLIN & RENN: *"Exploring the Limits of Preclassical Mechanics."* New York, Springer-Verlag, 1992.

[De Clercq K.:1997] DE CLERCQ, Kristof: *"Reconstructie van een Aantal Nietmonotone Logica's aan de Hand van een Inconsistentie-adaptieve Logica."* Onuitgegeven verhandeling. Vakgroep wijsbegeerte en moraalwetenschap, RUG, 1997.

[De Clercq K.:2001] DE CLERCQ Kristof, "Two New Strategies for Inconsistency-adaptive Logics." *Logic and Logical Philosophy*, 8, 2000 (appeared 2001), pp. 65-80.

[De Clercq R.:2000] DE CLERCQ, Rafael: "Aesthetic Ineffability". *Journal of Consciousness Studies*, volume 7, no. 8/9 (2000), pp. 87-97.

[De Mey:2003] DE MEY, Tim: "Thinking Through Thought Experiments." Onuitgegeven doctoraatsverhandeling UGent/vakgroep wijsbegeerte en moraalwetenschappen. Gent 2003.

[D'Hanis:2003] D'HANIS, Isabel: "The Use of Metaphors in Scientific Development." *Logique et Analyse* 173-174-175, 2001 (appeared 2003)? pp. 215-235.

[Ferré:1996] FERRÉ, Ferdinand: *"Being and Value. Toward a Constructive Postmodern Metaphysics."* State University of New York press, 1996.

[Feyerabend:1975/88] FEYERABEND, Paul: *"Against Method."* Revised edition. Verso. London New York 1988. (First published by New Left Books, 1975.)

[Feynman:1965] FEYNMAN, LEIGHTON & SANDS: *"The Feyman Lectures on Physics, volume III. Quantum Mechanics"* Addison-Wesley Publishing Company, Reading, Massachusetts, 1965.

[Flach/Kakas:2000] FLACH, P.A. & KAKAS, A.C. (Eds) : *"Abduction and Induction. Essays on their Relation and Integration"*, Applied Logic Series 18, Kluwer Academic Publishers, 2000.

[French:2002] FRENCH, Steven: "A Phenomenological Solution to the Measurement Problem? Husserl and the Foundations of Quantum Mechanics." *Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, 33, 2002, pp. 467-491.

[Gabbay/Olivetti:2000] GABBAY, Dov & OLIVETTI, Nicola: *"Goal-directed Proof Theory"*, Kluwer, Dordrecht, 2000.

[Haesaert:2002] HAESAERT, Lieven: "Een Adaptieve Logica voor het Beschrijven van Inductie." *Handelingen van de 24ste Nederlands-Vlaamse Filosofiedag: Filosofie en Empirie*, Universiteit Amsterdam, Amsterdam, 2002, pp. 137-144.

[Haring:2003] HARING, Bas: *"De Ijzeren Wil"* Houtekiet, Antwerpen, 2003.

[Heraclitus:1993] HERACLITUS: *"Spreuken"* Vertaald, ingeleid en toegelicht door Cornelis Verhoeven. Ambo Baarn, 1993.

[Husserl:1911/80] HUSSERL, Edmond: *"Filosofie als Strenge Wetenschap"*. Vertaling en samenvatting van Ger Groot, inleiding en aantekeningen van Theo de Boer, Boom Meppel, Amsterdam, 1980. (Oorspronkelijke tekst *Philosophie als strenge wissenschaft* verscheen in 1911 in de eerste jaargang van *Logos*.)

[Husserl:1977] HUSSERL, Edmond: *"Over de Oorsprong van de Meetkunde."* Vertaald door J. Duytschaever. Ingeleid en geannoteerd door Rudolf Boehm. Dixit. 1977.

[Husserl:1999] HUSSERL, Edmund.: *"Cartesian Meditations. An Introduction to Phenomenology"*, Translated by Dorion Cairns. Kluwer academic publishers. Dordrecht / Boston / London 12th impression, 1999.

[Jaskowsi:1948] JASKOWSKI, Stanislaw. S. "Propositional Calculus for Contradictory Deductive Systems", *Studia Logica*, Vol. XXIV, pp. 143-157, 1969; first published as "Rachunek zdań dla systemów dedukcyjnych sprzecznych", *Studia Societatis Scientiarun Torunesis*, Sectio A, Vol. I, No. 5, pp. 55-77, 1948.

[Jaskowsi:1949] JASKOWSKI, Stanislaw. "On the Discussive Conjunction in the Propositional Calculus for inconsistent deductive systems" *Logic and Logical Philosphy* 7, 2004. pp. 57-58. Originally published as "O koniunkcij dyskusyjnej w rachunku zdań dla dla systemów dedukcyjnych sprzecznych", *Studia Societatis Scientiarun Torunesis*, Sectio A, Vol. I, No. 8, 1949, pp. 171-172.

[Jones:1991] JONES, Roger: "Realism About What ?" *Philosophy of Science*, 58, 1991; pp. 185-202.

[Kant:KdU] KANT, Immanuel: *"Kritik der Urteilskraft"* Herausgegeben von Wilhelm Weischedel. 3. Aufl. Suhrkamp 1997 (1790/93).

[Kleining/Witt:2000] KLEINING, Gerhard; WITT, Harald: "The Qualitative Heuristic Approach: A Methodology for Discovery in Psychology and Social Sciences. Rediscovering the Method of Introspection as an Example" (19 paragraphs). *Forum Qualitative Social Research* On-line journal 2000, 1(1). (Revised april 2001)
Availabe at: `qualitative-research.net/fqs.`

[Kruithof:1968] KRUITHOF, Jaap: *"De Zingever. Een Inleiding tot de Studie van de Mens als Betekend, Waarderend en Agerend Wezen."* Standaard wetenschappelijke uitgeverij, Antwerpen, 1968.

[Kruithof:1973] KRUITHOF, Jaap: *"Eticologie. Inleiding tot de Studie van het Morele Verschijnsel."* Boom Meppel, 1973.

[Lambert:1984] LAMBERT, K.: *Meinong and the Principle of Independence*, Cambridge University Press, Cambridge, 1984.

[Lambert:1991] LAMBERT, K. : "The Nature of Free Logic", in: Lambert, K. (ed.): *Philosophical Applications of Free Logic*, Oxford University Press, New York-Oxford, 1991. pp. 3-13.

[Laudan:1990] LAUDAN, K. : "Normative Naturalism", *Philosophy of Science*, VOL 75, 1990, pp. 44-59.

[Leibniz:1991] LEIBNIZ: *"Monadologie of de Beginselen van de Wijsbegeerte"*. Ingeleid, vertaald, en geannoteerd door F.P.M. Jespers. Uitgeverij Kok Agora, DNB/Uitgeverij Pelckmans. 1991.

[Magnani:2001] MAGNANI, Lorenzo: *"Abduction, Reason and Science. Processes of Discovery and Explanation."* Kluwer Academic /Plenum Publishers, 2001.

[Manor/Rescher:1970] MANOR, Ruth & RESCHER, Nicolas: "On Inferences from Inconsistent Information" *Theory and Decision*, 1, 1970, pp. 179—219.

[Meheus:1996] MEHEUS, Joke: "Adaptive Logic in Scientific Discovery: the Case of Clausius." *Logique et Analyse* 143-144, 1993 (appeared 1996) pp. 359-389.

[Meheus:1997] MEHEUS, Joke: *"Wetenschappelijke Ontdekking en Creativiteit. Een Poging tot Theorievorming op Basis van een Conceptuele, Methodologische en Logische studie."* Onuitgegeven doctoraatsverhandeling RUG/vakgroep wijsbegeerte en moraalwetenschappen. Gent, 1997.

[Meheus:2002] MEHEUS, Joke, (ed.): *"Inconsistency in Science."* Kluwer, Dordrecht, 2002.

[Meheus:2002b] MEHEUS, Joke: "How to Reason Sensibly yet Naturally from Inconsistencies." In J. Meheus (ed.), *Inconsistency in Science.* Kluwer, Dordrecht, 2002, pp. 151-164.

[Meheus:200y] MEHEUS, Joke: "Adaptive Logics for Question Evocation." *Logique et Analyse*, 173-174-175, 2001, pp. 135-164 (2003).

[Meheus:200x] MEHEUS, Joke: "An Inconsistency-adaptive Logic Based on Jaskowski's D2." (to appear).
Preprint: `logica.ugent.be/centrum/writings/`

[Meheus/Verhoeven/Van Dyck/Provijn] MEHEUS, J., VERHOEVEN, L., VAN DYCK M. en PROVIJN D.: "Ampliative Adaptive Logics and the Foundation of Logic-Based Approaches to Abduction." In : L. Magnani, N.J. Nersessian & Claudio Pizzi, (eds.), *Logical and Computational Aspects of Model-Based Reasoning*, Kluwer Academic, Dordrecht, 2002, pp. 39-71.

[Merleau-Ponty:1945/97] MERLEAU-PONTY, Maurice: *"Fenomenologie van de Waarneming."* Vertaald door Rens Vlasblom en Douwe Tiemersma. Ambo/Amsterdam. 1997.

[Meyer/Lambert:1968] MEYER, Robert K. & Lambert, Karel: "Universally Free Logic and Standard Quantification Theory." *Journal of Symbolic Logic.* 33(1), 1968, 8-26.

[Mortensen:1995] MORTENSEN, Chris: *"Inconsistent Mathematics"*, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 1995.

[Mortensen:1996] MORTENSEN, Chris: "Inconsistent Mathematics".
`plato.stanford.edu/entries/mathematics-inconsistent/`
in [Stanford Encyclopedy of Philosophy].

[Multatuli] MULTATULI: *"Max Havelaar, of de Koffieveilingen der Nederlandsche Handelmaatschappij."* Nederlandse Bibliotheek, uitgegeven door de maatschappij voor goede en goedkoope lectuur, Amsterdam; achtste druk 1912 ("De eerste druk van deze uitgaaf groot 6000 ex. werd voltooid op 13 Sept. 1907.")

[Nasieniewski:200x] NASIENIEWSKI, Marek: "An Adaptive Logic Based on Logic D2", [w przygotowaniu]

[Nasieniewski] NASIENIEWSKI, Marek: "A Comparison of Two Adaptive Logics Based on Logic D2", [w przygotowaniu]

[Nickles:1980] NICKLES, Thomas: *"Scientific Discovery, Logic, and Rationality."* Dordrecht, Reidel, 1980.

[Pirandello] PIRANDELLO, Luigi: *"Iemand, Niemand en Honderdduizend.'* Vertaald en van een nawoord voorzien door Annegret Böttner en Leontine Bijman. Uitgeverij Atlas, Amsterdam/Antwerpen (derde druk), 2001.

[Pirsig:1974] PIRSIG, Robert M.: *"Zen and the Art of Motorcycle Maintenance. An Inquiry into Values."* (paperback uitgave) Vintage, UK, 1974.

[Priest:1979] PRIEST, Graham: "The logic of paradox", *Journal of Philosophical logic*, 8, may 1979; pp. 219-241.

[Priest:1991] PRIEST, Graham, "Minimally Inconsistent LP." *Studia Logica* 50, 1991, pp. 321-331.

[Quine:1969] QUINE, W.V.: *Ontological Relativity and Other Essays*, Columbia University Press, New York and London, 1969.

[Quine/Ullian:1978] QUINE, W.V., ULLIAN, J.S.: *"The web of belief"*. Second edition. McGraw-Hill, Inc. New York, 1978 (first edition 1970).

[Raes:2001] RAES, Koen: *"Verschaalde Waarden. De Onmin in een Cultuur."* Uigeverij Pelckmans, Kapellen, 2001.

[Rawlins:1997] RAWLINS, Gregory J.E.: *"Slaves of the Machine. The Quickening of Computer Technology."* The MIT Press Cambridge, Massachusetts - London, 1997.

[Rokeach:1973] ROKEACH, Milton: *"The Nature of Human Values."* Free Press, New York, 1973.

[Schotsmans:1986] SCHOTSMANS, Paul: *"Waarden in Deze Tijd ?"*. De Nederlandsche Boekhandel / Uitgeverij Pelckmans, Kapellen, 1986.

[Schütte:1960] SCHÜTTE, Kurt: *"Beweistheorie"*, Springer, Berlin, 1960.

[Shoesmith/Smiley] SHOESMITH & SMILEY: *"Multiple-conclusion Logic"* Cambridge University Press, 1978.

[Smith J.:1988] SMITH, Joel M.: "Inconsistency and Scientific Reasoning." *Studies in History and Philosophy of Science.*, Vol. 19, No. 4, 1988, pp. 429-445.

[Smith Q.:1986] SMITH, Quentin: *"The Felt Meanings of the World. A Metaphysics of Feeling."* Purdue University Press, 1986.

[Spinoza:1677/1979] SPINOZA: *"Ethica"* Uit het Latijn vertaald en van verklarende aantekeningen voorzien door Nico Van Suchtelen, Wereldbibliotheek, 1979.

[Suszko:1976] SUSZKO, Roman, "The Fregean Axiom and Polish Mathematical Logic in the 1920s." *Studia Logica* 36, 1976, pp. 377-380.

['T Hooft:1996] 'T HOOFT, Gerard: *"De Bouwstenen van de Schepping. Een Zoektocht naar het Allerkleinste."* Prometheus Amsterdam 1996 (vierde herziene en bijgewerkte druk).

[Vanackere:1999] VANACKERE, Guido: "Ambiguity-Adaptive Logic." *Logique et Analyse* 159, 1997 (appeared 1999), pp. 261-280.

[Vanackere:2000a] VANACKERE, Guido: "Preferences as Inconsistency-Resolvers: an Inconsistency-Adaptive Tool." *Logic and Logical Philosophy.* no 8, (2000) (appeared 2001) pp. 47-63.

[Vanackere:2000b] VANACKERE, Guido: "HL2. An Inconsistency-Adaptive and Inconsistency-Resolving Logic for General Statements that Might Have Exceptions." *Journal Of Applied Non-Classical Logics.* 10, 2000, pp. 317-338.

[Vanackere:2002a] VANACKERE, Guido, "Minimizing Ambiguity and Paraconsistency," *Logique et Analyse* 165-166, 1999 (appeared 2002), pp. 139-160.

[Vanackere:2002b] VANACKERE, Guido: "Ontological Causes of Inconsistency, and a Change-Adaptive, Logical Solution." In: CARNIELLI / CONIGLIO / D'OTTAVIO: *Paraconsistency: The Logical Way to the Inconsistent, Proceedings of the II World Congress on Paraconsistency (WCP'2000)*, Marcel Dekker inc. New York, april 2002, pp. 151-165.

[Vanackere:2003a] VANACKERE, Guido: "The Role of Ambiguities in the Construction of Collective Theories." *Logique et Analyse* 173-174-175, 2001 (appeared 2003), pp. 189-214.

[Vanackere:2003b] VANACKERE, Guido: "Change in Individuals Without a Name. Contextual Indicators and the Free Change-adaptive Logic." *Logic and Logical Philosophy* vol. 11 (2003), pp. 213-230.

[van Fraassen:1966] VAN FRAASSEN, B.C.: "Singular Terms, Truth-value Gaps, and Free Logic." *The Journal of Philosophy* 63, 1966, pp. 481–495.

[Venema:2001] VENEMA, Yde: "Temporal Logic", in Lou Globe (editor) *The Blackwell Guide to Philosophical Logic*, Blackwell Publishing, 2001, pp. 203-224.

[Vermeersch:1974] VERMEERSCH, Etienne: "Rationality, Some Preliminary Remarks" in Batens, D. en Van Den Enden, H. Editors *Philosophica. Vol. 14 Dimensions of Rationality* Universiteit Gent, 1974 (2) pp. 73-82.

[Watterson:1992] WATTERSON, Bill *"Calvin and Hobbes. Attack of the Deranged Mutant Killer Monster Snow Goons."* Warner Books, London, 1992.

[Watts:1977] WATTS, Alan W.: *"Lof der Onzekerheid."* vertaling van Willem Dijkhuis, Boom Meppel, Amsterdam, 1977, uit het Engels *The Wisdom of Insecurity* Pantheon, New York, 1951.

[Whitehead:1978] WHITEHEAD, Alfred Nord: *Process and Reality, an Essay in Cosmology.* Corrected edition by GRIFFIN, David Ray & SHERBURNE, Donald W., The Free Press, New York — London, 1978.

[Principia-I] WHITEHEAD & RUSSELL: *"Principia Mathematica Volume I."* second edition, Cambridge University Press, 1950.

[Wiśniewski:1996] WIŚNIEWSKI, Andrzej: "The Logic of Questions as a Theory of Erotetic Arguments", *Synthese* 109 (2), 1996, pp. 125.

[Wiśniewski:a] WIŚNIEWSKI, Andrzej: "Socratic Proofs", *Journal of Philosophical Logic*, in print.

[Wittgenstein:1975] WITTGENSTEIN, Ludwig: *"Tractatus Logico-philosophicus"*. Vertaald en van een nawoord en aantekeningen voorzien door W.F.Hermans. Atenaeum-Polak & Van Gennep, Amsterdam, 1975.

[Wittgenstein:1977] WITTGENSTEIN, Ludwig: *"Over Zekerheid"*. Inleiding van G.H. von Wright, vertaling van Sybe Terwee, Boom Meppel, Amsterdam 1977.

[Bijbel, Willibrord] [Verschillende auteurs] *"De bijbel"*. Willibrord vertaling, Katholieke bijbelstichting Boxtel. 1986.

[The Encyclopedia of Philosophy] *"The Encyclopedia of Philosophy"*, EDUARDS, Paul, Editor in Chief, Macmillan Publishing Co., Inc. & The Free Press, New York, Collier Macmillan Publishers, London, 1967.

[Stanford Encyclopedy of Philosophy] *"Stanford Encyclopedy of Philosophy"*, `plato.stanford.edu/`

[van Dale] *"van Dale, Groot woordenboek der Nederlandse taal."* dertiende herziene uitgave, van Dale lexicografie Utrecht—Antwerpen, 1999.

Inhoudsopgave